



Inês Alexandra Lopes Agostinho

Aplicação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria de Derivados de Tomate

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Doutor José Fernando Gomes
Requeijo

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Virgínia Helena Arimateia de Campos Machado
Arguente: Prof. Doutor Amílcar Manuel do Rosário Oliveira
Vogal: Prof. Doutor José Fernando Gomes Requeijo



**FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**

Julho 2011

Inês Alexandra Lopes Agostinho

**Aplicação do Controlo Estatístico do
Processo numa Indústria de Derivados
de Tomate**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Doutor José Fernando Gomes
Requeijo

Julho 2011

Aplicação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria de Derivados de Tomate

Copyright © Inês Alexandra Lopes Agostinho, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpetuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

A presente dissertação só foi possível graças ao apoio e colaboração de um grande número de pessoas, relativamente às quais deixo aqui os meus mais sinceros agradecimentos.

Sendo assim, deixo expressa a minha gratidão:

Ao Professor Doutor José Gomes Requeijo, o meu orientador, que possibilitou a realização deste trabalho. Os meus agradecimentos pela grande ajuda e orientação científica, apoio e motivação ao longo do desenvolvimento deste estudo.

À directora da Qualidade da SUGALIDAL, Dr.^a Maria João Marques, pela oportunidade de desenvolver este trabalho, assim como pela ajuda e disponibilidade prestada. Ao director Industrial, Engenheiro António Gomes, pelo interesse demonstrado nesta matéria e pelas sugestões partilhadas.

À Engenheira Carla Vieira, os meus sinceros agradecimentos, pela disponibilidade demonstrada e preciosa partilha de conhecimentos.

A todos os operadores da SUGALIDAL, pela transmissão de conhecimentos sobre o processo e pela simpatia demonstrada.

À minha família, quero agradecer do fundo do meu coração, à minha mãe Celeste, ao meu pai Ricardo e à minha avó Emília, pela grande dedicação, apoio e carinho ao longo do meu percurso académico. Sem vocês nada teria sido possível.

Ao Tiago, um especial agradecimento, pelo carinho e paciência, motivação e força transmitida nos momentos mais difíceis deste percurso.

Resumo

A evolução da qualidade e a sua importância está presente no quotidiano de todos, actualmente a maioria da população tem acesso a produtos e serviços de qualidade a um custo razoavelmente baixo. Como suporte para o alcance desta qualidade, as organizações muniram-se de técnicas e ferramentas, permitindo a optimização dos processos e produzindo a baixos custos.

As cartas de controlo verificaram ser uma ferramenta poderosa no controlo de processos, através destes gráficos, é permitido prever falhas e reduzir a variabilidade dos processos. As cartas de controlo tradicionais, desenvolvidas por Shewhart, baseiam-se em pressupostos como a independência e a Normalidade dos dados. No entanto, em processos reais, nem sempre é possível validar estes requisitos. O facto de existir uma série de dados que verifique auto-correlação, ou que siga uma distribuição Não normal, pode induzir falsos alarmes e conduzir a conclusões erróneas.

A presente dissertação aborda estas questões, seguindo uma metodologia com a utilização de várias técnicas tendo em conta as características que os dados em análise apresentam. É realizada uma abordagem ao controlo estatístico univariado e multivariado, assim como ao controlo de “Pequenas Produções”. Quando os dados apresentam uma distribuição não Normal é necessário proceder à sua transformação recorrendo ao *Sistema de Distribuições de Johnson*. Se verificarem a existência de auto-correlação, implica um controlo estatístico diferente, onde os processos são ajustados de acordo com o modelo *ARIMA* que melhor se adequa.

A metodologia apresentada foi desenvolvida na empresa SUGALIDAL, com o objectivo de proporcionar à fábrica um controlo estatístico dos seus processos produtivos, conduzindo à melhoria dos mesmos.

Abstract

The evolution of quality and its importance is present in everyday life for everyone, today, the most of the population has access to products and quality services at a reasonably low cost. As a support for the achievement of this quality, organizations equipped themselves with techniques and tools, allowing optimization of processes and producing at lower costs.

The control charts were found to be a powerful tool in process control. These charts allow prediction of failures and reduce process variability. The traditional control charts, developed by Shewhart, are based on assumptions such as independence and Normality of data. However, in real processes it is not always possible to validate these requirements. The fact that there is a lot of data that verifies auto-correlation, or that follows a Non-Normal distribution, can induce false alarms and lead to erroneous conclusions.

This dissertation addresses these issues, following a methodology with various techniques taking into account the characteristics that the data analysis present. It made an approach to the univariate statistical control and multivariate statistical process control, as well as "Short-Run" control. When the data show an abnormal distribution, it is necessary to transform it using *Johnson Distributions System*. If you check for auto-correlation it implies a different statistical control, where processes are adjusted according to the ARIMA model that best fits.

The methodology presented was developed in the company SUGALIDAL, with the aim of providing a statistical control of its production processes for the factory leading to their improvement.

Abreviaturas e Símbolos

A, A_2, A_3	Factores para construção das cartas de controlo de variáveis
\tilde{A}_2	Factor para construção das cartas de controlo de variáveis
AO	Outlier aditivo
$AR(p)$	Modelo auto-regressivo de ordem p
$ARMA(p,q)$	Modelo misto, auto-regressivo e de médias móveis
ARL	"Average Run Length"
$ARL_{Em \text{ Controlo}}$	ARL quando o processo está sob controlo estatístico
$ARL_{Fora \text{ de Controlo}}$	ARL quando o processo não está sob controlo estatístico
B	Operador de defasamentos
B_3, B_4, B_5, B_6	Factores para a construção das cartas de controlo de variáveis
c_4	Factor para a construção das cartas de controlo de variáveis
$Cov(X_t, X_{t+k})$	Covariância das observações desfasadas de k instantes
C_p	Índice de capacidade potencial do processo
C_{pk}	Índice de capacidade do processo
$(C_{pk})_I, (C_{pk})_S$	Índice de capacidade inferior ou superior
C_{pm}	Índice de capacidade potencial corrigido pelo desvio da média em relação ao valor nominal
C_{pmk}	Índice de capacidade corrigido pelo desvio da média em relação ao valor nominal
C_{pM}	Índice de capacidade potencial multivariado
D_1, D_2, D_3, D_4	Factores para a construção das cartas de controlo de variáveis
d	Ordem de diferenciação de um modelo ARIMA; Estatística de teste de Kolmogorov-Smirnov
d_2, d_3	Factores para a construção das cartas de controlo de variáveis
d'_2, d'_3	Factores para a construção das cartas X e R pelo Método WV
d_i	Estatística para determinar qual a variável i é responsável pela situação de fora de controlo da carta T^2
$D_{Crítico}$	Valor crítico para o teste Kolmogorov-Smirnov
e_t	Resíduo para o instante t ; Erro de previsão no instante t
$e_\tau(T)$	Erro de previsão para o instante $T + \tau$
$F_{1,\nu}$	Função da Distribuição de Fisher com 1 e ν graus de liberdade
$F_{\alpha; p, mn-m-p+1}$	Percentil à direita da distribuição de Fisher, para uma probabilidade α , com parâmetros p e $mn - m - p + 1$
$F_{\alpha; p, m-p}$	Percentil à direita da distribuição de Fisher, para uma probabilidade α , com parâmetros p e $m - p$

$FAC, FACP$	Função de Auto-Correlação, Função de Auto-Correlação Parcial
$FACE, FACPE$	Função de Auto-Correlação Estimada, Função de Auto-Correlação Parcial
IO	Outlier de inovação
ISO	“International Organization for Standardization”
G_v	Função da Distribuição t-student, com v graus de liberdade
L	Distância dos limites de controlo à linha central
LC	Limite central
LI	Índice de capacidade multivariado, analisa a localização das regiões referentes à especificação e ao processo
LIC, LSC	Limite inferior e superior de controlo
LIE, LSE	Limite inferior e superior de especificação
LIP, LSP	Limite inferior e superior do processo
L_p	Percentil de 0,135% da distribuição de X
\tilde{M}	Mediana do processo
$MA(q)$	Modelo de médias móveis de ordem q
MR	Amplitude móvel
MR_i	Amplitude móvel da amostra i
\overline{MR}	Média das amplitudes móveis
m	Número de amostras
N	Número de dados
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal com média μ e variância σ^2
$N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$	Distribuição Normal multivariada com vector média $\boldsymbol{\mu}$ e matriz das covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$
n	Dimensão da amostra
n_i	Dimensão da amostra i
np	Número de unidades não conformes
PV	Índice de capacidade multivariado, compara a localização do vector $\boldsymbol{\mu}$ com a localização do vector \mathbf{T}
P_X	Probabilidade de ocorrerem valores inferiores ou iguais à média
$P_t^{(T)}$	Função impulso
p	Proporção de unidades não conformes; Número de características da qualidade em estudo no controlo multivariado do processo
$Q_i(X_i)$	Estatística Q obtida a partir da transformação de X_i
$Q_i(\bar{X}_i)$	Estatística Q obtida a partir da transformação de MR_i
$Q_i(S_i^2)$	Estatística Q obtida a partir da transformação de S_i^2
R	Amplitude amostral

\bar{R}	Média das amplitudes de amostras
R_i	Valor da amplitude da amostra i
r_k	Valor estimado de ρ_k
S	Desvio padrão amostral
\mathbf{S}	Matriz das covariâncias amostrais
\mathbf{S}^{-1}	Matriz inversa das covariâncias amostrais
S^2	Variância amostral
S_i^2	Variância da amostra i
\bar{S}^2	Média das variâncias de amostras
\bar{S}_j^2	Média das m variâncias de amostra para a característica j
$S_{p,i}^2$	Variância combinada de i amostras
S_{jh}	Covariância amostral entre as características j e h
S_{jkh}	Covariância entre as características da j e h na amostra k
$S_{pool,r}$	Matriz das covariâncias combinadas no instante r
SPC	Controlo Estatístico do Processo
SDJ	Sistema de Distribuições de Johnson
SDP	Sistema de Distribuições de Pearson
$SS(\phi, \theta)$	Soma dos quadrados dos resíduos
S_B, S_L, S_U	Famílias de distribuições de Johnson
T	<i>Target</i> – Valor nominal do processo
\mathbf{T}	Vector dos valores nominais da especificação para as p características da qualidade
T^2	Estatística multivariada de <i>Hottelling</i>
T_i^2	Valor da estatística de <i>Hottelling</i> determinada com base em todas as p variáveis à excepção da variável i
U_p	Percentil de 99,865% da distribuição de X
u	Número de defeitos por unidade
$Var(\phi_{kk})$	Variância de ϕ_{kk}
$Var(r_k)$	Variância de r_k
$Var(X)$	Variância da característica da qualidade X
V_L, V_U	Factores para a construção da carta R pelo método WV
\hat{v}	Valor estimado de $Var(r_k)$
WV	Variância Ponderada
W_L, W_U	Factores para a construção da carta X pelo método WV
X	Característica da qualidade

\mathbf{X}	Vector dos valores das p variáveis
\bar{X}	Média amostral
$\bar{\mathbf{X}}$	Vector média amostral
$\bar{\bar{X}}$	Vector da média amostral
$\overline{\bar{X}}$	Média das medianas
\bar{X}_j	Média das m observações para a característica da qualidade h
$\bar{\bar{X}}_j$	Média das médias das amostras para a característica h
X_{jk}	Observação k da característica da qualidade j
\bar{X}_{jk}	Média da característica de qualidade j na amostra h
\tilde{X}_i	Mediana da amostra i
X_i	Observação da característica X no instante i
X_{ij}	Observação j da amostra i
X_{ijk}	Observação i da característica da qualidade j na amostra k
\mathbf{X}_k	Vector média para as p médias de amostras para o instante k
$\bar{\mathbf{X}}_k$	Vector das médias das p características da amostra k
$X_{T+\tau}$	Valor de X para o instante $T + \tau$
$\hat{X}_{T+\tau}(T)$	Previsão realizada no instante T para o período $T + \tau$
X_t	Valor da característica X no instante t
\hat{X}_t	Valor previsto para X_t
Z	Variável Normal reduzida
α	Nível de significância; Risco tipo I (Risco do produtor)
α_i	Risco tipo I para a variável i
β	Risco tipo I (Risco do consumidor)
$\sqrt{\beta_1}$	Coeficiente de assimetria
β_2	Coeficiente de achatamento
$\beta_{\alpha;p/2, (m-p-1)/2}$	Percentil à direita da distribuição Beta, para uma probabilidade α e parâmetros $p/2$ e $(m - p - 1)/2$
χ^2	Estatística do Qui-Quadrado
$\chi^2_{\alpha;p}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado, para uma probabilidade α e parâmetro p
$\chi^2_{\alpha;\nu}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado, para uma probabilidade α e parâmetro ν
ε_t	Ruído branco ($\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$)
$\Phi(\bullet)$	Função de distribuição Normal
$\Phi^{-1}(\bullet)$	Inverso da função de distribuição Normal

$\Phi_p(B)$	Polinómio auto-regressivo de ordem p
ϕ_j	Parâmetro de ordem j no modelo AR ou $ARMA$
ϕ_{kk}	Coeficiente de auto-correlação parcial de ordem k
$\gamma, \eta, \lambda, \varepsilon$	Parâmetros do SDJ
γ_0	Auto-covariância de desfasamento $k = 0$
γ_k	Auto-covariância de desfasamento k
μ	Média do processo
$\boldsymbol{\mu}$	Vector média do processo
$\hat{\mu}$	Média do processo estimada
μ_i	Média do processo referente à característica i
μ_ω	Média da carta de controlo
ν	Número de graus de liberdade
θ_j	Parâmetro de ordem j do modelo MA ou $ARMA$
$\Theta_q(B)$	Polinómio de médias móveis de ordem q
Σ	Matriz das covariâncias para as p características
ρ_k	Coeficiente de correlação de desfasamento k ("lag k ")
σ	Desvio padrão do processo
σ^2	Variância do processo
$\hat{\sigma}$	Desvio padrão do processo estimado
σ_ε^2	Variância do erro ε
σ_i	Desvio padrão referente à característica i
σ_R	Desvio padrão da distribuição de amplitudes de amostras
σ_S	Desvio padrão da distribuição de desvios padrão de amostras
$\sigma_{\bar{X}}$	Desvio padrão da distribuição de médias de amostras
σ_ω	Desvio padrão da carta de controlo
ω	Estatística de uma carta de controlo
ξ	Parâmetro para a determinação da média do processo de um modelo $AR(p)$
$\Psi(B)$	Polinómio determinado através de $X_t = \Psi(B) \cdot \varepsilon_t$
Ψ_j	Coeficiente do polinómio $\Psi(B)$
∇	Operador de diferenças

Índice de Matérias

Capítulo 1 - Introdução.....	1
1.1 Enquadramento do Tema	1
1.2 Objectivos da Dissertação	2
1.3 Estrutura da Dissertação	2
Capítulo 2 - Controlo Estatístico do Processo	5
2.1 Introdução	5
2.2 Conceito de Qualidade e Evolução Histórica	5
2.3 Controlo Estatístico Univariado do Processo (Abordagem Tradicional)	7
2.3.1 Cartas de Controlo.....	8
2.3.2 Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo.....	10
2.3.3 Recolha dos Dados	12
2.3.4 Tipos de Cartas de Controlo	13
2.3.5 Cartas de Controlo de Variáveis	14
2.3.5.1 Fase I – Parâmetros do Processo não Conhecidos	14
2.3.5.1.1 Cartas de Controlo da Média e da Amplitude	14
2.3.5.1.2 Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão	15
2.3.5.1.3 Cartas de controlo da Média e da Variância	16
2.3.5.1.4 Cartas de Controlo da Mediana e da Amplitude	17
2.3.5.1.5 Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móvel	17
2.3.5.2 Estimação dos Parâmetros do Processo	18
2.3.5.3 Fase II – Parâmetros do Processo Conhecidos.....	19
2.4 Condições para a Aplicação das Cartas de Controlo	19
2.4.1 Aleatoriedade dos Dados	19
2.4.2 Independência dos Dados	20

2.4.2.1	Função de Auto-Correlação	20
2.4.2.2	Função de Auto-Correlação Parcial	22
2.4.2.3	Modelos ARIMA.....	23
2.4.2.3.1	Modelo $AR(p)$ (Auto-Regressivo de ordem p)	26
2.4.2.3.2	Modelo $MA(q)$ (Médias Móveis de ordem q)	26
2.4.2.3.3	Modelo $ARMA(p,q)$ (Modelo Misto Auto-Regressivo e de Média Móveis).....	27
2.4.2.3.4	Características teóricas dos gráficos das FAC e $FACP$ dos modelos ...	27
2.4.3	Normalidade dos Dados	27
2.4.3.1	Caracterização da Distribuição dos Dados	28
2.4.3.2	Método da Variância Ponderada.....	30
2.4.3.3	Transformação dos Dados.....	35
2.4.3.3.1	Transformação de Box Cox	35
2.4.3.3.2	Transformação segundo o Sistema de Distribuições de Johnson.....	36
2.5	Controlo Estatístico para Dados Auto-Correlacionados	40
2.5.1	Cartas de Shewhart para os Resíduos	41
2.5.2	Cartas de Shewhart para os Erros de Previsão	42
2.6	Capacidade do processo	44
2.6.1	Índices da Capacidade para Dados Normais	45
2.6.2	Índices de Capacidade para Dados Não Normais.....	47
2.6.2.1	Índices de Capacidade para o Método da Variância Ponderada.....	47
2.6.2.2	Índices de Capacidade baseados na Distribuição dos dados	47
2.7	Identificação e tratamento de <i>Outliers</i>	48
2.7.1	Método Iterativo de Identificação de <i>Outliers</i> e Estimação de Parâmetros.....	48
2.7.2	Método Iterativo MAD	51

2.8	Controlo Estatístico Multivariado do Processo	52
2.8.1	Cartas T^2 para Médias de Amostras.....	54
2.8.2	Cartas para Observações Individuais	56
2.8.3	Interpretação das Cartas T^2	58
2.8.3.1	Método Aplicado à Estatística d	58
2.8.4	Condições de Aplicabilidade.....	58
2.8.5	Capacidade Multivariada do Processo.....	59
2.8.5.1	Índices de Capacidade Multivariada	59
2.9	Conclusões.....	61
Capítulo 3 – Controlo Estatístico de “Pequenas Produções”		63
3.1	Cartas de Controlo Univariadas	63
3.1.1	Cartas de Controlo de Diferenças – Carta D	64
3.1.1.1	Cartas de Controlo da Média e da Amplitude	64
3.1.1.2	Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão	65
3.1.1.3	Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móveis..	65
3.1.2	Cartas de Controlo Z e W	65
3.1.2.1	Cartas de Controlo da Média e da Amplitude	66
3.1.2.2	Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão	67
3.1.2.3	Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móveis..	67
3.1.3	Cartas de Controlo Q	68
3.1.3.1	Cartas Q para Observações Individuais e Amplitudes Móveis	68
3.1.3.2	Cartas Q para a Média e Variância.....	69
3.2	Cartas de Controlo Multivariadas	70
3.2.1	Carta MQX	70
3.2.2	Carta MQX	71

Capítulo 4 - Caracterização da Empresa	73
4.1 Introdução.....	73
4.2 A empresa SUGALIDAL	73
4.3 Estrutura Organizacional da SUGALIDAL.....	74
4.4 Processo Produtivo.....	74
4.5 Qualidade na SUGALIDAL.....	77
Capítulo 5 - Parte Experimental	79
5.1 Introdução.....	79
5.2 Caracterização das Áreas Seleccionadas para o Estudo.....	79
5.2.1 Preparação de Fórmulas	79
5.2.2 Produto Acabado	80
5.3 Produtos e Características em Estudo.....	80
5.3.1 Preparação de Formulas	80
5.3.2 Produto Acabado	82
5.4 Recolha de dados.....	83
5.5 Análise de dados na Preparação de Fórmulas.....	84
5.5.1 Produtos A, B, C, D e E	84
5.5.1.1 Metodologia de Aplicação.....	84
5.5.1.2 Verificação da Independência dos dados	84
5.5.1.3 Verificação da Existência de Outliers.....	89
5.5.1.4 Fase I – Estudo Univariado.....	90
5.5.1.5 Fase II – Estudo Univariado.....	97
5.5.2 Produtos F, G, H, I e J	99
5.5.2.1 Metodologia de Aplicação.....	99
5.5.2.2 Cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ – Estudo Univariado	99

5.5.2.3	Carta <i>MQX</i> – Estudo Multivariado.....	101
5.5.2.4	Comparação entre as Cartas Q e <i>MQX</i>	103
5.6	Análise de dados do Produto Acabado	103
5.6.1	Produtos B, F e J	103
5.6.1.1	Metodologia de Aplicação.....	103
5.6.1.2	Verificação da Independência dos dados	104
5.6.1.3	Verificação da Existência de Outliers.....	107
5.6.1.4	Fase I – Estudo Univariado.....	108
5.6.1.5	Fase II – Estudo Univariado.....	112
5.6.1.6	Fase I – Estudo Multivariado	114
5.6.1.7	Fase II – Estudo Multivariado	118
5.7	Conclusões.....	120
5.7.1	Preparação de fórmulas	121
5.7.2	Produto Acabado	123
Capítulo 6	- Conclusões e Sugestões	125
6.1	Melhoria dos Processos na SUGALIDAL.....	125
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	126
Bibliografia	129
Anexo I - Tabelas	137
I.1	Factores de construção para as cartas de controlo	139
Anexo II - SUGALIDAL	141
II.1	Organigrama Geral.....	143
II.2	Fluxograma Geral dos Pontos Críticos de Controlo.....	144
Anexo III – Análise do Processo	145
Anexo IV – Verificação da Independência dos Dados	151

Anexo V – Modelos após Tratamento de Outliers	183
Anexo VI – Fase I na Preparação de Fórmulas	217
Anexo VII – Fase II na Preparação de Fórmulas	277
Anexo VIII – Produtos F, G, H, I e J.....	289
Anexo IX – Fase I no Produto Acabado.....	309
Anexo X – Fase II no Produto Acabado.....	345
Anexo XI – Fase I do Estudo Multivariado	355
Anexo XII – Fase II do Estudo Multivariado	365

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Representação da carta de controlo.	9
Figura 2.2 – Regras para a detecção de causas especiais (Norma ISO 8258:1991).....	11
Figura 2.3 – Função de Auto-Correlação Estimada (<i>FACE</i>).....	22
Figura 2.4 – Função de Auto-Correlação Parcial Estimada (<i>FACPE</i>).....	23
Figura 2.5 – Etapas da construção de um modelo <i>ARIMA</i>	25
Figura 2.6 – Capacidade do Processo.	44
Figura 2.7 – Modelo Iterativo de Detecção de <i>Outliers</i>	50
Figura 2.8 – Modelo Iterativo MAD.	52
Figura 2.9 – Região modificada do processo para $p = 2$	60
Figura 4.1 – Instalações Industriais da SUGALIDAL em Benavente.	73
Figura 4.2 – Áreas do conselho de Administração da SUGALIDAL.	74
Figura 4.3 – Representação esquemática do processo de produção.	75
Figura 4.4 – Enchimento e armazenamento na 1ª transformação.	75
Figura 4.5 – Enchimento na linha do vidro.	76
Figura 4.6 – Produto Acabado na linha do vidro.	76
Figura 4.7 – Laboratório de controlo de qualidade da SUGALIDAL.	77
Figura 4.8 – Microscópio do laboratório de controlo de qualidade.....	77
Figura 5.1 – Cozinha Industrial.	79
Figura 5.2 – Sala de fórmulas na cozinha industrial.	80
Figura 5.3 – Produtos e características na Preparação de Fórmulas.	81
Figura 5.4 – Produtos e características no Produto Acabado.....	82
Figura 5.5 – <i>FACE</i> referente à Característica 1 do Produto A.....	85
Figura 5.6 – <i>FACPE</i> referente à Característica 1 do Produto A.	85
Figura 5.7 – <i>FACE</i> dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto A.....	86

Figura 5.8 – FACPE dos resíduos à Característica 1 do Produto A.	87
Figura 5.9 - Carta de controlo \bar{x} – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto A...	91
Figura 5.10 - Carta de controlo \bar{x} – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto A.....	92
Figura 5.11 – Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto A.....	92
Figura 5.12 - Carta \bar{x} – MR aplicada aos resíduos transformados da Característica 1 do Produto A.....	94
Figura 5.13 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados para a Característica 1 do Produto A.....	95
Figura 5.14 - Carta dos Erros de Previsão referente à Característica 1 do Produto A.....	98
Figura 5.15 - Carta da Amplitude Móvel referente Característica 1 do Produto A.....	98
Figura 5.16 - Carta $Q(X)$ da Característica 4.....	100
Figura 5.17 - Carta $Q(MR)$ da Característica 4.....	100
Figura 5.18 - Carta multivariada MQ_X	102
Figura 5.19 - $FACE$ referente à Característica 1 do Produto B.....	104
Figura 5.20 - $FACPE$ referente à Característica 1 do Produto B.	105
Figura 5.21 - $FACE$ dos resíduos referente à Característica 1 do Produto B.....	106
Figura 5.22 - $FACPE$ dos resíduos referente à Característica 1 do Produto B.	106
Figura 5.23 – Carta \bar{x} – MR dos resíduos para a Característica 1 do produto B.....	109
Figura 5.24 – Carta de controlo \bar{x} – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto B.....	110
Figura 5.25 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto B.	110
Figura 5.26 - Carta dos Erros de Previsão referente à Característica 1 do Produto B.....	113
Figura 5.27 - Carta da Amplitude Móvel referente Característica 1 do Produto B.....	113
Figura 5.28 – Carta Multivariada (Fase I) do Produto B.	115
Figura 5.29 – Carta Multivariada (Fase I) do Produto B Revista.....	116

Figura 5.30 – Carta Multivariada (Fase II).....	119
Figura 5.31 – Carta Multivariada (Fase II – Continuação).....	119
Figura II.1 – Organigrama Geral da SUDALIDAL.....	143
Figura II.2 – Fluxograma de Produção com os Pontos Críticos de Controlo	144
Figura III.1 – Diagrama de <i>Ishikawa</i> para a Característica 1 na Preparação de Fórmulas.	147
Figura III.2 - Diagrama de Ishikawa para a Característica 2 na Preparação de Fórmulas..	148
Figura III.3 - Diagrama de Ishikawa para a Característica 6 na Preparação de Fórmulas..	149

Índice de Quadros

Quadro 2.1 – Regras da Norma ISO 8258:1991 para a detecção de causas especiais de variação.	12
Quadro 2.2 – Cartas de Controlo de Shewhart.	14
Quadro 2.3 – Valores da constante A_2	17
Quadro 2.4 – Estimadores dos parâmetros do processo.....	18
Quadro 2.5 – Limites das cartas de controlo de variáveis para a Fase II.	19
Quadro 2.6 – Características das FAC e $FACP$ dos vários modelos.....	27
Quadro 2.7 – Classificação de algumas distribuições segundo o SDP	30
Quadro 2.8 – Limites para as Cartas da Média e da Amplitude pelo método WV	31
Quadro 2.9 – Constante W_U para a carta WVX	32
Quadro 2.10 - Constante W_L para a carta WVX	32
Quadro 2.11 - Constante V_U para a carta WVR	33
Quadro 2.12 - Constante V_L para a carta WVR	34
Quadro 2.13 – Limites de Controlo para a Carta WVX e para a Carta WVR (Fase II).	34
Quadro 2.14 – Equações e Condições para as Famílias do SDJ	37
Quadro 2.15 – Limites de controlo das cartas dos Resíduos (Fase I).	42
Quadro 2.16 - Limites de controlo das cartas dos Erros de Previsão (Fase II).	44
Quadro 2.17 – Valores mínimos recomendados para os índices de capacidade do processo	46
Quadro 3.1 – Cartas de Controlo para Pequenas Produções.	63
Quadro 5.1 – Número de observações na Preparação de Fórmulas.....	81
Quadro 5.2 - Valores Standard das características na preparação de fórmulas.....	82
Quadro 5.3 – Valores das especificações para o Produto Acabado.....	83
Quadro 5.4 – Média referente à Característica 1 do Produto A.....	86
Quadro 5.5 - Parâmetros do modelo $AR(2)$ referentes à Característica 1 do Produto A.....	86

Quadro 5.6 – Resumo dos parâmetros dos modelos de cada uma das características.	88
Quadro 5.7 – Resumo dos parâmetros dos modelos após tratamento de <i>Outliers</i>	89
Quadro 5.8 - Resumo dos parâmetros dos modelos após tratamento de <i>Outliers</i> (Continuação)	90
Quadro 5.9 – Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 1 do Produto A Revista.....	91
Quadro 5.10 – Estudo da Normalidade para cada uma das características de cada Produto (Preparação de Fórmulas)	93
Quadro 5.11 – Localização dos percentis X_i na distribuição Normal reduzida.....	94
Quadro 5.12 – Cálculo de QR (“Quatile Ratio”).....	94
Quadro 5.13 – Parâmetros estimados da família S_U	94
Quadro 5.14 – Valores dos limites de especificação técnica dos resíduos e limites transformados.....	95
Quadro 5.15 – Percentis e Mediana, Família S_U	96
Quadro 5.16 – Índices de capacidade para a Característica 1 do Produto A.	96
Quadro 5.17 – Estudo da capacidade para as características que seguem uma distribuição Normal (Preparação de Fórmulas).....	96
Quadro 5.18 – Estudo da capacidade para as características que seguem uma distribuição Não Normal (Preparação de Fórmulas).	97
Quadro 5.19 – Estatísticas e Limites de Controlo para as cartas \bar{X} e MR dos erros de previsão.	97
Quadro 5.20 – Resumo da análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a Característica 1.....	100
Quadro 5.21 - Resumo da análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a Característica 2.....	101
Quadro 5.22 - Resumo da análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a Característica 4.....	101
Quadro 5.23 - Resumo da análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a Característica 6.....	101
Quadro 5.24 - Resumo da análise da carta $MQ_{\bar{X}}$	102
Quadro 5.25 – Média referente à Característica 1 do Produto B.....	105
Quadro 5.26 - Parâmetros do modelo $AR(2)$ referentes à Característica 1 do Produto B...	105

Quadro 5.27 - Resumo dos parâmetros dos modelos de cada uma das características.	107
Quadro 5.28 - Resumo dos parâmetros dos modelos após tratamento de Outliers.....	108
Quadro 5.29 – Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 1 do produto B Revista.....	109
Quadro 5.30 – Resumo do estudo de Normalidade para os vários produtos (Produto Acabado).	111
Quadro 5.31 – Parâmetros referentes à Característica 1 do produto B.	111
Quadro 5.32 – Estudo da capacidade para a Característica 1 do Produto B.....	111
Quadro 5.33 - Estudo da capacidade para as características que seguem uma distribuição Normal (Produto Acabado).	112
Quadro 5.34 - Estudo da capacidade para as características que seguem uma distribuição Não Normal (Produto Acabado).	112
Quadro 5.35 – Estatísticas e Limites de Controlo para as cartas \bar{e} – MR dos erros de previsão.	112
Quadro 5.36 – Elementos do vector média ($\bar{\mathbf{X}}$) do Produto B.	115
Quadro 5.37 – Elementos da matriz das covariâncias \mathbf{S} do Produto B.....	115
Quadro 5.38 – Variáveis para o método Aplicado à estatística d.	115
Quadro 5.39 – Método aplicado à estatística d.	115
Quadro 5.40 – Elementos do vector média ($\bar{\mathbf{X}}$) do Produto B Revisto.	116
Quadro 5.41 – Elementos da matriz das covariâncias \mathbf{S} do Produto B Revisto.....	116
Quadro 5.42 – Elementos do vector média ($\bar{\mathbf{X}}$) de cada produto.	117
Quadro 5.43 – Elementos da matriz das covariâncias \mathbf{S} de cada um dos produtos.	117
Quadro 5.44 – Especificações técnicas dos resíduos de cada produto.....	117
Quadro 5.45 – Limites do Processo.	118
Quadro 5.46 – Índices de Capacidade Multivariados.	118
Quadro 5.47 - Características Responsáveis pelas causas especiais de variação no Produto F.	119

Quadro 5.48 - Características Responsáveis pelas causas especiais de variação no Produto J.....	120
Quadro 5.49 – Características Responsáveis pelas causas especiais de variação no Produto B.....	120

Índice de Tabelas

Tabela I.1 – factores de construção de cartas para controlo de variáveis.	139
--	-----

Capítulo 1 - Introdução

O desenvolvimento do mundo industrial e a procura por uma melhoria contínua para produtos e processos levou à descoberta da importância da qualidade por parte das organizações. A estas é exigido produtos de qualidade, confiáveis e a um custo reduzido. Para satisfazer essas exigências, as organizações adoptaram novos processos e metodologias que permitam atingir níveis de produção excelentes a baixo custo. No mercado competitivo, só as empresas com uma boa estratégia, que consigam produzir “bem à primeira” e com qualidade sobrevivem.

Surge assim a estatística como ciência, proporcionando às organizações vários métodos de apoio ao conhecimento e desenvolvimento dos processos, fornecendo elemento à gestão de topo para que esta possa tomar decisões correctas e ponderadas. Durante o século XX, muitas ferramentas estatísticas de apoio às organizações foram desenvolvidas, tornando-se evidente a importância de uma análise estatística dos processos.

O Controlo Estatístico do Processo (SPC) ganha grande relevância como ferramenta de controlo dos processos, permitindo numa primeira fase o controlo, a verificação da estabilidade do processo, a estimação dos seus parâmetros e uma análise da capacidade do mesmo para produzir de acordo com as suas especificações técnicas. Numa segunda fase, esta ferramenta permite a monitorização do processo em tempo real, sendo possível identificar falhas e variações não desejáveis.

1.1 Enquadramento do Tema

Desde do início com Walter Shewhart, o Controlo Estatístico dos Processos, sofreu um grande desenvolvimento. O SPC tem como base as cartas de controlo, ou seja um gráfico que permite avaliar a estabilidade do processo. Inicialmente as cartas de controlo aplicavam-se a grandes produções, mas com o desenvolvimento dos sistemas produtivos e as necessidades do mercado, houve uma necessidade de adaptação e desenvolvimento desta ferramenta.

Actualmente, a produção realiza-se de acordo com as necessidades, filosofia *JIT*, permitindo uma redução dos desperdícios e minimizando os custos relacionados com stock. Houve também, a necessidade de adaptação das cartas de controlo a pequenas produções e a processos com poucos dados disponíveis, condição que até aqui não permitia a aplicação do controlo estatístico tradicional.

Na segunda metade de século XX, devido à complexidade dos produtos, surge na indústria a necessidade de controlo de várias características em simultâneo, para o efeito é desenvolvido o Controlo Estatístico Multivariado.

O presente estudo desenvolve-se no âmbito do Controlo Estatístico do Processo. A abordagem prática a esta temática foi desenvolvida na empresa SUGALIDAL – Indústrias de Alimentação, S. A.. Esta empresa destina-se à produção de derivados de tomate e é

constituída por duas fábricas sediadas na Azambuja e em Benavente. No entanto, o estudo desenvolveu-se na fábrica de Benavente.

Após a pesquisa sobre as várias metodologias e abordagens do SPC, procedeu-se à aplicação das técnicas mais apropriadas ao processo. O estudo desenvolveu-se em duas partes distintas da fábrica, abordando diversos produtos e analisando as características essenciais dos mesmos.

Tratando-se da indústria alimentar, onde a qualidade tem ainda um maior impacto, existe uma necessidade efectiva de controlo desde o início do processo. O SPC representa uma mais-valia, sendo uma ferramenta poderosa para o controlo de qualquer processo, permitindo uma redução da variabilidade e a detecção de causas especiais de variação.

1.2 Objectivos da Dissertação

O principal objectivo da presente dissertação centra-se na pesquisa e desenvolvimento de metodologias que permitam aplicar o controlo estatístico dos processos na SUGALIDAL. Ao longo deste estudo serão abordadas várias técnicas de controlo estatístico tendo em conta as características do processo e dos produtos. Inicialmente será desenvolvida uma pesquisa de conteúdos, nomeadamente na temática do controlo estatístico tradicional, no controlo de “Pequenas Produções” e no controlo estatístico multivariado. São ainda alvo de pesquisa, os pressupostos para a aplicação do controlo estatístico como a independência dos dados e a Normalidade.

Após a pesquisa de conteúdos, procede-se à aplicação prática do controlo estatístico do processo na SUGALIDAL. O controlo estatístico do processo será aplicado em duas fases do processo.

Numa primeira fase o controlo estatístico será aplicado na cozinha industrial. Nessa fase serão aplicados o controlo tradicional e o controlo de pequenas produções. No controlo tradicional pretende-se averiguar se os pressupostos de independência e Normalidade dos dados se verificam, analisar a estabilidade do processo, estimar os parâmetros, proceder a uma análise da capacidade e por fim monitorizar o processo em tempo real. Neste caso o controlo de pequenas produções será aplicado a produtos com poucos dados, o que impossibilita o controlo estatístico tradicional. Para estes produtos será efectuado o controlo estatístico multivariado para pequenas produções. Numa segunda fase, o controlo estatístico será aplicado na linha de produção, ou seja ao produto acabado. Aqui será aplicada a metodologia do controlo estatístico tradicional, mencionada anteriormente, sendo também aplicado o controlo estatístico multivariado.

Realizado o estudo prático será avaliado o processo e serão propostas medidas de melhoria.

1.3 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação divide-se por seis capítulos que se passam a descrever de forma sucinta.

O Capítulo 1, no qual se insere este texto, representa a introdução à dissertação, aqui é apresentado o enquadramento do tema e a sua relevância. São também apresentados os objectivos da dissertação e a estrutura da mesma.

No Capítulo 2, denominado por Controlo Estatístico do Processo, é apresentada uma abordagem teórica da temática em estudo. Dá-se início a este capítulo com a descrição do conceito de qualidade e a importância do SPC como ferramenta. Procede-se com a descrição da metodologia base do SPC, as cartas de controlo, dando ênfase aos pressupostos da independência e da Normalidade dos dados e expondo metodologias para o controlo estatístico quando estes não se verificam. Em seguida são apresentados vários índices para a análise da capacidade do processo. Referem-se, ainda, dois métodos para a identificação e tratamento de *Outliers*. Por fim, o capítulo termina com apresentação do controlo estatístico multivariado, nomeadamente as estatísticas de *Hotelling*, e é ainda apresentada a análise da capacidade para o estudo multivariado.

O Capítulo 3, designado como Controlo Estatístico de “Pequenas Produções”, destina-se à apresentação dos métodos de controlo das “pequenas produções”, referindo as cartas de diferenças, as cartas *Z/W* e ainda as Carta *Q*. É abordado ainda o controlo estatístico multivariado para “pequenas produções”.

O Capítulo 4 é denominado de “Caracterização da Empresa”, e faz uma breve descrição da empresa SUGALIDAL, onde foram aplicados os conceitos revistos e se realizou a investigação prática.

No Capítulo 5, denominado de “Parte Experimental”, são apresentados os processos em estudo e as características. Este capítulo contém os resultados obtidos com a aplicação das metodologias descritas no Capítulo 2 e Capítulo 3.

O Capítulo 6, designa-se por “Conclusões e Sugestões”, apresenta as conclusões finais retiradas da aplicação prática e sugestões a desenvolver neste âmbito para trabalhos futuros.

Capítulo 2 - Controlo Estatístico do Processo

2.1 Introdução

Este capítulo tem como objectivo apresentar os conceitos e técnicas necessários para a aplicação do Controlo Estatístico do Processo. O conceito de maior relevância será o conceito de Qualidade, assim como a sua evolução e relevância no mundo actual.

Após uma breve introdução, serão apresentadas algumas das técnicas estatísticas aplicadas na Gestão da Qualidade. Em seguida, é feita uma abordagem às Cartas de Controlo de Shewhart como elemento fundamental do Controlo Estatístico do Processo e todos os pressupostos em que se baseiam, nomeadamente a verificação da independência dos dados, dando ênfase também ao estudo de dados não Normais.

Objectivando o estudo desta dissertação, serão abordadas técnicas para o estudo de dados auto-correlacionados, com incidência nas cartas de controlos aplicadas. Serão também explorados métodos de detecção de *Outliers* em dados auto-correlacionados e dados independentes.

O Controlo Estatístico Multivariado representa uma mais-valia para as organizações, permitindo o estudo de várias características em simultâneo e eliminando possíveis análises erróneas.

Por fim, será abordado o conceito de capacidade e as várias análises possíveis. Este estudo, permite saber se o processo tem capacidade de produzir de acordo com as especificações técnicas do produto, traduzindo a comparação entre o intervalo de variação possível ao processo e a variação real do mesmo. Serão apresentados estudos univariados e multivariados de capacidade para os processos.

2.2 Conceito de Qualidade e Evolução Histórica

Desde sempre que a Qualidade está presente em praticamente todos os produtos e serviços, o estudo para o seu desenvolvimento e melhoria despertou o interesse de vários autores conduzindo a uma evolução histórica e levando a Qualidade até aos consumidores.

No início, a preocupação do Homem consistia em produzir artigos úteis e com características adequadas à sua funcionalidade, eram produzidos de forma caseira e para consumo próprio, escolhendo cuidadosamente os materiais de acordo com a utilidade das ferramentas a produzir. Com a necessidade de viver em comunidade formaram-se as primeiras populações e com estas a urgência de abastecimento de produtos (Pereira e Requeijo, 2008).

Durante muito tempo a indústria teve uma dimensão local traduzindo-se por artesãos que fabricavam os produtos nas suas oficinas e em consumidores que viviam por perto, na

vizinhança. A Qualidade era assegurada de acordo com a reputação do artesão e a inspecção realizava-se com base na aceitação do consumidor.

No século XIX com a Revolução Industrial à escala global e a produção em massa o grande foco, deixou de ser viável o ajuste do produto para torná-lo útil, sendo que as especificações deviam estar correctas o suficiente para não ser necessário ajustes. O produto era considerado de qualidade quando as suas características estavam dentro das tolerâncias acordadas. Tendo em conta a complexidade dos processos, a Qualidade era assegurada através da inspecção dos produtos à saída, considerada mais económica do que a intervenção no processo para prevenir defeitos (Mast, 2008).

Em simultâneo com o desenvolvimento da produção em massa, surgem a Estatística industrial e a Qualidade na engenharia como disciplinas. Em 1908, William Gosset publica um artigo onde estabelece as bases do t - teste. Este trabalho inspira homens como Ronald Fisher, Egon Pearson e Jerzy Neyman a conceber instrumentos para realizar experiências de comparação como testes de hipótese, análise de variância e de regressão (Mast, 2008).

Com a evolução dos sistemas produtivos e da concorrência entre empresas, a inspecção a 100% revela-se dispendiosa, consumindo muito tempo. A inspecção baseada em amostras revela-se necessária mas arriscada, podendo conduzir a erros optimistas ou pessimistas em relação a um lote. Em 1930, Harold Dodge, publica tabelas onde relaciona a dimensão da amostra com o risco que representa para o consumidor e para o produtor. Outra contribuição importante foi de Shewhart que elaborou um estudo científico no controlo de Qualidade, desenvolvendo uma ferramenta fácil de usar, as cartas de controlo (Mast, 2008).

No início da II Guerra Mundial, os Estados Unidos solicitam ao Dr. Deming conselhos no sentido de contribuir para o esforço da guerra. Este sugere a aplicação dos princípios do controlo estatístico da qualidade à produção do material de guerra (Gomes, 2004).

Após a Guerra, Deming e Juran são convidados a dar formação na indústria japonesa em métodos de controlo da Qualidade. Através da sua experiencia Deming desenvolve uma filosofia da qualidade expressa em 14 princípios, direccionada principalmente aos gestores (Gomes, 2004). Também Deming promove o PDCA (*plan-do-check-act*), um ciclo de melhoria contínua. Em 1979, Philip Crosby, escreve o livro *Quality Is Free*, com grande impacto, onde introduz o conceito de zero defeitos e afirma que a qualidade compensa sempre o investimento, desde que garanta uma boa produção à primeira (Mast, 2008).

Juran (1999), define qualidade sob dois aspectos, para o consumidor qualidade são produtos que contenham as características necessárias e lhe proporcione satisfação, para a empresa qualidade significa produzir sem defeitos. Outra importante contribuição foi a de Ishikawa, que desenvolve ferramentas de apoio à gestão da qualidade como o diagrama de causa-e-efeito e a ideia de círculos da qualidade. Ishikawa caracteriza gestão da qualidade como “desenvolvimento, produção e serviço de um produto, de forma económica, útil e satisfatória para o consumidor” (Gomes, 2004).

Taguchi analisa os custos da qualidade para a sociedade, defende que o *design* deve contribuir para uma produção com qualidade e sublinha os péssimos efeitos da variabilidade

(Gomes, 2004). Partilhando a mesma ideologia que Taguchi, Montgomery (2005), afirma que a qualidade é inversamente proporcional à variabilidade, ou seja, se a variabilidade nas características fundamentais do produto diminuir, a qualidade do produto vai aumentar.

Baseado nas filosofias de Deming e Juran, nasce em 1980, o conceito de Gestão pela Qualidade Total (*TQM – Total Quality Management*). É definido como uma estratégia de implementação e de gestão das actividades para uma melhoria da qualidade, mas com o envolvimento de todos os intervenientes na organização visando uma melhoria global e contínua (Montgomery, 2005).

Sempre no sentido da melhoria contínua da qualidade, ao longo do século XX, foram desenvolvidas as 14 ferramentas da qualidade (Fluxograma, Folhas de Registo e de Verificação, Diagrama de Pareto, Diagrama de Causa-e-Efeito, Histograma, Diagrama de Dispersão, Cartas de Controlo, Diagrama de Afinidades, Diagrama de Relações, Diagrama em Árvore, Diagrama Matricial, Matriz das prioridades, Gráfico de Decisão do Processo e Diagrama de Actividades). Os métodos estatísticos de apoio à qualidade também sofreram um grande desenvolvimento e ainda hoje desempenham um papel muito importante na melhoria contínua. Entre muitos há que dar relevância ao Desenho de Experiências, aos Métodos de Taguchi e ao Controlo Estatístico do Processo (Pereira e Requeijo, 2008).

Em 1987, a *International Organization for Standardization (ISO)*, desenvolve os primeiros *standards* internacionais sobre Sistemas da Qualidade, as normas ISO 9000. Estas normas aplicam-se a qualquer organização, existindo a ISO 9000:2005, a ISO 9001:2008 e a ISO 9004:2009.

Nas últimas décadas do século XX, muitas indústrias sofreram uma grande evolução e o factor competitividade passou a ser central. A indústria electrónica, automóvel e alimentar operavam com altos níveis de eficiência e qualidade, a falha de um destes requisitos podia significar o fracasso total do negócio. Em 1987, a Motorola lança o Programa Seis Sigma, com o objectivo de todos os processos atingirem um nível seis sigmas, ou seja seis vezes o desvio padrão entre a média e os limites de especificação do processo, permitindo o controlo e redução da variabilidade. A filosofia Seis Sigma não é uma abordagem totalmente nova, tendo como base as filosofias de Shewhart, Deming e Juran (Mast, 2008).

Em conjunto, todos estes autores deram um contributo para o desenvolvimento e melhoria da qualidade. No mundo onde a pressão da competitividade está presente no quotidiano das empresas, a Qualidade é uma aposta ganha.

2.3 Controlo Estatístico Univariado do Processo (Abordagem Tradicional)

O Controlo Estatístico de Processo, ou *SPC (Statistical Process Control)* surge em 1931, com Walter Shewhart. O *SPC* revelou-se como uma importante ferramenta no controlo dos processos, despertando o interesse de estudo por parte de vários autores como Duncan (1986), Juran e Gryna (1993), Wheeler (1995), Quesenberry (1997), Montgomery (2005), Oakland (2008), Pereira e Requeijo (2008), entre muitos outros.

Segundo Montgomery (2005), o SPC é um conjunto de instrumentos que têm como objectivo a resolução de problemas relacionados com a estabilidade do processo e melhoria da capacidade dos mesmos, através da redução da variabilidade.

Esta variabilidade deve-se a muitas fontes, sendo as principais, os equipamentos, as matérias-primas, a mão-de-obra, o meio ambiente, os métodos e a metrologia. Estas fontes podem resultar em causas de variação que se dividem em causas especiais e causas comuns. As causas especiais provocam um padrão de variações que varia com o tempo de forma imprevisível. As causas comuns produzem uma variação controlada com um padrão estável e consistente ao longo do tempo (Wheeler, 1995).

A redução das causas comuns requer um grande investimento, normalmente, só é possível introduzindo alterações no sistema de produção. As causas especiais de variação são detectadas pelos operadores no processo e imediatamente removidas.

O Controlo Estatístico do Processo pode ser aplicado a qualquer processo utilizando sete ferramentas principais: Histograma, Folhas de Registo e Verificação, Diagrama Causa e Efeito, Fluxograma, Diagrama de Dispersão e Cartas de Controlo. Estas ferramentas constituem uma parte importante do Controlo Estatístico do Processo. Mas para obter uma melhoria contínua da qualidade e da produtividade, é necessário o envolvimento de todos os elementos da organização visando o mesmo objectivo (Montgomery, 2005).

O principal objectivo do Controlo Estatístico do Processo é detectar a ocorrência de causas especiais de variação no processo, para que se possa investigar e introduzir acções correctivas, permitindo reduzir o fabrico de unidades não conformes. As ferramentas que melhor se adequam a este objectivo são as cartas de controlo. Estas permitem uma monitorização do processo em tempo real, podem ser utilizadas para estimar os parâmetros do mesmo e determinar a sua capacidade. As cartas de controlo são determinantes na redução da variabilidade (Montgomery, 2005).

2.3.1 Cartas de Controlo

As cartas de controlo foram desenvolvidas por Shewhart enquanto trabalhava na *Bell Telephone Laboratories*, apresentando este trabalho, em 1931 no seu livro *Economic Control Quality of Manufactured Product*.

Oakland (2008) faz uma comparação interessante entre as cartas de controlo e um sinal de trânsito, onde o funcionamento baseia-se em evidências tendo em conta amostras retiradas a intervalos aleatórios do processo. Ou seja, a luz verde é emitida quando o processo produz de acordo, apresentando as causas comuns intrínsecas ao processo. A luz amarela reflecte a possibilidade de ocorrência de um problema. E por fim, a luz vermelha indica que ocorreram causas especiais de variação e é necessário proceder a medidas correctivas.

As cartas de controlo aplicam-se para verificar a estabilidade do processo. Se a característica em análise apresentar uma distribuição de probabilidade que se mantém constante ao longo do tempo, o processo está sob controlo estatístico. Pelo contrário, se

esta distribuição variar ao longo do tempo, o processo encontra-se fora de controlo (Woodall, 2000).

A construção das cartas de controlo segue um modelo geral, onde a estatística (ω), referente a uma característica da qualidade segue uma evolução ao longo do tempo, é representada num gráfico com os limites superior (*LSC*) e inferior (*LIC*) de controlo e a linha central (*LC*). A Figura 2.1 representa um esquema de uma carta de controlo típica.

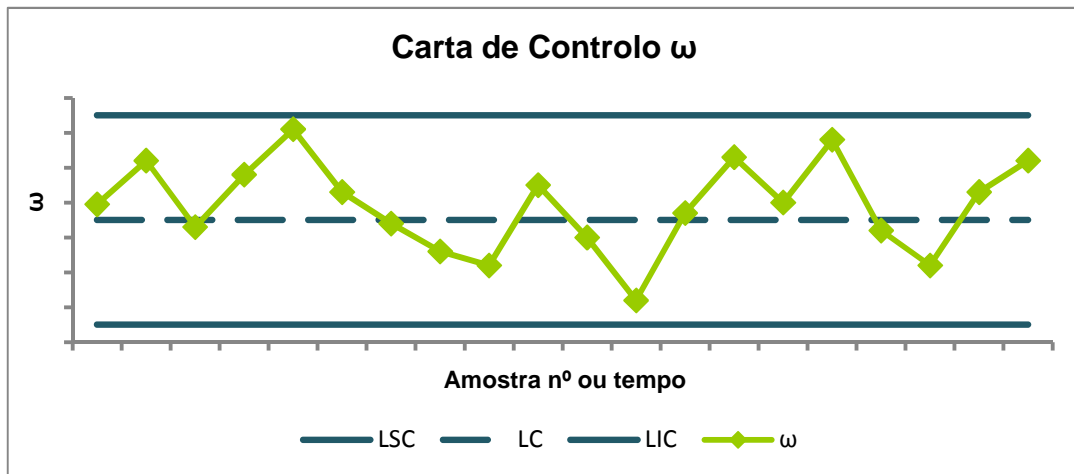


Figura 2.1 – Representação da carta de controlo.

Segundo Montgomery e Runger (2006), a linha central e os limites superior e inferior de controlo calculam-se mediante as seguintes expressões:

$$LSC = \mu_{\omega} + L\sigma_{\omega}$$

$$LC = \mu_{\omega} \tag{2.1}$$

$$LIC = \mu_{\omega} - L\sigma_{\omega}$$

onde, μ_{ω} representa a média da estatística ω e σ_{ω} o desvio padrão de ω . L é considerado como a distância dos limites de controlo à linha central em unidades de desvio padrão e normalmente considera-se $L=3$, dado que $\alpha = 0,27\%$. Considerando que as observações seguem uma distribuição Normal, a probabilidade de existir um ponto fora dos limites de controlo, quando o processo se encontra sob controlo estatístico, é de 0,27%, ou seja, a probabilidade de um ponto se situar dentro dos limites de controlo é de 99,73%.

No entanto, existe um risco associado à análise das cartas de controlo, e por isso, a escolha dos limites de controlo deve basear-se numa decisão devidamente ponderada. À probabilidade escolhida, está sempre associado a um risco que pode ser um risco tipo I ou um risco tipo II. O risco tipo I verifica-se quando se conclui que um processo está fora de controlo, quando na verdade este está sob controlo. Pelo contrário, o risco tipo II acontece quando se considera o processo sob controlo, quando este está fora de controlo. Sendo assim quando se afastam os limites de controlo da linha central, diminui a possibilidade de ocorrência de um erro tipo I, mas aumenta a probabilidade de ocorrência de um erro tipo II.

Autores como Quesenberry (1997) e Pereira e Requeijo (2008) consideram que o processo de implementação das cartas de controlo deve ser dividido em duas fases: Fase I e Fase II. A Fase I inicia-se quando ainda se desconhecem os parâmetros do processo, procede-se à recolha dos dados e constrói-se a carta de controlo. Nesta fase, quando verificada uma causa especial, o ponto responsável deve ser eliminado e construída uma carta de controlo revista. Porém, se ao longo da carta se verificaram vários pontos fora de controlo, devem ser investigadas e corrigidas as causas que conduziram a essa situação e posteriormente recolhidos novos dados. Quando o processo se encontrar sob controlo estatístico estima-se os parâmetros do processo (μ e σ) e procede-se à análise da capacidade. Concluída a Fase I e verificada a capacidade do processo para produzir de acordo com as especificações, segue-se para a Fase II. Na Fase II, as cartas de controlo têm como objectivo a monitorização do processo. Aqui a ocorrência de uma causa especial de variação deve ser investigada e implementadas medidas correctivas.

No entanto, Palm (2000) discorda com esta divisão do SPC, sugerindo que este se desenvolva em três Estados. O Estado A, correspondente ao início do processo e uma fase retrospectiva, seguindo-se o Estado B, ou seja um estado intermédio com o objectivo de melhoria, e por fim o Estado C, de monitorização do processo.

Ao longo dos anos, a aplicação das cartas de controlo à indústria ganhou grande popularidade, para isso contribuíram os seguintes factos (Montgomery, 2005):

1. As cartas de controlo são uma técnica para a melhoria da produtividade. Quando bem aplicadas, permitem reduzir desperdícios e evitar o “fazer de novo”, permitindo a redução de custos e uma maior capacidade de produção.
2. As cartas de controlo são eficazes na prevenção de erros. Se o processo estiver sob controlo, consequentemente será aplicada a filosofia “fazer bem à primeira”, reduzindo nos custos de selecção e reprodução.
3. As cartas de controlo evitam ajustes no processo desnecessários. Estas permitem distinguir entre “ruído de fundo” e uma variação anormal. Quando não existem as cartas de controlo, devido ao “ruído de fundo”, são efectuados ajustes no processo desnecessários. E estes podem resultar na deterioração do desempenho do processo.
4. As cartas de controlo fornecem informação de diagnóstico através do padrão dos dados. Conhecer os padrões contidos numa carta de controlo, permite implementar correcções no processo e melhorar o seu desempenho.
5. As cartas de controlo possibilitam a análise da capacidade do processo. Fornecendo informações sobre os parâmetros do processo.

2.3.2 Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo

Uma importante medida para avaliar o desempenho das cartas de controlo é dada pelo valor do *ARL* (*Average Run Length*). O *ARL* representa o número médio de pontos numa carta de controlo até existir um ponto fora de controlo (Montgomery, 2005).

Para obter uma avaliação correcta do desempenho do processo é necessário interpretar a situação em estudo. Quando o processo se encontra sob controlo, o valor do *ARL*_{Em Controlo}

deve ser o maior possível, pois o número de falsos alarmes diminui. Pelo contrário, quando o processo não se encontra sob controlo estatístico, o $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ deve ser o menor possível, permitindo detectar rapidamente alguma alteração no processo (Pereira e Requeijo, 2008).

Para os processos em que as observações são independentes e para as cartas de Shewhart, o $ARL_{Em\ Controlo}$ em função de α (probabilidade de ocorrer erro tipo I) e o $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ em função de β (probabilidade de ocorrer erro tipo II) são calculados a partir das equações (2.2) e (2.3) respectivamente.

$$ARL_{Em\ Controlo} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.2)$$

$$ARL_{Fora\ de\ Controlo} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (2.3)$$

Um dos objectivos das cartas de controlo é verificar a existências de padrões não aleatórios. Assim como um ponto fora dos limites de controlo, um padrão não aleatório também indica a existência de causas especiais de variação.

Com o objectivo de identificar padrão não aleatórios, a WesternElectric (1956) publica um livro onde constam oito regra que indicam a presença de causas especiais de variação. Ao longo dos anos as regras têm sido publicadas, mas não têm sofrido alterações. O presente estudo terá em consideração as regras da Norma ISO 8258:1991, apresentadas graficamente na Figura 2.2 e descritas no Quadro 2.1.

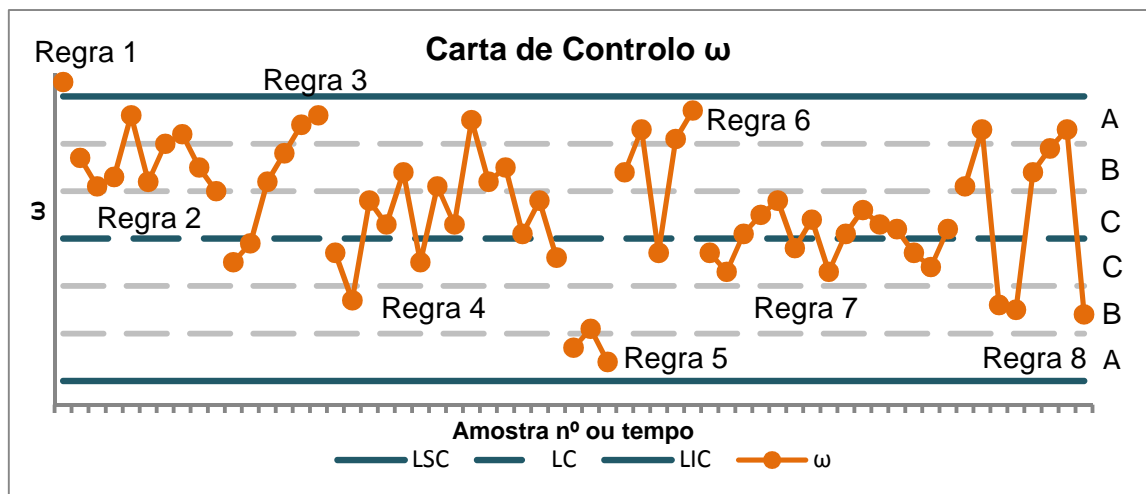


Figura 2.2 – Regras para a detecção de causas especiais (Norma ISO 8258:1991).

Quadro 2.1 – Regras da Norma ISO 8258:1991 para a detecção de causas especiais de variação.

Regras da Norma ISO 8258:1991	
Regra 1	Um qualquer ponto fora dos limites de acção (limites $\pm 3\sigma_\omega$)
Regra 2	Nove pontos consecutivos na zona C ou para além da zona C do mesmo lado da linha.
Regra 3	Seis pontos consecutivos no sentido ascendente e descendente.
Regra 4	Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente.
Regra 5	Dois de três pontos consecutivos na zona A, do mesmo lado da linha central.
Regra 6	Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, do mesmo lado da linha central
Regra 7	Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central.
Regra 8	Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C.

2.3.3 Recolha dos Dados

A recolha de dados é um ponto fulcral na construção das cartas de controlo. Uma recolha de dados feita de forma incorrecta pode levar a conclusões erradas no final do estudo.

As cartas de controlo baseiam-se numa recolha de dados de acordo com os subgrupos (amostras), denominação dada por Shewhart. Ou seja, as amostras são seleccionadas com o objectivo de maximizar a probabilidade de detectar as diferenças entre subgrupos, e minimizar a probabilidade de detectar diferenças dentro do próprio subgrupo. Existem vários métodos para a selecção de amostras. Segundo Montgomery (2005), num processo onde se pretenda estudar várias máquinas, deverá ser implementada uma carta de controlo para cada máquina. O mesmo raciocínio aplica-se a vários operadores na mesma máquina, pois só assim se evitará a mistura de populações.

Devido à especificidade de alguns processos, nem sempre é possível obter subgrupos. Assim, a análise deverá ser feita com base em observações individuais. Esta condição torna impossível o controlo da dispersão do processo pelo método tradicional. Perante estes casos, a dispersão é controlada com base na observação recolhida nesse instante, ou com observações de instantes anteriores, construindo a amplitude móvel.

Na Fase I é de extrema importância o número de apostas (m), a frequência da amostragem e a dimensão da amostra (n). Os limites das cartas de controlo, assim como a estimação dos parâmetros requerem um número suficiente de amostras para que estas sejam representativas do processo.

Muitos autores referem que no caso em que os dados são observações individuais, devem ser recolhidas no mínimo 100 observações. No entanto, Quesenberry (1997), estabelece uma relação entre o número de amostras e a dimensão da amostra, relação apresentada na

equação (2.4). Refere também que quando se estuda observações individuais, devem ser recolhidas no mínimo 300 observações.

$$m \geq \frac{400}{(n-1)} \quad (2.4)$$

A dimensão da amostra deve ser a maior possível, pois torna mais fácil a detecção da ocorrência de pequenas alterações no processo. Quanto à frequência de amostragem, devem ser recolhidas amostras o número suficiente de vezes e em intervalos adequados, para que sejam representativas do processo. Em grandes volumes de produção, é frequente retirarem-se amostras em intervalos curtos mas regulares (Pereira e Requeijo, 2008).

2.3.4 Tipos de Cartas de Controle

As cartas de controlo podem agrupar-se em duas famílias, as cartas de controlo de variáveis e as cartas de controlo de atributos.

As cartas de controlo de variáveis, são as cartas de controlo para características que podem ser medidas e expressas numa escala contínua. Para estas características da qualidade, devem ser construídas duas cartas, uma para controlar o parâmetro localização e outra para controlar o parâmetro dispersão da população.

No entanto, existem características que não podem ser medidas numa escala contínua e assumem apenas valores discretos, como unidades de produto não conforme ou número de defeitos. Neste caso constrói-se as cartas de atributos, onde é apenas construída uma carta.

Dentro das cartas de variáveis e das cartas de atributos, existe um conjunto de cartas a serem aplicadas conforme a natureza das características e a tipologia dos dados. As cartas usadas no controlo estatístico tradicional, para variáveis ou atributos, são apresentadas no Quadro 2.2.

Na presente dissertação só serão abordadas as cartas de controlo de variáveis, pois foram as utilizadas no caso prático em estudo.

Quadro 2.2 – Cartas de Controlo de Shewhart.

Cartas de Controlo	
Variáveis	Média e Amplitude Carta \bar{X} e Carta R
	Média e Desvio Padrão Carta \bar{X} e Carta S
	Média e Variância Carta \bar{X} e Carta S^2
	Mediana e Amplitude Carta \tilde{X} e Carta R
	Observações Individuais e Amplitudes Móveis Carta X e Carta MR
	Proporção de unidades não conformes Carta p
Atributos	Número de unidades não conformes Carta np
	Número de defeitos Carta c
	Número de defeitos por unidade Carta u

2.3.5 Cartas de Controlo de Variáveis

Sempre que seja economicamente viável e as características possam ser medidas numa escala contínua, as cartas de controlo de variáveis devem ser utilizadas em detrimento das cartas de atributos.

Para a aplicação das cartas de controlo de variáveis há que ter em conta a verificação de alguns pressupostos, como a normalidade e a independência dos dados. Quando se verifica que os dados são independentes, i.e., existe auto-correlação significativa dos dados, é necessário a aplicação de outras técnicas, que se abordam em 2.4.2. O mesmo se verifica se os dados não seguirem uma distribuição normal, este tema é abordado em 2.4.3.

2.3.5.1 Fase I – Parâmetros do Processo não Conhecidos

Na Fase I do processo determinam-se os limites de controlo, elaboram-se as cartas e estimam-se os parâmetros. Nesta fase, os limites de controlo são estimados com base nos dados recolhidos. Em seguida são apresentadas as cartas de controlo de variáveis referidas no Quadro 2.2, para dados independentes.

2.3.5.1.1 Cartas de Controlo da Média e da Amplitude

São as cartas mais básicas ao nível da construção. Para a carta da média (\bar{X}) e para a carta da amplitude (R) determinam-se os valores da média e da amplitude para cada amostra i , através das seguintes equações:

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij}}{n} \quad (2.5)$$

$$R_i = X_{max} - X_{min} \quad (2.6)$$

Nesta fase do controlo estatístico, os limites são calculados com base nos dados recolhidos. Os limites e a linha central da carta da média são calculados recorrendo à equação (2.7). Para a carta da amplitude os limites e a linha central são calculados com a equação (2.8).

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad (2.7)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

$$LSC_R = D_4 \bar{R}$$

$$LC_R = \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \quad (2.8)$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R}$$

Os valores de A_2 , D_3 e D_4 são calculados com base na dimensão da amostra e são obtidos através da Tabela I.1 do Anexo I.

2.3.5.1.2 Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão

Estas cartas aplicam-se quando a dimensão da amostra é superior a 10. Para a construção da carta da média (\bar{X}) determina-se a média de cada amostra recorrendo à equação (2.5). Para carta do desvio padrão, calcula-se o desvio padrão de cada amostra i através da equação (2.9).

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1}} \quad (2.9)$$

A linha central e os limites para a carta de controlo da média são calculados através da equação (2.10). Para o cálculo dos limites e da linha central da carta do desvio padrão recorre-se à equação (2.11). As constantes A_3 , B_3 e B_4 dependem da dimensão da amostra e encontram-se na Tabela I.1 do Anexo I.

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S}$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad (2.10)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{S}$$

$$LSC_S = B_4 \bar{S}$$

$$LC_S = \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \quad (2.11)$$

$$LIC_S = B_3 \bar{S}$$

2.3.5.1.3 Cartas de controlo da Média e da Variância

A carta da média (\bar{X}) apresenta para cada amostra i , a estatística obtida através da equação (2.5). A carta da variância controla a variância de cada uma das amostras, calculada com a equação (2.12).

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1} \quad (2.12)$$

Os limites de controlo e a linha central da carta da média são calculados a partir da equação (2.13). Para calcular os limites de controlo e a linha central da carta da variância recorre-se à equação (2.14), onde $\chi_{\alpha/2;n-1}^2$ e $\chi_{(1-\alpha/2);n-1}^2$ representam os valores superior e inferior da distribuição do χ^2 , com $n - 1$ graus de liberdade para um nível de significância α .

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}}$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (2.13)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}}$$

$$\begin{aligned}
 LSC_{S^2} &= \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{\alpha/2; n-1}^2 \\
 LC_{S^2} &= \bar{S}^2 \\
 LIC_{S^2} &= \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{(1-\alpha/2); n-1}^2
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

2.3.5.1.4 Cartas de Controlo da Mediana e da Amplitude

A carta de controlo da mediana representa uma alternativa quando a dimensão da amostra é reduzida, no entanto tem uma menor eficiência. Na carta da mediana representam-se as observações individuais de cada amostra e faz-se um círculo à volta da mediana de cada amostra (\tilde{X}_i), estes pontos são unidos. Para facilitar este procedimento utilizam-se amostras com um número ímpar de observações. A estatística para o controlo da carta da amplitude é determinada com a equação (2.6).

Os limites de controlo e a linha central para a carta da mediana determinam-se a partir da equação (2.15), onde os valores de \tilde{A}_2 estão representados no Quadro 2.3. Para a carta da amplitude recorre-se à equação (2.8) (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\begin{aligned}
 LSC_{\tilde{X}} &= \bar{\tilde{X}} + \tilde{A}_2 \bar{R} \\
 LC_{\tilde{X}} &= \bar{\tilde{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \tilde{X}_i}{m} \\
 LIC_{\tilde{X}} &= \bar{\tilde{X}} - \tilde{A}_2 \bar{R}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Quadro 2.3 – Valores da constante \tilde{A}_2 .

n	3	5	7	9
\tilde{A}_2	1,187	0,691	0,508	0,412

2.3.5.1.5 Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móvel

A carta de observações individuais (X) e das amplitudes móveis (MR) aplica-se quando a amostra é composta por uma única observação individual. A carta das observações individuais é composta pela observação verificada nesse instante. Para a construção da carta das amplitudes móveis utiliza-se duas observações consecutivas, com as quais é calculada a amplitude móvel através da equação (2.16).

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}| \tag{2.16}$$

O valor dos limites e da linha central da carta das observações individuais e da carta das amplitudes móveis são calculados através da equação (2.17) e (2.18), respectivamente. Os valores de d_2 , D_3 e D_4 dependem do número de observações utilizadas para calcular a amplitude móvel. Nesta dissertação utiliza-se duas observações para o efeito, logo recorre-se aos valores de d_2 , D_3 e D_4 , para $n = 2$, na Tabela I.1 do Anexo I.

$$LSC_X = \bar{X} + \frac{3 \overline{MR}}{d_2}$$

$$LC_X = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{m} \quad (2.17)$$

$$LIC_X = \bar{X} - \frac{3 \overline{MR}}{d_2}$$

$$LSC_{MR} = D_4 \overline{MR}$$

$$LC_{MR} = \overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^{m-1} MR_i}{m-1} \quad (2.18)$$

$$LIC_{MR} = D_3 \overline{MR}$$

2.3.5.2 Estimação dos Parâmetros do Processo

Concluída a Fase I do controlo estatístico, onde se verificou a estabilidade do processo, procede-se à estimação dos parâmetros, a média (μ) e o desvio padrão (σ). O Quadro 2.4 apresenta os estimadores para a média e desvio padrão de cada uma das cartas descritas anteriormente.

Quadro 2.4 – Estimadores dos parâmetros do processo.

Carta	Média (μ)	Desvio Padrão (σ)
Média e Amplitude Carta \bar{X} e R	$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$
Média e Desvio Padrão Carta \bar{X} e Carta S	$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$
Média e Variância Carta \bar{X} e Carta S^2	$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}}$	$\hat{\sigma} = \bar{S}^2$
Mediana e Amplitude Carta \tilde{X} e Carta R	$\hat{\mu} = \bar{\tilde{X}}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$
Observações Individuais e Amplitudes Móveis Carta X e Carta MR	$\hat{\mu} = \bar{X}$	$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$

2.3.5.3 Fase II – Parâmetros do Processo Conhecidos

Conhecidos os parâmetros do processo, pode dar-se início à Fase II do controlo estatístico do processo, a fase de monitorização. Para isso constrói-se novas cartas de controlo, onde os limites de controlo e a linha central são determinados a partir dos parâmetros do processo estimados na Fase I. No entanto, se a dimensão da amostra se mantiver os limites de controlo e a linha central utilizados na Fase I podem utilizar-se na Fase II. O Quadro 2.5 apresenta os limites de controlo e a linha central, para cada uma das cartas, estimados através dos parâmetros do processo.

Quadro 2.5 – Limites das cartas de controlo de variáveis para a Fase II.

Carta		LIC	LC	LSC
Média e Amplitude	\bar{X}	$\mu - A\sigma$	μ	$\mu + A\sigma$
	R	$D_1\sigma$	$d_2\sigma$	$D_2\sigma$
Média e Desvio Padrão	\bar{X}	$\mu - A\sigma$	μ	$\mu + A\sigma$
	S	$B_5\sigma$	$c_4\sigma$	$B_6\sigma$
Média e Variância	\bar{X}	$\mu - A\sigma$	μ	$\mu + A\sigma$
	S^2	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi^2_{(1-\alpha/2);n-1}$	σ^2	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi^2_{\alpha/2;n-1}$
Mediana e Amplitude	\tilde{X}	$\mu - A\sigma$	μ	$\mu + A\sigma$
	R	$D_1\sigma$	$d_2\sigma$	$D_2\sigma$
Observações Individuais e Amplitudes Móveis	X	$\mu - 3\sigma$	μ	$\mu + 3\sigma$
	MR	$D_1\sigma$	$d_2\sigma$	$D_2\sigma$

Os valores de A , B_4 , B_5 , D_1 e D_2 só dependem na dimensão da amostra (Tabela I.1 do Anexo I).

2.4 Condições para a Aplicação das Cartas de Controlo

Para a aplicação das cartas anteriormente descritas, é necessário que a característica da qualidade em estudo siga alguns pressupostos. Ou seja, para que se possa retirar conclusões correctas do estudo, os dados da característica devem ser aleatórios, independentes e devem seguir uma distribuição Normal com média μ e variância σ^2 .

2.4.1 Aleatoriedade dos Dados

A aleatoriedade dos dados acontece quando estes não descrevem um comportamento previsível. A não aleatoriedade dos dados pode acontecer devido a vários factores, como a mistura de populações, a existência de correlação, entre outros. Para a verificação da aleatoriedade dos dados, Pereira e Requeijo (2008) apresentam vários métodos, o Teste de

Sequências, o Teste de Sequências Ascendentes e Descendentes e o Teste Modificado do Quadrado Médio das Diferenças Significativas.

2.4.2 Independência dos Dados

A independência dos dados é um pressuposto fundamental para a aplicação do controlo estatístico. Quando se afirma que os dados não são independentes é equivalente a dizer que estes são auto-correlacionados, e pode dever-se a factores como a não aleatoriedade dos dados ou até mesmo à própria dinâmica dos processos. A não independência dos dados significa que existe auto-correlação entre os mesmos, ou seja, o valor que uma variável toma num instante depende do seu valor no instante anterior ou de outros instantes desfasados de forma constante.

Ao existir auto-correlação e se o estudo considerar que as observações são independentes, os limites das cartas de controlo e os parâmetros do processo serão estimados de forma incorrecta. Ao não considerar a auto-correlação, haverá uma diminuição do $ARL_{Em\ Controlo}$, ou seja, um aumento do número de falsos alarmes (Pereira e Requeijo, 2008).

Segundo Alwan e Roberts (1988), a auto-correlação no processo pode induzir padrões não aleatórios, esta situação dificulta o reconhecimento do estado de controlo estatístico e dos eventuais desvios que possam ocorrer, impossibilitando a distinção entre causas comuns e causas especiais de variação.

Nos processos químicos é frequente que as características do processo ou dos produtos apresentem auto-correlação. Estes processos de fabrico estão sujeitos a elementos de inércia que provocam uma dinâmica nas características e o intervalo de amostragem revela-se pequeno em relação a essas forças, conduzindo a que as observações sejam correlacionadas ao longo do tempo (Montgomery, 2005).

Quando se depara com uma situação de auto-correlação é necessário uma análise cuidadosa do processo. Existe duas situações distintas, que requerem análises diferentes, quando se verifica que os dados do processo são auto-correlacionados. Quando a auto-correlação dos dados é natural e imutável ao processo, as cartas tradicionais de controlo estatístico não são úteis, sendo necessária a adopção de novas metodologias. Mas a auto-correlação num processo pode ser um sintoma de causas especiais de variação, e nesse caso as cartas de controlo devem ser aplicadas para detectarem essa situação (Gilbert *et al.*, 1997).

Para verificar a existência de auto-correlação significativa aplica-se a *Função de Auto-Correlação (FAC)* e a *Função de Auto-Correlação Parcial (FACP)*. Verificada a auto-correlação, serão aplicadas cartas de controlo para dados auto-correlacionados.

2.4.2.1 Função de Auto-Correlação

A existência de dados auto-correlacionados manifesta-se através da correlação entre observações e pode ser entre observações sucessivas ou então desfasadas de k instantes, a esta última chama-se auto-correlação de desfasamento k ("lag k "). Ao conjunto dos

coeficientes de auto-correlação ρ_k , chama-se Função de Auto-Correlação. Este coeficiente de auto-correlação é obtido através da equação (2.19), e é o coeficiente entre a covariância das observações desfasadas de k instantes ($Cov(X_t, X_{t+k})$) e a variância de X (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{Var(X)} \quad (2.19)$$

Como não se conhece a função de auto-correlação, esta tem de ser estimada tendo em conta os valores que a variável X apresenta ($X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, X_N$). O estimador da função de auto-correlação é dado por r_k e determina-se com a equação (2.20). Ao conjunto de estimadores r_k dá-se o nome de *Função de Auto-Correlação Estimada* (*FACE*).

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2} \quad (2.20)$$

Para verificar se existe auto-correlação dos dados de determinada variável, constrói-se um gráfico da *FACE*, este gráfico é normalmente chamado de Correlograma. Os valores da função de auto-correlação podem variar entre 1 e -1, quanto maior for o valor absoluto, maior é a correlação entre os dados, quando o coeficiente de correlação toma o valor zero, verificar-se a independência das variáveis.

No entanto o critério de decisão, se existe auto-correlação significativa ou não, consiste em verificar se os valores do gráfico da *FACE* pertencem a um determinado intervalo de confiança, determinado com a equação (2.21).

$$-Z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{v}} \leq r_k \leq Z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{v}} \quad (2.21)$$

Este intervalo de confiança determina-se a partir do valor esperado e da variância de r_k , onde $E(r_k) \approx 0$ e $Var(r_k)$ calcula-se recorrendo à equação (2.22) (Box et al., 2008).

$$Var(r_k) \approx \frac{1}{N} \sum_{v=-\infty}^{+\infty} (\rho_v^2 + \rho_{v+k}^2 - 4\rho_k\rho_v\rho_{v-k} + 2\rho_v^2\rho_k^2) \quad (2.22)$$

Para estimar a $Var(r_k)$ recorre-se à equação (2.23).

$$\hat{v} = Var(\hat{r}_k) \approx \frac{1}{N} \left(1 + 2 \sum_{v=1}^{k-1} r_v^2 \right) \quad (2.23)$$

A Figura 2.3 apresenta um gráfico exemplificativo de uma *FACE*, onde os dados são auto-correlacionados pois existem valores de r_k fora do intervalo de confiança.

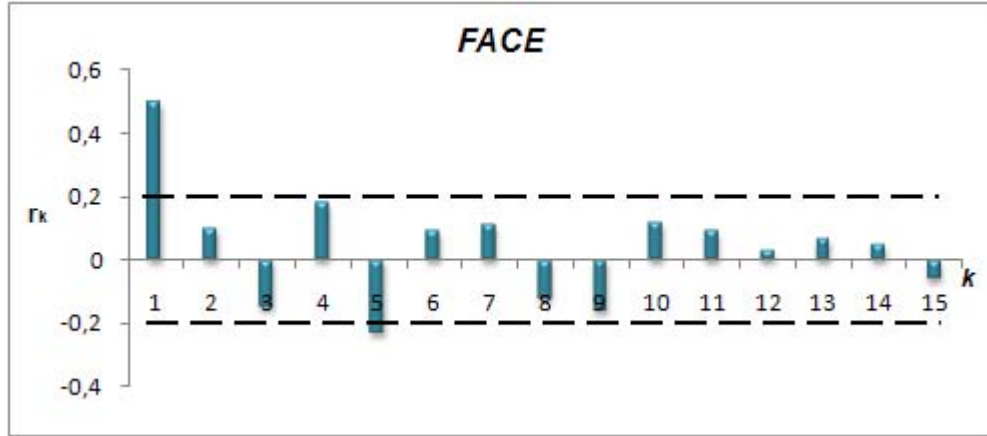


Figura 2.3 – Função de Auto-Correlação Estimada (FACE).

2.4.2.2 Função de Auto-Correlação Parcial

A Auto-Correlação Parcial é definida como a correlação entre X_t e X_{t+k} , mas sem os efeitos das observações $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$. O coeficiente de correlação parcial será definido por ϕ_{kk} , e ao conjunto de ϕ_{kk} dá-se o nome de *Função de Auto-Correlação Parcial (FACP)*. A FACP permite a escolha do modelo ARIMA que melhor se ajusta aos dados do processo (Box et al., 2008). Os modelos ARIMA serão apresentados em detalhe no ponto 2.4.3, assim como a modelação de um processo não estacionário.

Considerando o modelo $AR(p)$ (auto-regressivo de ordem p), determina-se a auto-correlação recorrendo às equações de Yule-Walker:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

ou,

$$\Phi_k = P_k^{-1} \rho_k \quad (2.25)$$

A auto-correlação parcial é estimada, visto que os coeficientes ϕ_{kk} não são conhecidos. Substituindo na equação (2.24) os valores de ρ_k pelos valores estimados r_k obtém-se as estimativas $\hat{\phi}_{11}, \hat{\phi}_{22}, \hat{\phi}_{33}, \dots$, que em conjunto formam a *Função de Auto-Correlação Parcial Estimada (FACPE)*. Segundo Murteira et al. (1993), este calculo pode tornar-se exaustivo e sugere uma outra alternativa utilizando a equação (2.26).

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \cdot \hat{\rho}_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \cdot \hat{\rho}_j} \quad (2.26)$$

Em processos $AR(p)$, os coeficientes de auto-correlação parcial distribuem-se, aproximadamente, segundo uma distribuição Normal com média igual a zero e variância

$Var(\hat{\phi}_{kk})$ (Quenouil, 1949). A verificação da existência de auto-correlação parcial é análoga à de auto-correlação. Para verificar a auto-correlação parcial é necessário testar se todos os valores de ϕ_{kk} são significativamente diferentes de zero através do intervalo de confiança, determinado com a equação (2.27).

$$-Z_{\alpha/2}\sqrt{Var(\hat{\phi}_{kk})} \leq \hat{\phi}_{kk} \leq Z_{\alpha/2}\sqrt{Var(\hat{\phi}_{kk})} \quad (2.27)$$

Onde o valor da variância, para N número de observações, é dado por:

$$Var(\hat{\phi}_{kk}) \approx \frac{1}{N}, \quad k > p \quad (2.28)$$

A Figura 2.4 apresenta um gráfico da FACPE, onde se verifica a existência de auto-correlação parcial significativa, pois existem valores de ϕ_{kk} fora do intervalo de confiança.

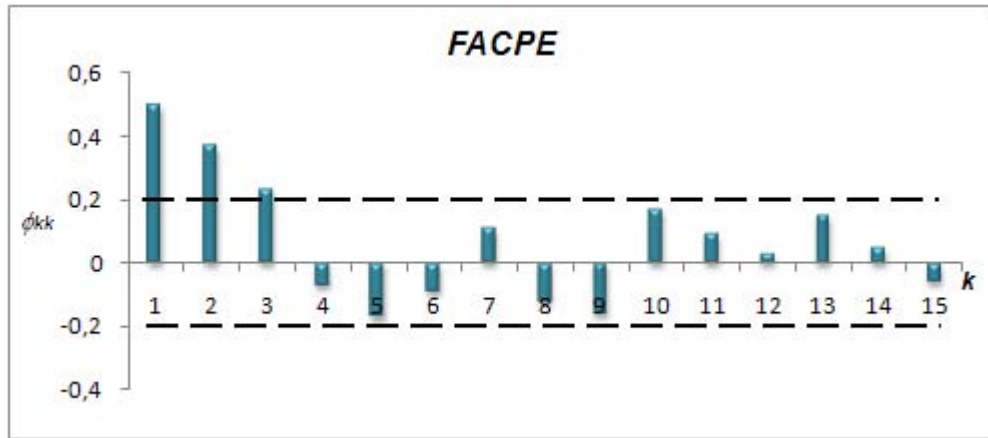


Figura 2.4 – Função de Auto-Correlação Parcial Estimada (FACPE).

2.4.2.3 Modelos ARIMA

Os modelos ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) surgem da necessidade de modelar um processo, cujos dados se verificam auto-correlacionados. Desenvolvidos por Box *et al.* (2008), os modelos ARIMA, permitem a modelação e análise de sucessões cronológicas. Autores como, Murteira *et al.* (1993), Shumway e Stoffer (2000), Wei (2005), Morettin e Toloi (2006) e Pereira e Requeijo (2008), têm desenvolvido estudos no sentido de compreender e divulgar este tema.

Os modelos tradicionais, ou determinísticos, não permitem o estudo das sucessões cronológicas, estes estudam variáveis mensuráveis mas sem recorrer à parte probabilística. Analisando o mundo real, constata-se que grande parte dos fenómenos são dinâmicos e necessitam de um estudo sob forma de uma série temporal, surge assim os modelos estocásticos.

Os modelos estocásticos definidos por uma série temporal podem ser estacionários ou não estacionários. Um processo é estacionário quando ao efectuar um deslocamento no tempo

das suas variáveis, estas apresentam a mesma distribuição. Um processo não estacionário, não verifica esta condição, um desfasamento das variáveis no tempo implica uma alteração nos parâmetros do processo (média e/ou variância).

Os modelos ARIMA possuem 3 componentes, a componente auto-regressiva de ordem p , componente de diferenciação d e componente de médias móveis de ordem q . Os modelos ARIMA podem definir-se através da equação (2.29), sendo que, B representa o operador de desfasamentos, ∇ o operador de diferenças, X_t a observação no instante t , ε_t representa o ruído branco no instante t ($\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$), $\Phi_p(B)$ o polinómio auto-regressivo de ordem p e $\Theta_q(B)$ o polinómio de média móveis de ordem q .

$$\Phi_p(B)\nabla^d X_t = \Theta_q(B)\varepsilon_t \quad (2.29)$$

onde,

$$\Phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \quad (2.30)$$

$$\Theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad (2.31)$$

$$B = \frac{X_{t-1}}{X_t} \quad (2.32)$$

$$\nabla = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_t} = 1 - B \quad (2.33)$$

Se um modelo é estacionário, realiza-se o ajustamento da série temporal com um modelo $ARMA(p, q)$. Quando se verifica que o processo não é estacionário, aplica-se o operador de diferenças para transformar a variável X numa variável estacionária Y , definida por $Y_t = \nabla^d X_t$ no instante t .

Para se determinar o melhor modelo $ARIMA$ para o processo em estudo utiliza-se um método iterativo, baseado nos desenvolvimentos de Box *et al.* (2008). Esta metodologia foi alvo de estudo de Requeijo (2004), e divide-se em quatro etapas, a Identificação, Estimação, Validação e Previsão. A Figura 2.5 apresenta a metodologia assim como as suas etapas para a construção de um modelo $ARIMA$.

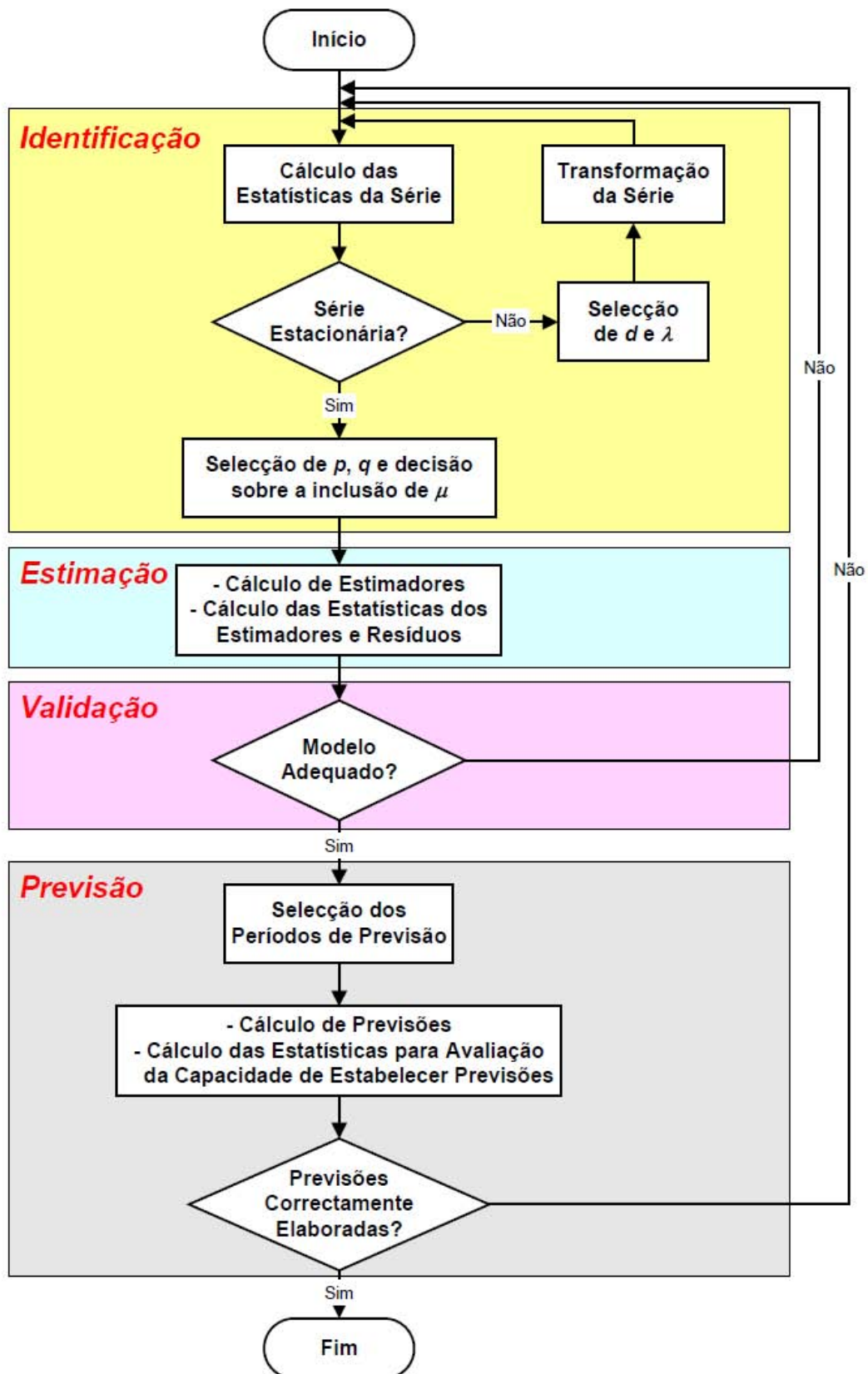


Figura 2.5 – Etapas da construção de um modelo ARIMA (Requeijo, 2004).

2.4.2.3.1 Modelo $AR(p)$ (Auto-Regressivo de ordem p)

O modelo auto-regressivo pode ser definido pela equação (2.34), a sua média calcula-se recorrendo à equação (2.35) e a variância com a equação (2.36). O modelo pode ser identificado através das *FAC*, quando esta apresenta um decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero. A ordem do modelo determina-se recorrendo à *FACP*, que apresenta picos significativos através de desfasamentos p .

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.34)$$

$$E(X) = \mu = \frac{\xi}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad (2.35)$$

$$Var(X) = \gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \sum_{j=1}^p \rho_j \phi_j} \quad (2.36)$$

Onde

- ξ - parâmetro para determinação da média do processo
- ϕ_j - parâmetro de ordem j da componente auto-regressiva
- ρ_j - coeficiente de correlação de desfasamento j
- X_{t-p} - variável no instante $t - p$
- μ - média do processo
- ε_t - resíduo ou erro de previsão no instante t
- σ_ε^2 - variância de erro ε

2.4.2.3.2 Modelo $MA(q)$ (Médias Móveis de ordem q)

O modelo de médias móveis pode ser descrito pela equação (2.37), para determinar a média recorre-se à equação (2.38), a variância determina-se com a equação (2.39). Para este modelo, o gráfico da *FAC* deve apresentar um decréscimo muito significativo a partir de $lag(q)$, identificando a ordem do modelo. A *FACP* deverá apresentar um decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero.

$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.37)$$

$$E(X) = \mu \quad (2.38)$$

$$Var(X) = \gamma_0 = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{j=1}^q \theta_j^2 \quad (2.39)$$

onde

θ_j - parâmetro de ordem j da componente das médias móveis

ε_{t-q} - resíduo ou erro padrão no instante $t - q$

2.4.2.3.3 Modelo $ARMA(p,q)$ (Modelo Misto Auto-Regressivo e de Média Móveis)

O modelo $ARMA(p,q)$ surge da junção dos dois modelos vistos anteriormente, o modelo Auto-Regressivo $AR(p)$ e o modelo de Médias Móveis $MA(q)$. O modelo $ARMA(p,q)$ é definido pela equação (2.40), a sua média é dada pela equação (2.35) e a variância pela equação (2.41). Os gráficos da FAC e $FACP$ de um modelo $ARMA(p,q)$, apresentam ambos, um decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero, este decréscimo pode ser positivo, negativo ou alternado.

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.40)$$

$$Var(X) = \gamma_0 = \sum_{j=1}^p \phi_j \gamma_j - \theta_1 \gamma_{X\varepsilon}(-1) - \dots - \theta_q \gamma_{X\varepsilon}(-q) + \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.41)$$

2.4.2.3.4 Características teóricas dos gráficos das FAC e $FACP$ dos modelos

O Quadro 2.6 apresenta um resumo das características teóricas que os gráficos da FAC e da $FACP$ apresentam para cada modelo.

Quadro 2.6 – Características das FAC e $FACP$ dos vários modelos.

Processo	FAC	$FACP$
$AR(p)$	Decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero	Picos significativos através de defasamentos lag(p)
$MA(q)$	Picos significativos através de defasamentos lag(q)	Decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero
$ARMA(p,q)$	Decréscimo exponencial, positivo ou negativo ou ainda alternado, sem nunca atingir o zero	

2.4.3 Normalidade dos Dados

Um importante pressuposto na aplicação do controlo estatístico do processo baseado nas cartas tradicionais de Shewhart é a Normalidade. Ou seja, as características em estudo às quais se aplicarão as cartas de controlo devem seguir uma distribuição Normal. A falha deste pressuposto pode levar a conclusões erradas sobre o desempenho do processo.

A não Normalidade dos dados pode representar a existência de erros quando da análise das cartas de controlo. Um dos erros possíveis será a possibilidade de se verificar causas especiais de variação, quando estas não existem, representando um falso alarme. O outro erro será a situação contrária, não detectar a ocorrência de causas especiais de variação. A aplicação do controlo estatístico tradicional a dados não Normais pode ainda levar a conclusões incorrectas sobre a capacidade do processo. Vários autores têm desenvolvido diversos estudos na área do controlo estatístico para dados não Normais, entre os quais Burr (1967), Chan *et al.* (1988), Schoonhoven e Does (2009) e Amhemad (2010).

Após várias experiências, Shewhart, conclui que para amostras que tenham dimensão superior ou igual a quatro, a distribuição das médias da amostra é aproximadamente Normal. Esta conclusão provém do Teorema do Limite Central, e quando se verifica não é necessária a verificação da Normalidade dos dados (Spedding e Rawlings, 1994).

Para a verificação da Normalidade existem muitos testes que podem ser aplicados, no entanto, o teste de *Qui-Quadrado* e o teste de *Kolmogorov-Smirnov* são os mais utilizados no estudo do SPC. Relativamente a estes dois testes, o teste de *Kolmogorov-Smirnov* apresenta algumas vantagens: para uma distribuição de população contínua com parâmetros e forma conhecidos, a distribuição da estatística de teste é definida de forma rigorosa, o *Qui-Quadrado* apresenta apenas uma distribuição aproximada; o teste de *Kolmogorov-Smirnov* é mais potente na maioria das situações, no entanto este teste impõe distribuições contínuas e completamente especificadas, apresentando uma desvantagem (Pereira e Requeijo, 2008).

No SPC quando a dimensão da amostra é inferior a quatro, ou os dados são observações individuais, o estudo da Normalidade revela-se de grande importância. Quando, após efectuados os testes mencionados, não se verifica a Normalidade dos dados é necessário o estudo de novas metodologias:

- Caracterização da Distribuição dos Dados;
- Método da Variância Ponderada;
- Transformação dos Dados (transformação de Box-Cox ou transformação pelo *Sistema de Distribuições de Johnson (SDJ)*).

Em seguida estes métodos serão abordados em detalhe, dando mais ênfase à transformação pelo *Sistema de Distribuições de Johnson (SDJ)*, pois foi o método aplicado na presente dissertação. Com este método é possível obter uma variável Z com distribuição aproximadamente Normal. A partir dos dados transformados constrói-se as cartas de controlo apresentadas no ponto 2.3.5.

2.4.3.1 Caracterização da Distribuição dos Dados

Quando se verifica a não Normalidade dos dados, umas das possíveis metodologias é a identificação e caracterização da distribuição que estes apresentam. Esta metodologia baseia-se no cálculo de estatísticas para estimar os parâmetros do processo, permitindo caracterizar a distribuição dos dados. O *Sistema de Distribuições de Pearson (SDP)* é um

dos métodos de maior importância e tem como base os quatro primeiros momentos da distribuição: a Média, a Variância, o Coeficiente de Assimetria e o Coeficiente de achatamento.

O Sistema de Distribuições de Pearson tem sido alvo de estudo por parte de vários autores como Andreev *et al.* (2005, 2007) que realizaram diversos desenvolvimentos nesta área, onde referem que Pearson elaborou um conjunto de funções de densidade de probabilidade como solução para a equação diferencial representada na equação (2.42).

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{x - a}{b_0 + b_1x + b_2x^2} \quad (2.42)$$

Onde a , b_0 , b_1 e b_2 são os parâmetros da distribuição. Estes parâmetros calculam-se com base dos momentos centrais (μ_1, \dots, μ_4), através das equações (2.43), (2.44), e (2.45). Nestas equações β_1 e β_2 representam o coeficiente de assimetria e o coeficiente de achatamento.

$$b_1 = a = -\frac{\mu_3(\mu_4 + 2\mu_2^2)}{A} = -\frac{\mu_2^{1/2}\beta_1(\beta_2 + 3)}{A'} \quad (2.43)$$

$$b_0 = -\frac{\mu_2(4\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2)}{A} = -\frac{\mu_2(4\beta_2 - 3\beta_1^2)}{A'} \quad (2.44)$$

$$b_2 = -\frac{(2\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2 - 6\mu_2^3)}{A} = -\frac{(2\beta_2 - 3\beta_1^2 - 6)}{A'} \quad (2.45)$$

Para o cálculo das equações anteriores é necessário recorrer às equações seguintes:

$$\beta_1^2 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} \quad (2.46)$$

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \quad (2.47)$$

$$A = 10\mu_4\mu_2 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2 \quad (2.48)$$

$$A' = 10\beta_2 - 18 - 12\beta_1^2 \quad (2.49)$$

O Quadro 2.7 apresenta a classificação segundo o *SDP* de algumas das distribuições mais comuns.

Quadro 2.7 – Classificação de algumas distribuições segundo o SDP (Pereira e Requeijo, 2008).

Designação Comum	Designação segundo o SDP	Características
Beta	Tipo I	$\beta_2 = -1,2$
Uniforme	Tipo II	
Gama	Tipo III	
Qui-Quadrado	Tipo III	
Normal	Tipo VII	$\sqrt{\beta_1} = 0$ e $\beta_2 = 3$
t-Student	Tipo VII	
Exponencial	Tipo X	

2.4.3.2 Método da Variância Ponderada

Inicialmente proposto por Choobineh e Ballard em 1987, o Método da Variância Ponderada (*Método WV*) é sugerido por Bai e Choi (1995) para o controlo de características com dados não Normais.

Este *método WV* parte do pressuposto que uma distribuição assimétrica pode ser dividida em duas partes, e assim criar a partir de cada parte uma distribuição simétrica. Estas distribuições vão ter a mesma média, mas variâncias diferentes. Com uma das distribuições calcula-se o limite superior de controlo e com a outra determina-se o limite inferior de controlo. Como a distribuição original é assimétrica, os limites de controlo terão distâncias diferentes em relação à linha central. Tal como as cartas de Shewhart, este método utiliza o desvio padrão para calcular os limites de controlo.

Sendo X uma variável aleatória com distribuição assimétrica, a probabilidade de ocorrerem valores inferior ou iguais à média ($P_X = P(X \leq \mu_X)$) calcula-se a partir da equação (2.50), onde $\delta(x) = 1$ para $x \geq 0$ e $\delta(x) = 0$ para $x < 0$.

$$\hat{P}_X = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \delta(\bar{X} - X_{ij})}{n \times m} \quad (2.50)$$

Na equação anterior considera-se:

- X_{ij} - observação j da amostra i
- \bar{X} - média das médias das m amostras
- m - número de amostras
- n - dimensão da amostra

Quando $P_X = 0$, os dados seguem uma distribuição simétrica, e por isso está-se em condições de construir as cartas de Shewhart referidas em 2.3.5. Se $P_X > 0,5$ a distância de cada um dos limites à linha central será diferente.

Na fase I do SPC os parâmetros do processo não são conhecidos e têm de ser estimados, recorrendo ao método *WV* é possível estimar os parâmetros para a carta da média e da amplitude. As equações (2.51) e (2.52) permitem estimar a média para a carta da média e da amplitude, o desvio padrão de cada uma das cartas é estimado recorrendo às equações (2.53) e (2.72).

$$\hat{\mu}_X = \bar{\bar{X}} \quad (2.51)$$

$$\hat{\mu}_R = \bar{\bar{R}} \quad (2.52)$$

$$\hat{\sigma}_X = \frac{\bar{\bar{R}}}{d'_2} \quad (2.53)$$

$$\hat{\sigma}_R = d'_3 \left(\frac{\bar{\bar{R}}}{d'_2} \right) \quad (2.54)$$

Os valores das constantes d'_2 e d'_3 dependem da dimensão da amostra e do tipo de assimetria da distribuição. Quando a distribuição dos dados é Normal, estas constantes são d_2 e d_3 .

O Quadro 2.8 apresenta os limites de controlo para as cartas da média e da amplitude segundo o método *WV*.

Quadro 2.8 – Limites para as Cartas da Média e da Amplitude pelo método *WV*.

Cartas	LIC	LC	LSC
Carta da Média <i>WV\bar{X}</i>	$\bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{\bar{R}}}{d'_2\sqrt{n}}\sqrt{2(1-\hat{P}_X)} = \bar{\bar{X}} + W_L\bar{\bar{R}}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{\bar{R}}}{d'_2\sqrt{n}}\sqrt{2\hat{P}_X} = \bar{\bar{X}} + W_U\bar{\bar{R}}$
Carta da Amplitude <i>WVR</i>	$\bar{\bar{R}}\left(1 - \frac{3d'_3}{d'_2}\sqrt{2(1-\hat{P}_X)}\right) = V_L\bar{\bar{R}}$	$\bar{\bar{R}}$	$\bar{\bar{R}}\left(1 + \frac{3d'_3}{d'_2}\sqrt{2\hat{P}_X}\right) = V_U\bar{\bar{R}}$

Os valores das constantes d'_2 e d'_3 podem ser obtidos através W_U e V_U , recorrendo às equações (2.55) e (2.56). Este cálculo introduz um erro mas pouco significativo.

$$d'_2 = \frac{3\sqrt{2\hat{P}_X}}{W_U\sqrt{n}} \quad (2.55)$$

$$d'_3 = \frac{d'_2(V_U - 1)}{3\sqrt{2\hat{P}_X}} \quad (2.56)$$

Os Quadros 2.9, 2.10, 2.11, 2.12 apresentam os valores para W_L , W_U , V_L e V_U .

Quadro 2.9 – Constante W_U para a carta $WV\bar{X}$.

W_U												
P_X	Dimensão da amostra (n)											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25
0,50	1,88	1,02	0,73	0,58	0,48	0,42	0,37	0,34	0,31	0,22	0,18	0,15
0,52	1,86	1,01	0,72	0,57	0,48	0,41	0,37	0,33	0,30	0,22	0,18	0,15
0,54	1,83	0,99	0,71	0,56	0,47	0,41	0,36	0,33	0,30	0,22	0,18	0,15
0,56	1,81	0,98	0,70	0,56	0,47	0,40	0,36	0,32	0,30	0,21	0,17	0,14
0,58	1,82	0,97	0,70	0,56	0,46	0,40	0,35	0,32	0,30	0,21	0,17	0,14
0,60	1,84	0,99	0,71	0,56	0,46	0,40	0,35	0,32	0,29	0,21	0,17	0,14
0,62	1,85	1,00	0,71	0,56	0,46	0,40	0,35	0,32	0,29	0,21	0,17	0,13
0,64	1,89	1,02	0,72	0,57	0,47	0,40	0,35	0,32	0,29	0,20	0,16	0,13
0,66	1,96	1,08	0,75	0,58	0,48	0,42	0,37	0,32	0,29	0,20	0,16	0,13
0,68	2,04	1,09	0,77	0,61	0,49	0,42	0,37	0,32	0,29	0,20	0,16	0,13
0,70	2,13	1,17	0,81	0,65	0,50	0,43	0,36	0,32	0,29	0,20	0,15	0,13

Quadro 2.10 - Constante W_L para a carta $WV\bar{X}$.

W_L												
P_X	Dimensão da amostra (n)											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25
0,50	1,88	1,02	0,73	0,58	0,48	0,42	0,37	0,34	0,31	0,22	0,18	0,15
0,52	1,86	1,01	0,72	0,57	0,48	0,41	0,37	0,33	0,30	0,22	0,18	0,15
0,54	1,83	0,99	0,71	0,56	0,47	0,41	0,36	0,33	0,30	0,22	0,18	0,15
0,56	1,81	0,98	0,70	0,56	0,47	0,40	0,36	0,32	0,30	0,21	0,17	0,14
0,58	1,82	0,97	0,70	0,56	0,46	0,40	0,35	0,32	0,30	0,21	0,17	0,14
0,60	1,84	0,99	0,71	0,56	0,46	0,40	0,35	0,32	0,29	0,21	0,17	0,14
0,62	1,85	1,00	0,71	0,56	0,46	0,40	0,35	0,32	0,29	0,21	0,17	0,13
0,64	1,89	1,02	0,72	0,57	0,47	0,40	0,35	0,32	0,29	0,20	0,16	0,13
0,66	1,96	1,08	0,75	0,58	0,48	0,42	0,37	0,32	0,29	0,20	0,16	0,13
0,68	2,04	1,09	0,77	0,61	0,49	0,42	0,37	0,32	0,29	0,20	0,16	0,13
0,70	2,13	1,17	0,81	0,65	0,50	0,43	0,36	0,32	0,29	0,20	0,15	0,13

Quadro 2.11 - Constante V_U para a carta WVR .

P_x	V_U											
	Dimensão da amostra (n)											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25
0,30	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,34	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,36	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,40	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02
0,42	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,06	0,12
0,44	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,12	0,20	0,25
0,46	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,03	0,10	0,24	0,31	0,37
0,48	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,10	0,13	0,18	0,30	0,38	0,43
0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,08	0,14	0,18	0,22	0,35	0,42	0,46
0,52	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,08	0,14	0,17	0,21	0,33	0,41	0,45
0,54	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,10	0,12	0,17	0,30	0,37	0,41
0,56	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,03	0,07	0,22	0,29	0,34
0,58	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,15	0,20	0,25
0,60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,08	0,13
0,62	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03
0,64	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,66	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,68	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,70	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Quadro 2.12 - Constante V_L para a carta WVR .

P_X	V_L											
	Dimensão da amostra (n)											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25
0,30	4,47	3,89	3,58	3,53	3,10	2,97	2,95	2,84	2,71	2,60	2,52	2,43
0,32	4,24	3,49	3,25	3,16	2,91	2,79	2,75	2,66	2,57	2,49	2,38	2,31
0,34	4,03	3,27	3,01	2,81	2,72	2,64	2,57	2,54	2,45	2,37	2,24	2,20
0,36	3,79	3,07	2,82	2,63	2,52	2,44	2,38	2,35	2,33	2,24	2,14	2,07
0,38	3,58	2,94	2,67	2,51	2,40	2,32	2,27	2,23	2,19	2,08	2,04	1,97
0,40	3,49	2,82	2,53	2,39	2,27	2,21	2,15	2,12	2,09	1,94	1,92	1,87
0,42	3,37	2,67	2,43	2,29	2,18	2,10	2,04	2,02	1,98	1,85	1,80	1,75
0,44	3,28	2,62	2,32	2,23	2,12	2,04	1,99	1,96	1,93	1,78	1,71	1,66
0,46	3,26	2,59	2,30	2,15	2,04	1,96	1,90	1,86	1,83	1,70	1,63	1,59
0,48	3,25	2,58	2,28	2,13	2,00	1,92	1,86	1,82	1,79	1,67	1,60	1,55
0,50	3,25	2,58	2,28	2,11	2,00	1,92	1,86	1,82	1,78	1,65	1,59	1,54
0,52	3,34	2,64	2,33	2,18	2,04	1,96	1,90	1,86	1,82	1,70	1,62	1,57
0,54	3,43	2,72	2,41	2,25	2,12	2,04	1,97	1,94	1,90	1,76	1,69	1,63
0,56	3,58	2,83	2,49	2,38	2,26	2,18	2,11	2,09	2,05	1,88	1,80	1,75
0,58	3,79	2,96	2,67	2,52	2,38	2,30	2,23	2,19	2,16	2,00	1,94	1,88
0,60	4,06	3,23	2,87	2,70	2,56	2,48	2,41	2,37	2,33	2,15	2,12	2,06
0,62	4,30	3,48	3,14	2,93	2,79	2,69	2,62	2,58	2,52	2,39	2,33	2,25
0,64	4,72	3,76	3,43	3,18	3,03	2,92	2,84	2,80	2,77	2,65	2,52	2,43
0,66	5,23	4,16	3,80	3,52	3,39	3,28	3,19	3,15	3,12	2,90	2,73	2,67
0,68	5,71	4,64	4,27	4,02	3,99	3,62	3,56	3,42	3,39	3,17	3,02	2,91
0,70	6,10	5,41	4,94	4,66	4,21	4,01	3,97	3,81	3,71	3,44	3,32	3,18

Quando a distribuição dos dados e os seus parâmetros (μ_X , σ_X^2) são conhecidos, Fase II do SPC, os limites para a carta da média e da amplitude são obtidos pelas equações presentes no Quadro 2.13.

Quadro 2.13 – Limites de Controlo para a Carta $WV\bar{X}$ e para a Carta WVR (Fase II).

Cartas	LIC	LC	LSC
Carta da Média $WV\bar{X}$	$\mu_X - 3 \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \sqrt{2(1 - P_X)}$	μ_X	$\mu_X + 3 \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \sqrt{2P_X}$
Carta da Amplitude WVR	$(\mu_R - 3\sigma_X \sqrt{2(1 - P_X)})^+$	σ_X	$\mu_R + 3\sigma_R \sqrt{2P_X}$

Após o estudo das cartas apresentadas, Bai e Choi (1995) chegaram as seguintes conclusões:

- O método WV é comparável às cartas de Shewhart quando a distribuição dos dados é aproximadamente simétrica;
- As cartas $WV\bar{X}$ e WVR normalmente apresentam riscos do tipo I inferiores a 0,010 e 0,015, respectivamente. Quando o coeficiente de assimetria aumenta estas cartas apresentam um melhor desempenho que as cartas de Shewhart;
- O valor do risco do tipo I evidencia uma maior diferença entre as cartas WV e de Shewhart na carta da amplitude.

2.4.3.3 Transformação dos Dados

A transformação dos dados consiste numa boa alternativa aos métodos apresentados anteriormente. Em seguida serão abordados duas metodologias para a transformação dos dados, a transformação de Box e Cox e a transformação recorrendo ao Sistema de Distribuições de Johnson.

2.4.3.3.1 Transformação de Box Cox

A transformação de Box e Cox (1964) permite a transformação dos dados originais em dados com uma distribuição aproximadamente Normal. Esta transformação obtém-se a partir da equação (2.57).

$$Z_i = \begin{cases} \frac{X_i^\lambda - 1}{\lambda} & \text{se } \lambda \neq 0 \\ \ln X_i & \text{se } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.57)$$

O valor de λ deve ser escolhido de forma arbitrária, e em seguida para cada valor de λ calcula-se $S(\lambda)$ através da equação (2.58).

$$S(\lambda) = -\frac{N}{2} \ln \left(\sum_{i=1}^N \frac{(Z_i - \bar{Z})^2}{N} \right) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^N \ln X_i \quad (2.58)$$

Através da equação (2.75) transformam-se os dados numa variável $Z \sim N(\mu_Z, \sigma_Z^2)$, considerando λ aquele que maximiza $S(\lambda)$.

Muitos desenvolvimentos se têm efectuado nesta área, desde a transformação de Box Cox, muitas outras transformações surgiram como a de Yeo e Johnson (2000). Esta transformação baseia nos princípios da transformação de Box e Cox, mas com a vantagem de permitir a transformação para valores positivos e negativos, os valores transformados são obtidos através da equação (2.59).

$$Z_i = \begin{cases} \frac{(X_i + 1)^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0, X_i \geq 0 \\ \ln(X_i + 1), & \lambda = 0, X_i \geq 0 \\ \frac{(1 - X_i)^{2-\lambda} - 1}{2 - \lambda}, & \lambda \neq 2, X_i < 0 \\ -\ln(1 - X_i), & \lambda = 2, X_i < 0 \end{cases} \quad (2.59)$$

2.4.3.3.2 Transformação segundo o Sistema de Distribuições de Johnson

Outra metodologia para a transformação dos dados foi proposta por Johnson (1949), que propôs o Sistema de Distribuições de Johnson (*SDJ*). Este sistema de distribuições resulta de transformações de determinada variável X , para obter uma variável Z com distribuição Normal reduzida. O *SDJ* é constituído por três famílias de distribuições, S_B , S_L e S_U , que resultam de transformações da equação (2.60).

$$Z = \gamma + \eta k_i(X; \lambda, \epsilon) \quad (2.60)$$

Onde,

Z - variável Normal reduzida

X - variável original

$\gamma, \eta, \lambda, \epsilon$ - parâmetros do *SDJ*

As funções para cada uma das três famílias, S_B , S_L e S_U , estão representadas nas equações (2.61), (2.62) e (2.63).

$$S_B \quad k_1(X; \lambda, \epsilon) = \ln \left(\frac{X - \epsilon}{\lambda + \epsilon - X} \right) \quad (2.61)$$

$$S_L \quad k_2(X; \lambda, \epsilon) = \ln \left(\frac{X - \epsilon}{\lambda} \right) \quad (2.62)$$

$$S_U \quad k_3(X; \lambda, \epsilon) = \sinh^{-1} \left(\frac{X - \epsilon}{\lambda} \right) \quad (2.63)$$

Considerando a representação destas funções num gráfico do terceiro e do quarto momentos normalizados ($\sqrt{\beta_1}$ e β_2), a distribuição S_L divide o plano ($\sqrt{\beta_1}$ e β_2) em duas partes, de um lado situam-se as distribuições S_B e do outro as distribuições S_U .

A aplicação destas distribuições tem algumas condições em relação aos parâmetros das distribuições e em relação ao domínio da variável transformável X . O Quadro 2.14 apresenta essas condições, assim como as equações para a transformação dos dados para cada uma das famílias.

Quadro 2.14 – Equações e Condições para as Famílias do SDJ.

Família de Johnson	Transformação	Condições dos parâmetros	Domínio da variável X
S_B	$Z = \gamma + \eta \ln \left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - X} \right)$	$\eta, \lambda > 0$ $-\infty < \gamma < +\infty$ $-\infty < \varepsilon < +\infty$	$\varepsilon < X < \varepsilon + \lambda$
S_L	$Z = \gamma + \eta \ln (X - \varepsilon)$	$\eta > 0$ $-\infty < \gamma < +\infty$ $-\infty < \varepsilon < +\infty$	$X > \varepsilon$
S_U	$Z = \gamma + \eta \sinh^{-1} \left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda} \right)$	$\eta, \lambda > 0$ $-\infty < \gamma < +\infty$ $-\infty < \varepsilon < +\infty$	$-\infty < X < +\infty$

Slifker e Shapiro (1980) e Choi *et al.* (1998) desenvolveram vários estudos neste âmbito e propõem o seguinte procedimento para transformar a variável X:

- Determinar qual das três famílias melhor se ajusta à distribuição de X;
- Determinar os parâmetros γ, η, λ e ε da distribuição;
- Transformar os dados de acordo com a equação adequada (Quadro 2.14).

A estimação dos parâmetros da distribuição é um ponto muito importante de todo o procedimento de transformação, existindo vários métodos para o efeito. Johnson (1949) sugere três métodos para a estimação dos parâmetros: método dos momentos, método da máxima verosimilhança e o método dos percentis. No presente estudo adoptou-se o método dos percentis por ser mais acessível na aplicação e interpretação, como tal será o método abordado com maior ênfase.

• Método dos Momentos

A estimação dos parâmetros da distribuição através do método dos momentos recorre a cálculo numerosos e complexos. Actualmente com as aplicações informáticas é possível obter estes cálculos de forma rápida e simples.

• Método da Máxima Verosimilhança

Este método apresenta uma difícil aplicação ao Sistema de distribuições de Johnson, sendo que as estimativas dos parâmetros quando determinadas por este método não são explícitas. Quando conhecidos os valores dos parâmetros λ e ε , Johnson (1949) desenvolveu estimativas a partir da máxima verosimilhança dos parâmetros γ e η .

• Método dos Percentis

O método dos percentis, inicialmente desenvolvido por Johnson (1949), baseia-se no uso de quatro percentis relativos aos dados em estudo, que permitem a identificação da família de distribuições de Johnson que melhor se ajusta, assim como a determinação dos parâmetros.

Os quatros percentis são de escolha arbitrária, embora devam ser simétricos e pertencer a uma distribuição Normal reduzida. Normalmente estes percentis são denominados de $-sz$, $-z$, z e sz , onde s e z são valores positivos com $s > 1$.

Autores como Bukac (1972), Bowman e Shenton (1989), Slifker e Shapiro (1980) e Choi *et al.* (1998) desenvolveram vários estudos sobre este método e a sua aplicação. Destes estudos surge um procedimento para a aplicação do método dos percentis.

a) Determinar os percentis

Slifker e Shapiro (1980) propõem a utilização de $s = 3$ e de um valor de z aproximadamente de 0,5, habitualmente utiliza-se $z = 0,524$, pois é o percentil de 70% da distribuição Normal reduzida, quando $3z = 1,572$ o que corresponde a um percentil de 94,2%.

b) Determinar áreas da distribuição Normal reduzida

As áreas da distribuição Normal reduzida em relação aos percentis considerados são determinadas através de $q_1 = \Phi(-sz)$, $q_2 = \Phi(-z)$, $q_3 = \Phi(z)$ e $q_4 = \Phi(sz)$. Em seguida é determinado o valor de X_i que corresponde à observação número i , onde i é obtido através da equação (2.64).

$$i = Nq_i \times \frac{1}{2} \quad (2.64)$$

c) Índice QR (“Quantile Ratio”)

Determinados os valores de X_i , para $i = 1,2,3,4$, calcula-se o índice QR recorrendo à equação (2.65).

$$QR = \frac{(X_4 - X_3)(X_2 - X_1)}{(X_3 - X_2)^2} \quad (2.65)$$

d) Determinar a Família das distribuições de Johnson

A família das distribuições de Johnson é atribuída aos dados de acordo com o seguinte critério:

- X pertence à família S_B , quando $QR < 1$
- X pertence à família S_L , quando $QR = 1$
- X pertence à família S_U , quando $QR > 1$

Para Shayib (1989), X_i é uma variável aleatória e por isso a probabilidade de $QR = 1$ é nula. Deverá assim usar-se como critério base um intervalo, X pertence a uma distribuição S_L quando $QR \in [0,9; 1,1]$.

Na presente dissertação será utilizado o critério desenvolvido por Shayib (1989).

e) Estimação dos Parâmetros

Os parâmetros da distribuição são determinados consoante a família a que pertence a distribuição. Slifker e Shapiro (1980) desenvolveram um conjunto de fórmulas para determinar os parâmetros de cada família, considerando $m = X_4 - X_3$, $n = X_2 - X_1$ e $p = X_3 - X_2$.

- **Família S_B**

$$\eta = \frac{z}{\cosh^{-1} \left[\frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{p}{m} \right) \left(1 + \frac{p}{n} \right) \right]^{1/2} \right]} ; (\eta > 0) \quad (2.66)$$

$$\gamma = \eta \sinh^{-1} \left(\frac{\left(\frac{p}{n} - \frac{p}{m} \right) \left[\left(1 + \frac{p}{m} \right) \left(1 + \frac{p}{n} \right) - 4 \right]^{1/2}}{2 \left(\frac{p}{m} \frac{p}{n} - 1 \right)} \right) \quad (2.67)$$

$$\lambda = \frac{p \left[\left(\left(1 + \frac{p}{m} \right) \left(1 + \frac{p}{n} \right) - 2 \right)^2 - 4 \right]^{1/2}}{\left(\frac{p}{m} \frac{p}{n} - 1 \right)} ; (\lambda > 0) \quad (2.68)$$

$$\varepsilon = \frac{X_2 + X_3}{2} - \frac{\lambda}{2} + \frac{p \left(\frac{p}{n} - \frac{p}{m} \right)}{2 \left(\frac{p}{m} + \frac{p}{n} - 1 \right)} \quad (2.69)$$

- **Família S_L**

$$\eta = \frac{2z}{\ln \left(\frac{m}{p} \right)} \quad (2.70)$$

$$\gamma = \eta \ln \left(\frac{\frac{m}{p} - 1}{p \left(\frac{m}{p} \right)^{1/2}} \right) \quad (2.71)$$

$$\varepsilon = \frac{X_2 + X_3}{2} - \frac{p}{2} \left(\frac{\frac{m}{p} + 1}{\frac{m}{p} - 1} \right) \quad (2.72)$$

- **Família S_U**

$$\eta = \frac{2z}{\cosh^{-1} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} \right) \right)} ; (\eta > 0) \quad (2.73)$$

$$\gamma = \eta \sinh^{-1} \left(\frac{\frac{n}{p} - \frac{m}{p}}{2 \left(\frac{m}{p} \frac{n}{p} - 1 \right)^{1/2}} \right) \quad (2.74)$$

$$\lambda = \frac{2p \left(\frac{m}{p} \frac{n}{p} - 1 \right)^{1/2}}{\left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right) \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} + 2 \right)^{1/2}} ; (\lambda > 0) \quad (2.75)$$

$$\varepsilon = \frac{X_2 + X_3}{2} + \frac{p \left(\frac{n}{p} - \frac{m}{p} \right)}{2 \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right)} \quad (2.76)$$

2.5 Controlo Estatístico para Dados Auto-Correlacionados

A independência dos dados é um pressuposto fundamental na aplicação das cartas de controlo, contudo este nem sempre é possível. Devido a vários factores muitos processos apresentam auto-correlação. Para ultrapassar esta barreira têm sido efectuados muitos estudos no desenvolvimento de cartas de controlo para dados auto-correlacionados, estes estudos dividem-se em duas vertentes distintas.

Autores como Vasilopoulos e Stamboulis (1978), Schmid (1995), Zhang (1998), entre outros, defendem que não é necessário ajustar o processo a um modelo matemático. Esta abordagem defende o uso das cartas tradicionais de Shewhart, da CUSUM e da EWMA, mas com limites modificados ou transformando os dados para eliminar a auto-correlação.

A segunda abordagem sugere a aplicação das cartas de controlo de Shewhart, CUSUM e EWMA aos resíduos ou aos erros de previsão. Com esta abordagem é possível definir as duas fases do SPC, após identificados e estimados os modelos é possível calcular o valor dos resíduos para cada instante t através da equação (2.77).

$$e_t = X_t - \hat{X}_t \quad (2.77)$$

Os valores dos resíduos são controlados da Fase I do SPC. Na Fase II, os erros de previsão são monitorizados.

Um contributo importante foi o de Alwan e Roberts (1988), que desenvolveram as cartas CCC (*Common-Cause Chart*) e as cartas SCC (*Special-Cause Chart*). A carta CCC não apresenta limites de controlo e tem como objectivo fornecer informação sobre o comportamento do processo. No sentido de tornar a carta CCC mais completa, Wardell *et al.* (1992) sugerem a introdução dos limites de controlo. As cartas SCC são cartas tradicionais de controlo, mas aplicadas aos resíduos e aos erros de previsão. Nas cartas especiais de controlo, Reynolds e Lu (1997) sugerem a aplicação dos resíduos e dos erros de previsão à carta EWMA.

A aplicação dos resíduos e dos erros de previsão às cartas de Shewhart, é a metodologia adoptada para o estudo prático nesta dissertação.

2.5.1 Cartas de Shewhart para os Resíduos

Numa situação de dados auto-correlacionados há que identificar qual o modelo que melhor se ajusta ao processo e passar à modelação deste. Após a modelação deste é possível determinar os resíduos e verificar a independência destes. Com os resíduos independentes, dá-se início à Fase I do controlo estatístico. Aqui a metodologia aplicada é a apresentada no ponto 2.3, sendo que os dados utilizados passam a ser os resíduos.

Todas as considerações feitas para as cartas de Shewhart são válidas para as cartas de controlo dos resíduos, à excepção da medida correctiva. Quando se verifica uma causa especial de variação nas cartas construídas com resíduos, esta não deve ser eliminada, mas sim substituída pelo valor esperado nesse instante, em seguida o modelo deve ser ajustado novamente e determinados os novos resíduos, com estes constrói-se a carta de controlo dos resíduos revista.

Quando os resíduos provêm de amostras, constroem-se as cartas da média (\bar{e}), da amplitude (R) ou do desvio padrão (S). As estatísticas para estas cartas são definidas, respectivamente, pelas equações (2.78), (2.79) e (2.80), para o instante t , onde n representa a dimensão da amostra (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\bar{e}_t = \frac{\sum_{i=1}^n e_{ti}}{n} \quad (2.78)$$

$$R_t = \max(e_{t1}, e_{t2}, \dots, e_{tn}) - \min(e_{t1}, e_{t2}, \dots, e_{tn}) \quad (2.79)$$

$$S_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_{ti} - \bar{e}_t)^2}{n - 1}} \quad (2.80)$$

Se os resíduos forem observações individuais, as cartas a utilizar são a carta dos próprios resíduos (e) e a carta das amplitudes móveis (MR). Para a construção da carta MR utiliza-se a equação (2.81).

$$MR_t = |e_t - e_{t-1}| \quad (2.81)$$

Os valores médios \bar{R} , \bar{S} e \overline{MR} , são determinados a partir das equações anteriores, considerando m amostras com dimensão n ou N observações individuais.

$$\bar{R} = \frac{\sum_{t=1}^m R_t}{m} \quad (2.82)$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{t=1}^m S_t}{m} \quad (2.83)$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{t=2}^N MR_t}{N-1} \quad (2.84)$$

Os limites para as cartas da média, amplitude, desvio padrão, resíduos e amplitude móvel, para a Fase I, são apresentadas no Quadro 2.15.

Quadro 2.15 – Limites de controle das cartas dos Resíduos (Fase I).

Carta		LIC	LC	LSC
Média e Amplitude	\bar{e}	$-A_2\bar{R}$	0	$A_2\bar{R}$
	R	$D_3\bar{R}$	\bar{R}	$D_4\bar{R}$
Média e Desvio Padrão	\bar{e}	$-A_3\bar{S}$	0	$A_3\bar{S}$
	S	$B_3\bar{S}$	\bar{S}	$B_4\bar{S}$
Resíduos e Amplitudes Móveis	e	$-3\overline{MR}/d_2$	0	$3\overline{MR}/d_2$
	MR	$D_3\overline{MR}$	\overline{MR}	$D_4\overline{MR}$

Com o processo sob controle, é possível estimar a média e da dispersão. A estimação dos parâmetros do processo depende do modelo ARIMA ajustado. Se o modelo for um $AR(p)$ utiliza-se as equações (2.35) e (2.36), para um $MA(q)$ as equações (2.38) e (2.39) e para um modelo $ARMA(p,q)$ as equações (2.35) e (2.41). O desvio padrão dos resíduos (σ_e) é estimado com σ_e e calculado tendo em conta a carta utilizada pelas equações (2.85), (2.86) e (2.87) (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\hat{\sigma}_e = \sigma_e = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.85)$$

$$\hat{\sigma}_e = \sigma_e = \frac{\bar{S}}{c_4} \quad (2.86)$$

$$\hat{\sigma}_e = \sigma_e = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2.87)$$

2.5.2 Cartas de Shewhart para os Erros de Previsão

Na Fase II do SPC, quando os dados são auto-correlacionados, aplicam-se as cartas de Shewhart aos erros de previsão. Os erros de previsão são calculados a partir da equação (2.88) para o instante $T + \tau$ e a sua variância com a equação (2.89), onde σ_e^2 é estimado com base nas cartas dos resíduos (Fase I) (Pereira e Requeijo, 2008).

$$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T) \quad (2.88)$$

$$\text{Var}(\mathbf{e}_\tau(T)) = \sigma_\varepsilon^2 \left(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2 \right) \quad (2.89)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{SS(\hat{\phi}, \hat{\theta})}{r - m} \quad (2.90)$$

Nas equações anteriores considera-se,

- $\mathbf{e}_\tau(T)$ - erro de previsão no instante $T + \tau$
- $X_{T+\tau}$ - valor de X no instante $T + \tau$
- $\hat{X}_{T+\tau}(T)$ - previsão realizada no instante T para o instante $T + \tau$
- ψ_j - coeficiente determinado a partir de $X_t = \Psi(B)\varepsilon_t$
- $SS(\hat{\phi}, \hat{\theta})$ - soma dos quadrados dos resíduos
- r - número dos resíduos
- m - número de parâmetros estimados

O cálculo dos coeficientes ψ_j varia consoante o modelo ajustado. Para um modelo $AR(p)$, ψ_j calcula-se recorrendo à equação (2.91), para um $MA(q)$ calcula-se com a equação (2.92) e quando o modelo é um $ARMA(p,q)$ calcula-se a partir da equação (2.93).

$$\psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} + \phi_2 \psi_{j-2} + \dots + \phi_p \psi_{j-p} \quad (2.91)$$

$$\psi_j = \theta_1 \psi_{j-1} + \theta_2 \psi_{j-2} + \dots + \theta_q \psi_{j-q} \quad (2.92)$$

$$\psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} + \phi_2 \psi_{j-2} + \dots + \phi_p \psi_{j-p} - \theta_j \quad (2.93)$$

As cartas utilizadas para a monitorização dos erros padrão para amostras são a cartas da média (\bar{e}), da amplitude (R) e do desvio padrão (S). Quando se trata de observações individuais utilizam-se as cartas dos erros de previsão (e) e das amplitudes móveis (MR). Para a construção das cartas referidas recorre-se às estatísticas determinadas pelas equações (2.78), (2.79), (2.80) e (2.81).

Os limites para as cartas anunciadas são apresentados no

Quadro 2.16, onde σ_{ep} representa o desvio padrão dos erros de previsão e determina-se através da equação (2.94).

$$\sigma_{ep} = \sqrt{\text{Var}(\mathbf{e}_\tau(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2} \quad (2.94)$$

Quadro 2.16 - Limites de controlo das cartas dos Erros de Previsão (Fase II).

Carta		LIC	LC	LSC
Média e Amplitude	\bar{e}	$-A\sigma_{ep}$	0	$A\sigma_{ep}$
	R	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$
Média e Desvio Padrão	\bar{e}	$-A\sigma_{ep}$	0	$A\sigma_{ep}$
	S	$B_5\sigma_{ep}$	$c_4\sigma_{ep}$	$B_6\sigma_{ep}$
Erros de Previsão e Amplitudes Móveis	e	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
	MR	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

2.6 Capacidade do processo

Implementadas as cartas de controlo e verificada a estabilidade do processo, analisa-se a capacidade do mesmo. Esta análise consiste em verificar se o processo tem aptidão de produzir de acordo com a sua especificação técnica.

Efectuado o controlo estatístico do processo e verificada a estabilidade pode afirmar-se que este está sujeito apenas a causas comuns de variação, no entanto uma variabilidade elevada do processo, pode por em causa a capacidade de produzir de acordo com as especificações. Um dos aspectos do estudo da capacidade do processo é comparar a sua variabilidade com a amplitude da especificação. A Figura 2.6 esquematiza como a variabilidade influencia a capacidade do processo

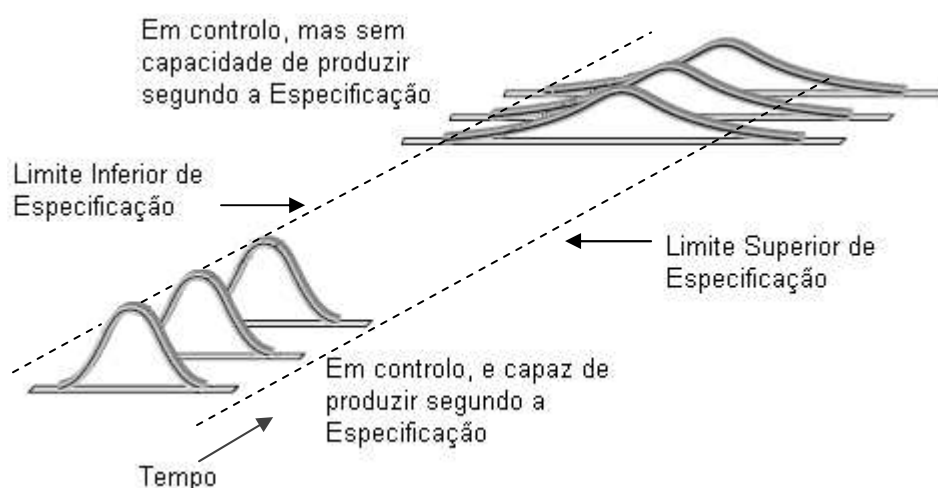


Figura 2.6 – Capacidade do Processo (Adaptado de: Oakland (2008)).

Montgomery (2005) sugere alguns métodos para a análise da capacidade, recorrendo a histogramas ou gráficos de probabilidade. Na presente dissertação a capacidade será

analisada a partir das cartas de controlo, com recurso aos índices desenvolvidos para o efeito.

Existem factores que podem influenciar a análise da capacidade, a independências dos dados e a Normalidade. A não Normalidade influencia a capacidade do processo, no entanto é possível uma análise baseada em índices desenvolvidos para avaliar a capacidade de processos com distribuições não Normais.

2.6.1 Índices da Capacidade para Dados Normais

Para a análise da capacidade do processo quando os dados seguem uma distribuição Normal assume-se que 99,73% dos dados encontram-se no intervalo $\mu \pm 3\sigma$ (Montgomery, 2005).

O primeiro índice para a análise da capacidade surgiu em 1974 desenvolvido por Juran (1999), denominado como índice de capacidade potencial. O índice C_p compara o intervalo da especificação com o intervalo natural do processo, não dando nenhuma informação sobre o parâmetro de localização. Este índice só se aplica a distribuições bilaterais e o seu valor obtém-se a partir da equação (2.95).

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.95)$$

onde,

LSE - limite superior de especificação

LIE - limite inferior de especificação

Outro contributo para o estudo da capacidade do processo foi o de Kane (1986), que sugere o índice C_{pk} . Este índice compara o intervalo entre os limites de especificação e a localização do processo com metade do intervalo natural do processo (3σ). Este índice mostra-se vantajoso pois permite obter informação sobre o parâmetro localização do processo e também permite a análise da capacidade para distribuições unilaterais. O valor do índice C_{pk} é determinado pela equação (2.96).

$$C_{pk} = \min((C_{pk})_S, (C_{pk})_I) \quad (2.96)$$

em que,

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (2.97)$$

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (2.98)$$

Quando $(C_{pk})_S = (C_{pk})_I$ diz-se que o processo está centrado, pois a média do processo coincide com o valor nominal da especificação. Se $(C_{pk})_S \neq (C_{pk})_I$ o processo não se encontra centrado.

O índice C_{pm} , desenvolvido por Hsiang e Taguchi (1985) considera o desvio da média em relação ao valor nominal (T) no intervalo natural do processo. Este índice é obtido através da equação (2.99).

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.99)$$

Existe ainda outro índice, o índice C_{pmk} , tributo de Pearn *et al.* (1992) calculado através da equação (2.100).

$$C_{pmk} = \min((C_{pmk})_S, (C_{pmk})_I) \quad (2.100)$$

onde,

$$(C_{pmk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.101)$$

$$(C_{pmk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.102)$$

Apresentados os vários índices, é necessário definir o critério para o qual o processo apresenta ou não capacidade. Vários autores contribuíram para o desenvolvimento de vários critérios. Kotz e Johnson (1993) sugerem a aplicação de um valor mínimo de $C_p = 1,50$ para processos existentes e de $C_p = 1,67$ para processos novos. Montgomery (2005) indica os valores mínimos para os índices de capacidade apresentados no Quadro 2.17.

Quadro 2.17 – Valores mínimos recomendados para os índices de capacidade do processo (Montgomery, 2005).

	Especificação Bilateral	Especificação Unilateral
Processos Existentes	1,33	1,25
Novos processos	1,50	1,45
Características de Segurança, Resistência ou Críticas em Processos Existentes	1,50	1,45
Características de Segurança, Resistência ou Críticas em Processos Novos	1,67	1,60

Na presente dissertação o estudo da capacidade será efectuado recorrendo aos índices C_p e C_{pk} , utilizando como critério o valor mínimo de 1,33 sugerido por Montgomery (2005) para especificações bilaterais em processos já existentes.

2.6.2 Índices de Capacidade para Dados Não Normais

A análise da capacidade do processo para dados não Normais requer alguma atenção. A aplicação dos índices abordados até aqui pode induzir conclusões erradas. Diversos estudos foram efectuados na área da não Normalidade, incluindo estudos para determinar índices de capacidades específicos para a análise de processos não Normais. Mediante a metodologia apresentada no ponto 2.4.3, serão abordados dois métodos para a determinação dos índices de capacidade, o método de variância ponderada e o método para dados não Normais.

2.6.2.1 Índices de Capacidade para o Método da Variância Ponderada

O método da variância ponderada apresenta uma metodologia para o estudo da capacidade do processo. Wu *et al.* (1999) referem que os índices de capacidade, quando aplicado o método da variância ponderada, são determinados através das equações (2.103) e (2.104).

$$C_p(WV) = \frac{LSE - LIE}{3(\sigma\sqrt{2(1 - P_X)} + \sigma\sqrt{2P_X})} \quad (2.103)$$

$$C_{pk}(WV) = \min \left[\frac{LSE - \bar{X}}{3\sigma\sqrt{2P_X}}, \frac{\bar{X} - LIE}{3\sigma\sqrt{2(1 - P_X)}} \right] \quad (2.104)$$

2.6.2.2 Índices de Capacidade baseados na Distribuição dos dados

O desenvolvimento de índices para o estudo da capacidade para processos com dados não Normais tem sido alvo de interesse por parte de vários autores. Clements sugere, em 1989, os índices C_p , C_{pk} . Em 1994 Pearn e Kotz aplicam o método de Clements e desenvolvem os índices C_{pm} e C_{pmk} (Pearn et al., 1999). Estes índices apresentados também por Gonzalez e Werner (2009), são determinados a partir das equações (2.105), (2.106), (2.107) e (2.108).

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{U_p - L_p} \quad (2.105)$$

$$C_{pk} = \min \left[\frac{LSE - \tilde{M}}{U_p - \tilde{M}}, \frac{\tilde{M} - LIE}{\tilde{M} - L_p} \right] \quad (2.106)$$

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6 \sqrt{\left(\frac{U_p - L_p}{6}\right)^2 + (\tilde{M} - T)^2}} \quad (2.107)$$

$$C_{pmk} = \min \left[\frac{LSE - \tilde{M}}{3 \sqrt{\left(\frac{U_p - \tilde{M}}{3}\right)^2 + (\tilde{M} - T)^2}}, \frac{\tilde{M} - LIE}{3 \sqrt{\left(\frac{\tilde{M} - L_p}{3}\right)^2 + (\tilde{M} - T)^2}} \right] \quad (2.108)$$

onde,

LSE - limite superior de especificação

LIE - limite inferior de especificação

\tilde{M} - mediana do processo

T - valor nominal da especificação

U_p - percentil de 99,865% da distribuição X

L_p - Percentil de 0,135% da distribuição X

Autores como Chen e Pearn (1997), Chen e Ding (2001), Pereira e Requeijo (2008), entre outros, fazem referência a índices de capacidade para dados não Normalmente distribuídos que não são abordados no presente estudo.

2.7 Identificação e tratamento de *Outliers*

Verificada a existência, ou não, de auto-correlação dos dados é necessário proceder à validação destes. Por vezes os processos estão sujeitos a perturbações pontuais ou situações invulgares que afectam alguns dados. A esses valores suspeitos e que não reflectem a situação do processo dá-se o nome de *outliers*. Sempre que se verifica um *outlier* é necessário proceder ao tratamento deste de acordo com os métodos apropriados. Serão apresentados dois métodos para a identificação e tratamento de *outliers*, um método que se aplica quando se verifica a auto-correlação dos dados, denominado método iterativo de identificação de *outliers* e estimação de parâmetros e outro método para quando os dados são independentes, denominado método iterativo MAD.

2.7.1 Método Iterativo de Identificação de *Outliers* e Estimação de Parâmetros

Os primeiros estudos efectuados sobre *Outliers* em séries temporais surgiram por Fox (1972), o modelo iterativo de identificação de *outliers* e estimação de parâmetros surge no estudo desenvolvido por Chang *et al.* (1988). Muitos outros autores referenciam este modelo, como Tsay (1988) e West *et al.* (2002).

Fox (1972) classifica os *outliers* como Tipo I e Tipo II, posteriormente designados de aditivos (AO – *additive outlier*) e de inovação (IO – *innovational outlier*). Se Z_t representar uma série sem outliers e Y_t a série em estudo, existindo um outlier aditivo (AO) ou de inovação (IO) no

instante T , este pode ser modelado através das expressões definidas por Box *et al.* (2008), obtidas a partir das equações (2.109) e (2.110).

- **Outlier Aditivo (AO)**

$$Y_t = \omega P_t^{(T)} + Z_t = \omega P_t^{(T)} + \frac{\theta_q(B)}{\Phi_p(B)} \varepsilon_t \quad (2.109)$$

- **Outlier de Inovação (IO)**

$$Y_t = \omega \frac{\theta(B)}{\phi(B)} P_t^{(T)} + Z_t = \frac{\theta_q(B)}{\Phi_p(B)} \omega P_t^{(T)} + \varepsilon_t \quad (2.110)$$

onde,

$$P_t^{(T)} = 1 \text{ se } t = T$$

$$P_t^{(T)} = 0 \text{ se } t \neq T$$

É importante referir que a presença de um outlier AO só afecta a série no instante em que este se verifica e numa quantidade ω . Um outlier IO provoca alterações no instante em que se verifica e nos instantes seguintes através de um sistema dinâmico descrito por $\theta_q(B)/\Phi_p(B)$.

Quando os parâmetros da série Z_t são conhecidos e se conhece o instante em que ocorre o outlier, as expressões para determinar os resíduos são dadas pelas equações (2.111) e (2.112).

- **Outlier Aditivo (AO)**

$$e_t = \omega_{AO} \pi(B) P_t^{(T)} + \varepsilon_t \quad (2.111)$$

- **Outlier de Inovação (IO)**

$$e_t = \omega_{IO} P_t^{(T)} + \varepsilon_t \quad (2.112)$$

em que,

$$\pi(B) = \theta^{-1}(B)\phi(B) = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i B^i \quad (2.113)$$

$$e_i = \pi(B) Y_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (2.114)$$

Numa série de resíduos o efeito dos *outliers* é contrário, um *outlier* AO tem efeito na série de resíduos no momento em que se verifica e esse efeito propaga-se pelos resíduos seguintes, o efeito de um *outlier* IO só se sente no instante em que se verifica o outlier.

Os estimadores $\hat{\omega}_{AO}$ e $\hat{\omega}_{IO}$ podem ser obtidos com as equações (2.115) e (2.116), onde F corresponde ao operador de avanço definido por $F^k x_t = x_{t+k}$.

$$\hat{\omega}_{AO} = \rho^2 \pi(F) e_t \quad (2.115)$$

$$\hat{\omega}_{IO} = e_t \quad (2.116)$$

em que,

$$\rho^2 = (1 + \pi_1^2 + \dots + \pi_{n-T}^2)^{-1} \quad (2.117)$$

A Figura 2.7 apresenta o procedimento a seguir para a detecção e tratamento de outliers.

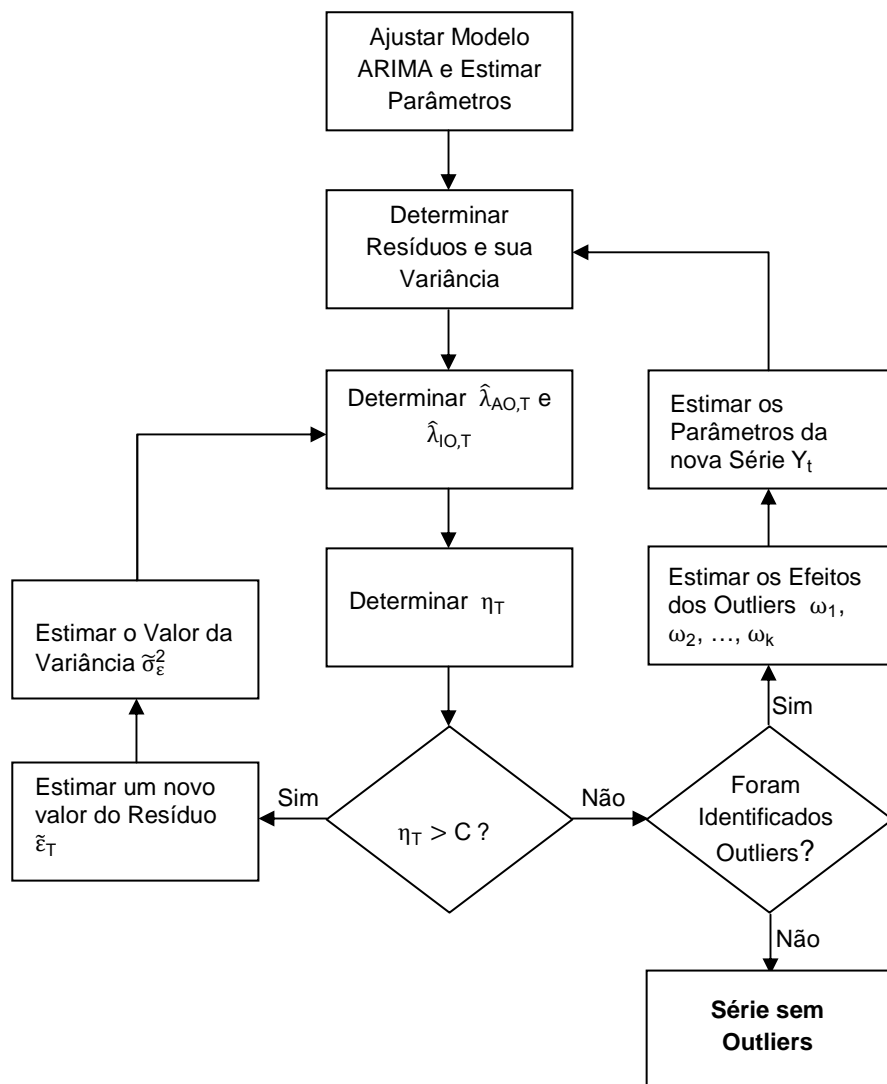


Figura 2.7 – Modelo Iterativo de Detecção de *Outliers* (Adaptado de : Matos (2005)).

- **Determinar Resíduos e a Variância**

$$\hat{e}_t = \hat{\theta}^{-1}(B)\hat{\phi}(B)Y_t = \hat{\pi}(B)Y_t \quad (2.118)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = n^{-1} \sum_{t=1}^n \hat{e}_t^2 \quad (2.119)$$

- **Determinar $\hat{\lambda}_{AO,T}$ e $\hat{\lambda}_{IO,T}$**

$$\hat{\lambda}_{AO,T} = \frac{\rho \hat{\omega}_{AO}}{\hat{\sigma}_\varepsilon} \quad (2.120)$$

$$\hat{\lambda}_{IO,T} = \frac{\varepsilon_t}{\hat{\sigma}_\varepsilon} \quad (2.121)$$

- **Determinar η_T**

$$\eta_T = \max_t [\max(\hat{\lambda}_{AO,T}, \hat{\lambda}_{IO,T})] \quad (2.122)$$

- **Valor de C**

O valor C é uma constante positiva. Existem várias considerações sobre o valor desta constante. West *et al.* (2002) propõe que o valor da constante varie entre 2,5 e 4,0, Chang *et al.* (1988) recomendam o valor 3,0 para quando se pretende uma grande sensibilidade, 3,5 para uma média sensibilidade e 4,0 para pouca sensibilidade.

- **Estimar novo Resíduo $\tilde{\varepsilon}_T$**

Se for $\hat{\lambda}_{AO,T}$ a exceder o valor C , o *outlier* é do tipo AO;

$$\tilde{\varepsilon}_T = \hat{e}_t + \hat{\omega}_{AO,T} \hat{\pi}_{t-T}, t \geq T \quad (2.123)$$

Se for $\hat{\lambda}_{IO,T}$ a exceder o valor C , o *outlier* é do tipo IO;

$$\tilde{\varepsilon}_T = \hat{e}_t - \hat{\omega}_{IO,T} = 0 \quad (2.124)$$

A identificação e o tratamento de *Outliers* devem ser feitos de forma ponderada. Mesmo com $\eta_T > C$ nem sempre se verifica um *outlier*, é necessário conhecer o processo e investigar a causa dessa medição atípica antes de proceder ao tratamento desse valor.

2.7.2 Método Iterativo MAD

Este método baseia-se no estudo de Iglewicz e Hoaglin (1993) e recorre ao estimador MAD (mediana dos desvios absolutos em torno da mediana). Este modelo é aplicado para a detecção de outliers em séries de observações independentes. O procedimento para a aplicação do método está descrito na Figura 2.8.

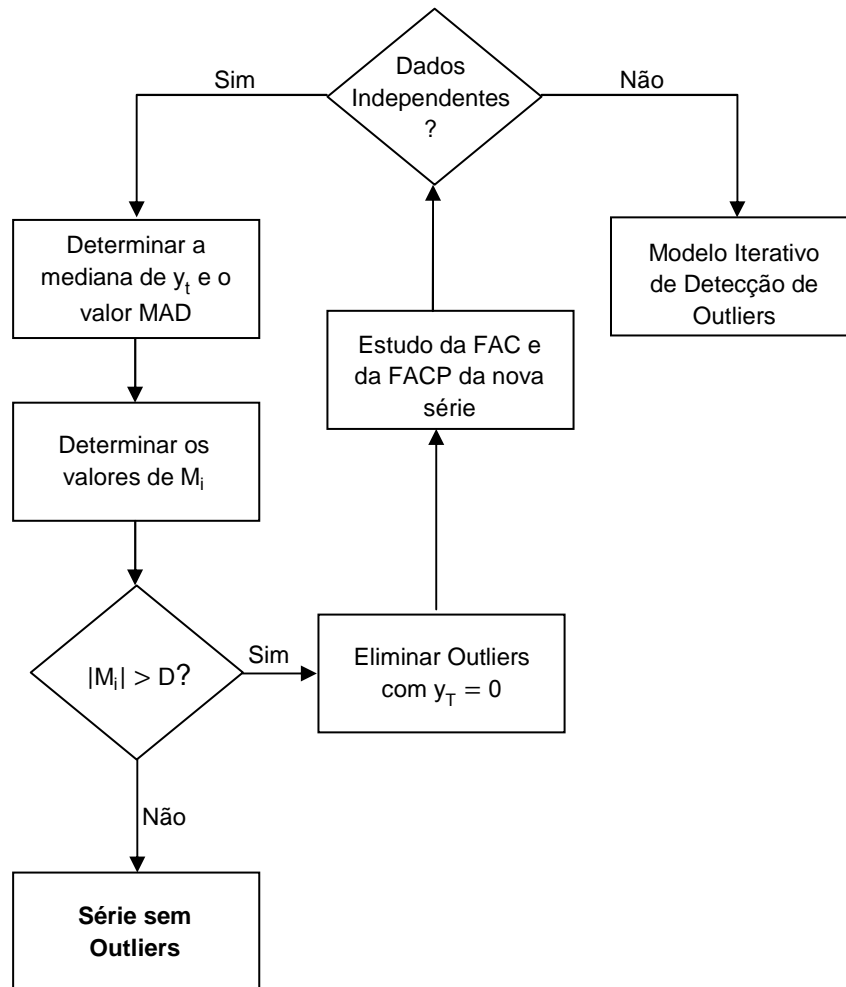


Figura 2.8 – Modelo Iterativo MAD (Adaptado: Matos (2005)).

- **Determinar o valor MAD**

$$MAD = \text{mediana}_i[|y_i - \tilde{y}|] \quad (2.125)$$

- **Determinar o valor de M_i**

$$M_i = \frac{0,6745(y_i - \tilde{y})}{MAD} \quad (2.126)$$

- **Valor de D**

O valor D , o valor crítico, e de acordo com Iglewicz e Hoaglin (1993), toma o valor de 3,5.

2.8 Controlo Estatístico Multivariado do Processo

O Controlo Estatístico Multivariado recorre a um conjunto de técnicas que permite o controlo de várias características da qualidade em simultâneo. No meio industrial, por vezes, a

análise de características individualmente torna-se insustentável, pelo número de documentos que origina, mas também pelas conclusões erradas que a análise univariada pode induzir. Estes erros aumentam com o aumento da correlação entre as características da Qualidade.

Quando se está perante o controlo univariado, utilizando as cartas de Shewhart, o risco de ocorrência de um falso alarme é de 0,27%. No controlo de duas variáveis em simultâneo, segundo Montgomery (2005), a probabilidade de existir um ponto fora do intervalo definido pelos limites de controlo é de $(0,0027) \times (0,0027) = 0,00000729$, pelo contrário, a probabilidade de um ponto pertencer a esse intervalo é $(0,9973) \times (0,9973) = 0,99460729$.

Se o número de variáveis em controlo aumentar, a diferença entre o controlo univariado e o multivariado aumenta. Se existirem p características da qualidade, e se estas forem independentes e Normalmente distribuídas, o risco do tipo I, α , é dado pela equação (2.127), onde α_i representa o risco do tipo I para a variável i .

$$\alpha = 1 - \prod_{i=1}^p (1 - \alpha_i) \quad (2.127)$$

A probabilidade de todos pontos pertencerem ao intervalo definido pelos limites de controlo é dada pela equação (2.128).

$$P(\text{todo os pontos pertencerem ao intervalo}) = \prod_{i=1}^p (1 - \alpha_i) \quad (2.128)$$

Segundo Montgomery (2005), os primeiros estudos do controlo estatístico multivariado são da autoria de *Hotelling* em 1947, após ter desenvolvido estes procedimentos durante a II Guerra Mundial. A grande contribuição para o desenvolvimento desta área é atribuída a Alt (1985), no entanto, muitos outros autores abordam este método, como Mason e Young (2002), Bersimis *et al.* (2007) e Young-il e Adams (2009). Como alternativa a esta metodologia surgem as cartas baseadas em métodos de projecção, referenciadas por Kourti e MacGregor (1995), Montgomery (2005) e Shinde e Khadse (2009), e ainda as cartas desenvolvidas por Hayter e Tsui (1994), que permitem detectar, imediatamente, quais as variáveis responsáveis pela situação fora de controlo.

No estudo multivariado também se analisa a capacidade do processo, sendo essa matéria alvo de estudo por parte de vários autores, como Shahriari *et al.* (1995), Wang e Chen (1998-99) e Shahriari e Abdollahzadeh (2009)

O controlo estatístico multivariado divide-se em duas fases distintas, a Fase I e a Fase II. Na Fase I recolhem-se os dados (Pereira e Requeijo (2008) recomendam um mínimo de 100 observações para cada característica), determinam-se os limites de controlo, verifica-se se o processo está sob controlo e estimam-se os parâmetros. Na Fase II, determinam-se os limites de controlo com base nos parâmetros estimados na Fase I e procede-se à monitorização do processo.

Quando se está perante dados auto-correlacionados, de uma ou mais variáveis, as cartas de controlo, na Fase I, devem ser elaboradas a partir dos resíduos de todas as variáveis. Na Fase II as cartas de controlo são construídas com base nos erros de previsão. Os resíduos e os erros de previsão são obtidos através da metodologia apresentada no ponto 2.5.

Na presente dissertação foram aplicadas cartas de *Hotteling* (Cartas T^2) para observações individuais, no entanto estas cartas também se aplicam a amostras. Todos estes desenvolvimentos baseiam-se no pressuposto de que as p características seguem uma distribuição Normal multivariada $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, com o vector média $\boldsymbol{\mu}^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ e matriz das covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$.

2.8.1 Cartas T^2 para Médias de Amostras

Na Fase I, para o controlo estatístico de p características, recolhem-se os dados X_{ijk} ($i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, p$; $k = 1, 2, \dots, m$) e calcula-se as média, as variâncias e as covariâncias amostrais, sendo estas definidas pelas equações (2.129), (2.130) e (2.131).

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ijk} \quad (2.129)$$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad (2.130)$$

$$S_{jhk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})(X_{ihk} - \bar{X}_{hk}) ; j \neq h \quad (2.131)$$

A partir da equação (2.132) é possível calcular as médias amostrais, $\bar{\bar{X}}_j$, que compõem o vector média $\bar{\bar{\mathbf{X}}}$. As variâncias, $\bar{\bar{S}}_j^2$, e as covariâncias, $\bar{\bar{S}}_{jh}$, que formam a matriz das covariâncias $\bar{\bar{\mathbf{S}}}$, são obtidas através das equações (2.133) e (2.134). As médias da p características da amostra k formam o vector $\bar{\bar{\mathbf{X}}}_k$.

$$\bar{\bar{X}}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad (2.132)$$

$$\bar{\bar{S}}_{jj} = \bar{\bar{S}}_j^2 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad (2.133)$$

$$\bar{\bar{S}}_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk} ; j \neq h \quad (2.134)$$

$$\bar{\bar{\mathbf{X}}} = (\bar{\bar{X}}_1, \bar{\bar{X}}_2, \dots, \bar{\bar{X}}_p)^T \quad (2.135)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & \dots & \bar{S}_{1p} \\ \bar{S}_{21} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & \dots & \bar{S}_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \bar{S}_{p1} & \bar{S}_{p2} & \bar{S}_{p3} & \dots & \bar{S}_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.136)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_k = (\bar{X}_{1k}, \bar{X}_{2k}, \dots, \bar{X}_{pk})^T \quad (2.137)$$

Nas equações anteriores considera-se:

X_{ijk} - observação i da característica j na amostra k

\bar{X}_{jk} - média da característica j na amostra k

S_{jk}^2 - variância da característica j na amostra k

S_{jhk} - covariância entre a característica j e h na amostra k

$\bar{\bar{X}}_j$ - média das médias das amostra para característica j

\bar{S}_{jj} - média das variâncias das amostra para a característica j

\bar{S}_{jh} - média das covariâncias das amostras entre as características j e h

Após determinadas estas expressões, define-se a variável T^2 . A partir desta variável constrói-se a carta de controlo multivariada para a média. Esta estatística é determinada através da equação (2.138) e os limites de controlo para a carta T^2 são obtidos recorrendo à equação (2.139).

$$(T^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}})^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}}) \quad (2.138)$$

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha; p, mn-m-p+1} \quad (2.139)$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

Se $(T^2)_k > LSC_{T^2}$, detecta-se uma causa especial de variação, sendo as amostras responsáveis pelos pontos fora dos limites retiradas e recalculam-se as estatísticas a partir da equação (2.132).

Concluída a Fase I e estimados os parâmetros ($\hat{\mu} = \bar{\bar{\mathbf{X}}}$ e $\hat{\Sigma} = \mathbf{S}$), dá-se início à Fase II do controlo multivariado. A Fase II é uma fase de monitorização e realiza-se em tempo real.

Para esta fase existem duas cartas possíveis, a carta T^2 e carta χ^2 . A carta T^2 aplica-se quando se pretende monitorizar o processo imediatamente a seguir à Fase I. A carta χ^2 emprega-se para a monitorização do processo quando este já se encontra sob controlo estatístico por um período de tempo considerável e os parâmetros são conhecidos e mantêm-se estáveis. As estatísticas para a carta T^2 e para a carta χ^2 são dadas pelas equações (2.138) e (2.140), os respectivos limites de controlo são obtidos através das equações (2.141) e (2.142).

$$(\chi^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.140)$$

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha; p, mn-m-p+1} \quad (2.141)$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

$$LSC_{\chi^2} = \chi^2_{\alpha; p} \quad (2.142)$$

$$LIC_{\chi^2} = 0$$

Quando $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ ou $(\chi^2)_k > LSC_{\chi^2}$ verifica-se uma causa especial de variação. Como se está na Fase II, as variáveis responsáveis devem ser identificadas e implementar-se medidas correctivas.

2.8.2 Cartas para Observações Individuais

Considerando p características da qualidade, procede-se à recolha de X_{jk} ($j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m$) e calcula-se, para cada característica, a média e a variância, para as características j e h calcula-se a covariância. Estes valores são obtidos, respectivamente, pelas equações (2.143), (2.144) e (2.145).

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m X_{jk} \quad (2.143)$$

$$S_{jj} = S_j^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)^2 \quad (2.144)$$

$$S_{jh} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)(X_{hk} - \bar{X}_h) \quad (2.145)$$

As médias obtidas a partir da equação (2.143) constituem o vector média $\bar{\mathbf{X}}$, os valores das variâncias e da covariâncias obtidos através das equações (2.144) e (2.145) formam a matriz das covariâncias \mathbf{S} . As observações p no instante k definem o vector \mathbf{X}_k .

$$\bar{\mathbf{X}} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_p)^T \quad (2.146)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \dots & S_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_{p1} & S_{p2} & S_{p3} & \dots & S_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.147)$$

$$\mathbf{X}_k = (X_{1k}, X_{2k}, \dots, X_{pk})^T \quad (2.148)$$

Com base nas equações definidas anteriormente determina-se a estatística para a construção da carta T^2 na Fase I. Essa estatística é dada pela equação (2.149) e os limites de controlo para a carta T^2 são obtidos através da equação (2.150).

$$(T^2)_k = (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}) \quad (2.149)$$

$$LSC_{T^2} = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2} \quad (2.150)$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

Onde $\beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2}$ representa o percentil à direita da distribuição Beta, para uma probabilidade α e parâmetros $p/2$ e $(m-p-1)/2$. Segundo Pereira e Requeijo (2008), quando não é possível efectuar os cálculos da distribuição Beta, determina-se o valor de $\beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2}$ através da distribuição de Fisher.

$$\beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2} = \frac{\frac{p}{m-p-1} F_{\alpha; p, (m-p-1)}}{1 + \frac{p}{m-p-1} F_{\alpha; p, (m-p-1)}} \quad (2.151)$$

Se $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ verifica-se a ocorrência de uma causa especial de variação, são retiradas as observações individuais que contribuíram para essa causa especial e inicia-se o procedimento desde a equação (2.143).

Com o processo sob controlo e os parâmetros estimados ($\hat{\mu} = \bar{\mathbf{X}}$ e $\hat{\Sigma} = \mathbf{S}$) dá-se início à Fase II. Analogamente à Fase II para controlo de amostras, para as observações individuais também existe duas cartas que podem ser aplicadas. A carta T^2 que se utiliza para monitorizar o processo imediatamente a seguir à Fase I e a carta χ^2 que se utiliza quando o processo já se encontra sob controlo estatístico por um longo período de tempo. As estatísticas para a carta T^2 e para a carta χ^2 calculam-se com as equações (2.149) e (2.153). Os respectivos limites obtêm-se a partir das equações (2.152) e (2.142).

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(m-1)}{m(m-p)} F_{\alpha; p, m-p} \quad (2.152)$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

$$(\chi^2)_k = (\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.153)$$

Se $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ ou $(\chi^2)_k > LSC_{\chi^2}$ ocorre uma causa especial de variação, perante a Fase II, as variáveis responsáveis devem ser identificadas e proceder-se com medidas correctivas.

2.8.3 Interpretação das Cartas T^2

Na análise das cartas multivariadas é fundamental identificar quais as variáveis que contribuíram para um ponto fora do intervalo definido pelos limites de controlo. A existência dessa causa especial pode dever-se a uma ou mais variáveis ou ainda a uma alteração na correlação entre variáveis, e só identificando essa variável ou variáveis se pode implementar medidas correctivas adequadas à situação. Existem vários métodos para a identificação dessas variáveis, Montgomery (2005) faz referência ao método aplicado à estatística d , Jackson (1985) aborda a decomposição em componentes principais e Pereira e Requeijo (2008) refere o método de decomposição em componentes ortogonais. No entanto, na presente dissertação será apenas abordado o método aplicado à estatística d .

2.8.3.1 Método Aplicado à Estatística d

Apresentado por Montgomery (2005), o método aplicado à estatística d , prima pela sua fácil aplicação. Este método tem como objectivo determinar a variável, ou variáveis, responsável pela causa especial de variação. O método aplica-se calculando a estatística d para cada variável i , recorrendo à equação (2.154), onde T^2 representa o valor da estatística calculado a partir das p variáveis e $T_{(i)}^2$ representa o valor da estatística de Hotelling calculado recorrendo às p variáveis com excepção da variável i . Quando a condição imposta pela equação (2.155) se verifica, conclui-se que a variável i é a variável responsável pela situação de fora de controlo.

$$d_i = T^2 - T_{(i)}^2, i = 1, 2, \dots, p \quad (2.154)$$

$$d_i > \chi_{\alpha; 1}^2 \quad (2.155)$$

2.8.4 Condições de Aplicabilidade

As condições a verificar para a aplicação do controlo estatístico multivariado, são a aleatoriedade e a Normalidade dos dados. A verificação destes pressupostos pode ser efectuada mediante os métodos referidos para o controlo estatístico univariado, no ponto

2.4. No entanto autores propõem testes multivariados, ou seja testes que verificam estas condições para as p características da qualidade. Para testar a aleatoriedade multivariada, Holmes e Mergen (1998) sugerem um teste multivariados, que consiste em comparar a matriz das covariâncias com a matriz das covariâncias obtida da Diferença dos Quadrados Mínimos Sucessivos (MSSD). Para a verificação da normalidade multivariada existem vários testes, como o Teste H, o Teste Q_3 e o Teste Q-Q, mencionados por Pereira e Requeijo (2008).

2.8.5 Capacidade Multivariada do Processo

O estudo da capacidade multivariada do processo revela-se mais complexo do que nos processos univariados. Ao longo dos anos muitos têm sido os desenvolvimentos nesta matéria, muitos autores têm dedicado os seus estudos a diversos índices para a análise da capacidade multivariada. Shahriari *et al.* (1995) propõem um método para o estudo da capacidade multivariada composto por três índices. Referenciados por Wang e Chen (1998-99), os índices MC_p , MC_{pk} , MC_{pm} e MC_{pmk} surgem a partir da decomposição em componentes principais. No seu livro, Kotz e Johnson (1993), referenciam estes e outros índices de capacidade. Shahriari e Abdollahzadeh (2009) propõem o índice de capacidade NMC_{pm} e um novo vector de capacidade.

O método que se adoptou no presente estudo, para a análise da capacidade multivariada é o proposto por Shahriari *et al.* (1995). Este método baseia-se em determinar o valor de três componentes, C_{pM} , PV e LI .

2.8.5.1 Índices de Capacidade Multivariada

Como foi referido anteriormente, o método utilizado na presente dissertação é o proposto por Shahriari *et al.* (1995). Com base neste método a análise da capacidade multivariada faz-se mediante três índices, C_{pM} , PV e LI . O índice C_{pM} relaciona os volumes das regiões referentes à especificação com os do processo, comparando-se ao índice de capacidade univariada, C_p . O valor do índice C_{pM} obtém-se através da equação (2.156).

$$C_{pM} = \left(\frac{\text{Volume da região referente à especificação}}{\text{Volume modificado referente ao processo}} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.156)$$

Quando a especificação técnica define uma região, quando $p = 2$ essa região é um rectângulo, para $p = 3$ representa um prisma e para $p \geq 4$ um p -rectângulo. A região referente ao processo é definida por um p -elipsóide, quando $p = 2$ é uma elipse, para $p = 3$ é um elipsóide e para $p \geq 4$ é um p -elipsóide. No entanto a equação (2.156) refere o volume da região modificada e essa região é dada pelo menor p -rectângulo que contém o elipsóide. A Figura 2.9 mostra a definição de região modificada, para $p=2$.

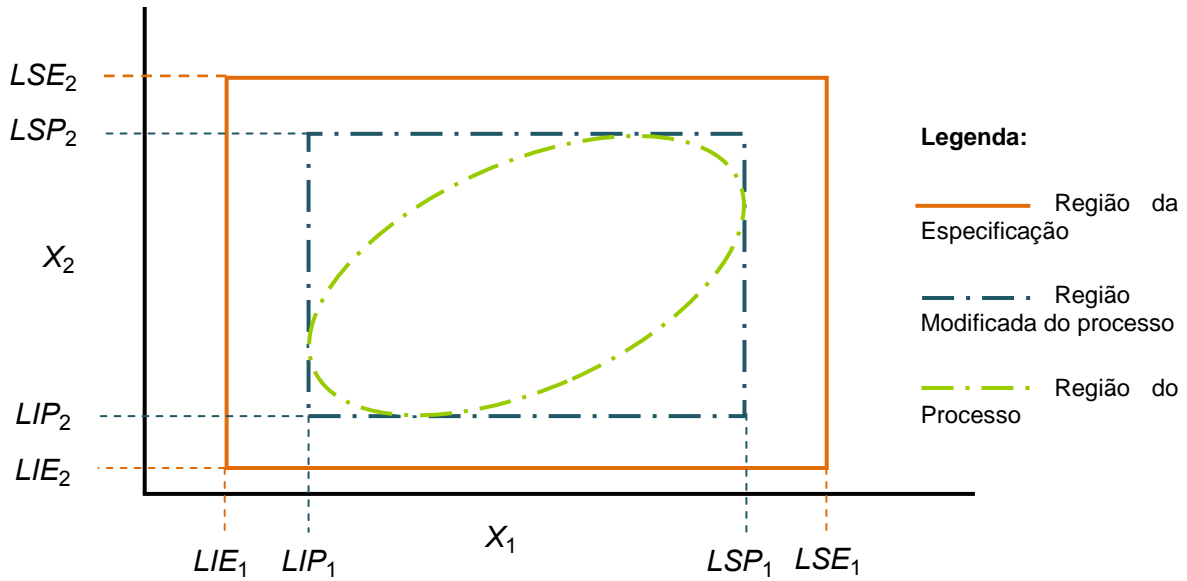


Figura 2.9 – Região modificada do processo para $p = 2$ (Adaptado de: Pereira e Requeijo (2008)).

O valor do índice C_{pM} é calculado considerando os limites superior e inferior da especificação (LSE e LIE) e do processo (LSP e LIP), e assim obtém-se a equação (2.157).

$$C_{pM} = \left(\frac{\prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i)}{\prod_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i)} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.157)$$

Os limites LSP e LIP são obtidos através das equações (2.158) e (2.159).

$$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{\alpha; p}^2 \cdot \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma_i^{-1})}} ; i = 1, 2, \dots, p \quad (2.158)$$

$$LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{\alpha; p}^2 \cdot \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma_i^{-1})}} ; i = 1, 2, \dots, p \quad (2.159)$$

Nas equações anterior considera-se,

Σ - matriz das covariâncias

Σ_i - matriz das covariâncias desprezando a coluna i e a linha i da matriz Σ

$\det(\Sigma_i^{-1})$ - determinante da matriz inversa de Σ_i

$\chi_{\alpha; p}^2$ - percentil à direita, para uma probabilidade α , da distribuição χ^2 com p graus de liberdade

O índice PV compara a localização da especificação técnica com a localização do processo. A equação (2.160), que define o índice PV , tem como base o facto do centro da especificação técnica ser considerado o objectivo para o centro do processo.

$$PV = P\left(T^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} F_{\alpha, N-p}\right) \quad (2.160)$$

A estatística T^2 é obtida a partir da equação (2.161), onde $\mathbf{T} = (T_1, T_2, \dots, T_p)^T$ representa o vector dos valores nominais da especificação.

$$T^2 = n(\hat{\boldsymbol{\mu}} - \mathbf{T})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\mu}} - \mathbf{T}) = n(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \quad (2.161)$$

O índice LI analisa as regiões definidas pela especificação e pelo processo, ou seja, verifica se a região definida pelo processo está contida na região definida pela especificação. Este índice é definido pela equação (2.162).

$$LI = \begin{cases} 1 & \text{se a região modificada do processo está} \\ & \text{contida na região da especificação} \\ 0 & \text{outra situação} \end{cases} \quad (2.162)$$

O valor de LI compara os intervalos da especificação $[LIE, LSE]_j$ e do processo $[LIP, LSP]_j$ para as p características. Quando para todas as p características se verifica $[LIP, LSP]_j \subset [LIE, LSE]_j$, LI toma o valor 1.

O processo apresenta capacidade quando se verifica $C_{pM} \geq 1,33$, $PV \simeq 1$ e $LI = 1$.

2.9 Conclusões

O Controlo Estatístico do Processo tem demonstrado ser uma ferramenta poderosa e muito útil no controlo e monitorização dos processos. Sendo alvo de estudo por parte de vários autores, obteve um grande desenvolvimento o que conduziu à introdução de novos métodos nesta área.

A implementação do controlo estatístico do processo é uma etapa muito importante para o sucesso de todo o estudo. Para uma correcta implementação é necessário um conhecimento completo do processo, identificar quais os seus pontos críticos e quais as características relevantes do produto e que merecem um estudo cuidadoso.

Identificadas as características e recolhidos os dados, é necessário verificar se estes verificam os pressupostos de independência e de Normalidade. A verificação da independência dos dados realiza-se recorrendo à *FACE* e a *FACPE*. Quando à Normalidade sugere-se a aplicação do teste de *Kolmogorov-Smirnov*. É necessário também verificar se existem Outliers através do Método Iterativo de Identificação de Outliers, aplicado quando os

dados não apresentam independência, e do Método Iterativo MAD para dados independentes.

O Controlo Estatístico do Processo tradicional está dividido em duas fases, a Fase I e a Fase II. Na Fase I elaboram-se as cartas de controlo indicadas para o processo e verifica-se a ocorrência de causas especiais de variação. Se estas ocorrerem, o ponto responsável deve ser eliminado e recalculados os limites e a linha central das cartas de controlo. Estabilizado o processo e verificados os pressupostos de independência e de Normalidade, procede-se à estimação dos parâmetros e por fim à análise da capacidade do processo. A Fase II é a fase de monitorização, sendo assim o controlo do processo é efectuado em tempo real. Quando ocorre uma causa especial de variação, esta deve ser investigada de modo a que se possam implementar medidas correctivas.

Se a independência dos dados não se verificar, o processo deve ser ajustado recorrendo ao modelo *ARIMA* mais adequado. Para a Fase I do controlo estatístico do processo, as cartas são elaboradas com base nos resíduos, na Fase II recorre-se aos erros de previsão para a construção das cartas. Quando o pressuposto da normalidade dos dados não é verificado, procede-se à transformação dos mesmos de acordo com o Sistema de Distribuições de Jonhson e elaboram-se as cartas de controlo com base nos dados transformados.

Em muitos processos industriais existe a necessidade de controlar várias características em simultânea e recorre-se ao Controlo Estatístico Multivariado. Este controlo é vantajoso em relação ao controlo univariado pois considera a correlação entre as várias características. O controlo multivariado é composto por duas fases, a Fase I e a Fase II. Na Fase I elaboram-se cartas T^2 . Quando ocorre uma causa especial de variação o ponto responsável deve ser eliminados para todas as características e recalculados os limites de controlo. Se o processo se encontra sob controlo estatístico procede-se à estimação do vector média e da matriz das covariâncias. Em seguida analisa-se a capacidade multivariada através dos índices C_{pM} , PV e LI .

Dá-se início à Fase II, que tem como objectivo a monitorização do processo em tempo real. Nesta fase quando se verifica uma causa especial de variação, identifica-se qual a característica (ou características) responsável recorrendo ao método aplicado à estatística d . Identificada a característica (ou características) responsável procede-se a uma investigação e implementam-se medidas correctivas específicas.

No caso de se verificar auto-correlação dos dados para o controlo estatístico multivariado, mesmo que seja só uma característica a ser auto-correlacionada, é necessário calcular os resíduos de todas as características para a construção das cartas de controlo da Fase I. Na Fase II as cartas de controlo baseiam-se em erros de previsão.

Capítulo 3 – Controlo Estatístico de “Pequenas Produções”

No mundo competitivo actual, em que todos os dias novos produtos chegam ao mercado, com uma maior qualidade a um preço razoável, é importante que as organizações adoptem estratégias para minimizar os custos. Por vezes as estratégias definidas incidem numa redução dos custos de armazenamento de matérias-primas, produtos em vias de fabrico e até produtos finais. Cada vez mais as empresas apostam na filosofia *JIT*, onde só produzem quando têm encomendas efectivas.

As novas técnicas de produção conduzem a que sejam produzidos poucos produtos de cada vez, introduzindo consequências no controlo da qualidade. Surge assim, o conceito de pequena produção (*short run*). Esta produção acontece quando o número de unidades produzidas é pequeno ou quando a produção se realiza por lotes. Esta temática tem sido abordada por vários autores como Montgomery (2005), Quesenberry (1997), Wheeler (1992) e Pereira e Requeijo (2008).

3.1 Cartas de Controlo Univariadas

À semelhança das cartas de controlo de Shewart, as cartas para pequenas produções também se dividem em duas tipologias, as cartas de variáveis e as cartas de atributos.

O Quadro 3.1 apresenta as cartas de controlo para pequenas produções. Na presente dissertação são apresentadas em detalhe as cartas de controlo de variáveis, pois foram as utilizadas no caso de estudo.

Quadro 3.1 – Cartas de Controlo para Pequenas Produções.

Cartas de Controlo		
Variáveis	Número suficiente de dados para estimar os parâmetros do processo	Cartas de Diferenças – Cartas D
		Cartas Z e W
	Número insuficiente de dados para estimar os parâmetros do processo	Cartas Q
Atributos	Parâmetros do Processo Conhecidos	Carta Z_p
		Carta Z_u
	Parâmetros do Processo não Conhecidos	Carta Q_p
		Carta Q_u

Todos os pressupostos das cartas de variáveis de Shewhart são válidos para as cartas de variáveis para pequenas produções, incluindo as regras de detecção de padrões não aleatórios da Norma ISO 8258:1991.

3.1.1 Cartas de Controlo de Diferenças – Carta D

As cartas de controlo de diferenças são normalmente aplicadas na Fase II do controlo estatístico, quando já foram estimados os parâmetros do processo na Fase I. Estas cartas permitem a representação numa só carta de diferentes características, independentemente do produto. No entanto, para a implementação destas cartas é necessário garantir que não se verifica diferenças significativas entre as variâncias dos vários processos representados. Para a verificação desta condição podem utilizar-se o Teste de *Bartlett* e o Método Empírico (Pereira e Requeijo, 2008).

A média dos processos é controlada com a carta das diferenças, a dispersão do processo é controlada através das cartas de Shewhart (carta R , carta S , carta S^2 ou carta MR).

3.1.1.1 Cartas de Controlo da Média e da Amplitude

O controlo da média é efectuado através de uma carta de diferenças, $D_{\bar{X}}$. A estatística para a construção desta carta, para o produto j no instante i , é obtida através da equação (3.1) ou (3.2). A dispersão é controlada com a carta R obtida a partir da equação (2.6).

$$(d_i)_j = (\bar{X}_i - \mu)_j \quad (3.1)$$

$$(d_i)_j = (\bar{X}_i - T)_j \quad (3.2)$$

onde

\bar{X}_i - média da amostra i

T - valor nominal do produto X

μ - média do processo do produto X

Os limites da carta das diferenças determinam-se recorrendo à equação (3.3). Para a carta R , os limites calculam-se com base na equação (2.8). O valor constante A_2 depende, exclusivamente, da dimensão da amostra e é obtido a partir da Tabela I.1 do Anexo I.

$$\begin{aligned} LSC_{D_{\bar{X}}} &= A_2 \bar{R} \\ LC_{D_{\bar{X}}} &= 0 \\ LIC_{D_{\bar{X}}} &= -A_2 \bar{R} \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.1.1.2 Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão

Para controlar a média dos processos utiliza-se, novamente, a carta $D_{\bar{X}}$ obtida através da estatística dada pela equação (3.1) ou (3.2). O controlo da dispersão do processo é efectuado através da carta S , analisada no ponto 2.3.5.1.2.

Os limites da carta $D_{\bar{X}}$ são definidos pela equação (3.4). O valor da constante A_3 , depende da dimensão da amostra e encosta-se na Tabela I.1 do Anexo I.

$$\begin{aligned} LSC_{D_{\bar{X}}} &= A_3 \bar{S} \\ LC_{D_{\bar{X}}} &= 0 \\ LIC_{D_{\bar{X}}} &= -A_3 \bar{S} \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.1.1.3 Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móveis

Quando se trata de observações individuais, o controlo da média é efectuado com a carta D_X . Para a construção desta carta utiliza-se a estatística, para o produto j no instante i , dada pela equação (3.5) ou (3.6). A carta das amplitudes móveis (MR) constrói-se calculando a amplitude móvel a partir da equação (2.16).

$$(d_i)_j = (X_i - \mu)_j \quad (3.5)$$

$$(d_i)_j = (X_i - T)_j \quad (3.6)$$

Os limites da carta D_X são definidos pela equação (3.7). Para a carta MR , os limites são calculados com base na equação (2.18). O valor da constante d_2 depende da dimensão da amostra e encontra-se na Tabela I.1 do Anexo I.

$$\begin{aligned} LSE_{D_X} &= \frac{3}{d_2} \overline{MR} \\ LC_{D_X} &= 0 \\ LIE_{D_X} &= -\frac{3}{d_2} \overline{MR} \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.1.2 Cartas de Controlo Z e W

Devido à impossibilidade de utilizar as cartas de diferenças quando as variâncias são significativamente diferentes, surgem as cartas Z e W . Quando as variâncias são significativamente diferentes, procede-se à transformação dos dados para que estes se tornem adimensionais. Estas transformações recorrem a estimativas da média e do desvio padrão, e por isso, utilizam-se em preferência na Fase II do controlo estatístico.

Para o controlo da média serão utilizadas as cartas Z , e a dispersão será controlada com as cartas W (W_R , W_S e W_{MR}). Na aplicação destas cartas, os dados a utilizar devem ser independentes e Normalmente distribuídos.

3.1.2.1 Cartas de Controlo da Média e da Amplitude

Para o controlo da média utiliza-se a carta $Z_{\bar{X}}$ e para a dispersão recorre-se à carta da amplitude (W_R). Estas cartas são construídas através das estatísticas calculadas, em cada instante i , pelas respectivas equações (3.8) e (3.9).

$$(Z_i)_j = \left(\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} \right)_j = \left(\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma/\sqrt{n_i}} \right)_j \quad (3.8)$$

$$(W_i)_j = \left(\frac{R_i}{d_2\sigma} \right)_j = \left(\frac{R_i}{\bar{R}} \right)_j \quad (3.9)$$

sendo

$(\bar{X}_i)_j$ - média da amostra i do produto j

$(R_i)_j$ - amplitude da amostra i do produto j

$(\mu)_j$ - média do processo para o produto j (Fase I)

$(\sigma)_j$ - desvio padrão do processo para o produto j (Fase I)

$(n_i)_j$ - dimensão da amostra i do produto j

Os limites das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_R são obtidos pelas equações (3.10) e (3.11), respectivamente. Os valores das constantes d_2 , D_3 e D_4 , dependem da dimensão da amostra e encontram-se na Tabela I.1 do Anexo I.

$$\begin{aligned} LSC_{Z_{\bar{X}}} &= 3 \\ LC_{Z_{\bar{X}}} &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} LIC_{Z_{\bar{X}}} &= -3 \\ LSC_{W_R} &= D_4 \\ LC_{W_R} &= 1 \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$LIC_{W_R} = D_3$$

3.1.2.2 Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão

Para a construção da carta $Z_{\bar{X}}$ recorre-se à variável determinada pela equação (3.8). Na carta W_S utiliza-se a variável determinada pela equação (3.12).

$$(W_i)_j = \left(\frac{S_i}{c_4 \sigma} \right)_j = \left(\frac{\bar{S}_i}{\bar{S}} \right)_j \quad (3.12)$$

onde

$(\bar{S}_i)_j$ - média dos desvios padrão da amostra i do produto j

$(S_i)_j$ - desvio padrão da amostra i do produto j

Os limites para a carta Z são obtidos com a equação (3.10), para determinar os limites da carta W_S recorre-se à equação (3.13). O valor das constantes c_4 , B_4 e B_3 dependem da dimensão da amostra (Tabela I.1 do Anexo I)

$$\begin{aligned} LSC_{W_S} &= B_4 \\ LC_{W_S} &= 1 \\ LIC_{W_S} &= B_3 \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.1.2.3 Cartas de Controlo de Observações Individuais e da Amplitude Móveis

Quando não é possível a recolha de amostras, recorre-se às cartas de observações individuais. A carta Z_X para observações individuais é construída recorrendo à estatística definida pela equação (3.14). Para a carta W_{MR} utiliza-se a estatística definida pela equação (3.15), ou então a equação (3.16) quando se utiliza duas observações consecutivas para o cálculo da amplitude móvel.

$$(Z_i)_j = \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)_j \quad (3.14)$$

$$(W_i)_j = \left(\frac{MR_i}{d_2 \sigma} \right)_j = \left(\frac{MR_i}{\overline{MR}} \right)_j \quad (3.15)$$

$$(W_i)_j = (|Z_i - Z_{i-1}|)_j \quad (3.16)$$

onde

$(\overline{MR}_i)_j$ - média das amplitudes móveis da amostra i do produto j

$(MR_i)_j$ - amplitude móvel para o instante i do produto j

Para a carta Z_X utilizam-se os limites definidos pela equação (3.10), os limites da carta W_{MR} são obtidos a partir da equação (3.11).

3.1.3 Cartas de Controlo Q

Nos processos reais, por vezes não é possível recolher um número de dados satisfatório para que se possa proceder à estimação dos parâmetros, impossibilitando o controlo estatístico tradicional. Para responder a esta necessidade, surge uma metodologia desenvolvida por Quesenberry (1997), que propõe a transformação das estatísticas referentes à característica da qualidade X em variáveis Q . Esta metodologia assenta no pressuposto de os valores da variável X serem independentes e identicamente distribuídos de acordo com uma distribuição Normal $N(\mu, \sigma^2)$.

Com as cartas Q é possível o controlo de características de vários produtos (variáveis contínuas), e podem ser aplicadas a amostra ou a observações individuais, construindo sempre duas cartas distintas, uma para a média do processo e outra para a dispersão.

3.1.3.1 Cartas Q para Observações Individuais e Amplitudes Móveis

A estatística Q , que se obtém a partir da estatística X no instante r , é determinada através da equação (3.17) e dá origem à carta $Q(X)$. Esta estatística permite o controlo da média do processo a partir do instante $r = 3$.

$$Q_r(X_r) = \Phi^{-1} \left(G_{r-2} \left(\sqrt{\frac{r-1}{r}} \left(\frac{X_r - \bar{X}_{r-1}}{S_{r-1}} \right) \right) \right), \quad r = 3, 4, \dots \quad (3.17)$$

A carta $Q(MR)$ controla a dispersão do processo a partir de $r = 4$. Esta carta é construída a partir da estatística Q , obtida com a transformação da estatística MR , através da equação (3.18).

$$Q_r(MR_r) = \Phi^{-1} \left(F_{1,v} \left(\frac{v(MR)^2}{(MR)_2^2 + (MR)_4^2 + \dots + (MR)_{r-2}^2} \right) \right), \quad r = 4, 6, \dots \quad (3.18)$$

onde $v = r/2 - 1$

Nas equações anteriores considera-se

X_r - observação no instante r

\bar{X}_{r-1} - média de $r - 1$ observações

S_{r-1}	- desvio padrão de $r - 1$ observações
MR_r	- amplitude móvel no instante r
Φ^{-1}	- inverso da Função de Distribuição Normal
G_{r-2}	- Função da Distribuição t-student com $r - 2$ graus de liberdade
$F_{1,v}$	- Função da Distribuição de Fisher com 1 e v graus de liberdade

Os limites para a carta $Q(X)$ e $Q(MR)$ são obtidos através das equações (3.19) e (3.20), respectivamente. Quando se verifica uma causa especial de variação no instante r , esse valor é retirado do cálculo da estatística Q para o instante seguinte.

$$\begin{aligned} LSC_{Q(X)} &= 3 \\ LC_{Q(X)} &= 0 \end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned} LIC_{Q(X)} &= -3 \\ LSC_{Q(MR)} &= 3 \\ LC_{Q(MR)} &= 0 \\ LIC_{Q(MR)} &= -3 \end{aligned} \tag{3.20}$$

3.1.3.2 Cartas Q para a Média e Variância

Quando se estudam amostras, utiliza-se a carta $Q(\bar{X})$ para o controlo da média, a partir da estatística obtida pela equação (3.21). Estas estatísticas são calculadas para cada amostra i . O controlo da dispersão (carta $Q(S^2)$) faz-se recorrendo à estatística definida pela equação (3.22). O controlo começa a partir da amostra $i = 2$.

$$Q_i(\bar{X}_i) = \Phi^{-1}(G_{n_1+\dots+n_{i-1}}(\omega_i)) = \Phi^{-1}(G_{v_1+\dots+v_i}(\omega_i)) , \quad i = 2, 3, \dots \tag{3.21}$$

$$Q_i(S_i^2) = \Phi^{-1}(F_{n_1-1, n_1+\dots+n_{i-1}-i+1}(\theta_i)) = \Phi^{-1}(F_{v_i, v_1+\dots+v_{i-1}}(\theta_i)) , \quad i = 2, 3, \dots \tag{3.22}$$

em que,

$$\omega_i = \sqrt{\frac{n_i(n_1 + \dots + n_{i-1})}{n_1 + \dots + n_i}} \left(\frac{\bar{X}_i - \bar{X}_{i-1}}{S_{p, i-1}} \right) \tag{3.23}$$

$$\bar{X}_i = \frac{1}{i} ((i-1)\bar{X}_{i-1} + \bar{X}_i) \tag{3.24}$$

$$\theta_i = \frac{S_i^2}{S_{p,i-1}^2} \quad (3.25)$$

$$S_{p,i}^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + \dots + (n_i - 1)S_i^2}{n_1 + \dots + n_i - 1} \quad (3.26)$$

- n_i - dimensão da amostra i
- \bar{X}_i - média da amostra i
- $\bar{\bar{X}}_i$ - média das médias de i amostras
- $S_{p,i}^2$ - variância combinada de i amostras

Os limites de controlo e o limite central das cartas $Q(\bar{X})$ e $Q(S^2)$ são obtidos através das equações (3.19) e (3.20). A análise desta carta é idêntica à análise da carta Q para observações individuais.

3.2 Cartas de Controlo Multivariadas

À semelhança dos processos univariados, também se pode aplicar as cartas multivariadas quando não existem número suficiente de dados para estimar os parâmetros do processo. Quesenberry (1997) propõe uma aplicação da estatística Q para cartas multivariadas. Esta metodologia baseia-se no pressuposto de que a distribuição das p variáveis segue uma distribuição Normal multivariada.

3.2.1 Carta MQ_X

A construção da carta MQ_X consiste numa transformação do vector \mathbf{X} na estatística Q . Esta carta utiliza-se quando se pretende controlar p características da qualidade e os dados são observações individuais. A estatística Q é obtida a partir da equação (3.27).

$$Q_r(\mathbf{X}_r) = \Phi^{-1}(F_{p, r-1-p}(A_r)) \text{ , } r = p + 2, p + 3, \dots \quad (3.27)$$

Para o cálculo anterior são necessárias as equações seguintes:

$$A_r = \left(\frac{(r-1)(r-1-p)}{rp(r-2)} \right) (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})^T \mathbf{S}_{r-1}^{-1} (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1}) \quad (3.28)$$

$$\mathbf{X}_r = (X_{r1}, X_{r2}, \dots, X_{rp})^T \quad (3.29)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_r = \frac{1}{r} ((r-1)\bar{\mathbf{X}}_{r-1} + \mathbf{X}_r) \quad (3.30)$$

$$\mathbf{s}_r = \left(\frac{r-2}{r-1} \right) \mathbf{s}_{r-1} + \frac{1}{r} (\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}_{r-1})^T (\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}_{r-1}) \quad (3.31)$$

Segundo Quesenberry (1995), quando o processo está sob controlo estatístico pode-se afirmar que os valores da estatística Q são independentes e Normalmente distribuídos, sendo assim, os limites e a linha central para a carta MQ_X são obtidos através da equação (3.23).

$$\begin{aligned} LSC_{MQ_X} &= 3 \\ LC_{MQ_X} &= 0 \\ LIC_{MQ_X} &= -3 \end{aligned} \quad (3.32)$$

A análise da carta MQ_X é análoga às cartas Q , desenvolvidas no ponto 3.1.

3.2.2 Carta $MQ_{\bar{X}}$

A carta $MQ_{\bar{X}}$ utiliza-se quando os dados recolhidos são amostras para cada uma das p características da qualidade. A estatística Q calcula-se para cada instante r recorrendo à equação (3.33).

$$Q_r(\bar{X}_r) = \Phi^{-1}(F_{p, N_r-r-p+1}(A_r)) , \quad r = 2, 3, \dots \quad (3.33)$$

onde,

$$A_r = \left(\frac{n_r N_{r-1} (N_r - r + 1 - p)}{N_r p (N_r - r)} \right) (\bar{\mathbf{X}}_r - \bar{\bar{\mathbf{X}}}_{r-1})^T \mathbf{S}_{pool, r}^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_r - \bar{\bar{\mathbf{X}}}_{r-1}) \quad (3.34)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_r = (\bar{X}_{r1}, \bar{X}_{r2}, \dots, \bar{X}_{rp})^T \quad (3.35)$$

As estatísticas da amostra i são obtidas através das equações (3.36) e (3.37).

$$\bar{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{x}_{ij} \quad (3.36)$$

$$\mathbf{s}_i = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_i)^T (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_i) \quad (3.37)$$

As estatísticas para o cálculo da equação (3.34) são as seguintes:

$$N_r = n_1 + \dots + n_r \quad (3.38)$$

$$\bar{\bar{\mathbf{X}}}_r = \frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^r n_i \bar{\mathbf{X}}_i = \frac{1}{N_r} (N_{r-1} \bar{\bar{\mathbf{X}}}_{r-1} + n_r \bar{\mathbf{X}}_r) \quad (3.39)$$

$$\mathbf{S}_{pool, r} = \frac{1}{N_r - 1} \sum_{i=1}^r (n_i - 1) \mathbf{S}_i = \frac{1}{N_r - 1} ((N_{r-1} - r + 1) \mathbf{S}_{pool, r-1} + (n_r - 1) \mathbf{S}_r) \quad (3.40)$$

$$\mathbf{S}_{pool, 0} = \mathbf{0} \quad (3.41)$$

Os limites de controlo e a linha central para a carta $MQ_{\bar{\bar{\mathbf{X}}}}$ são obtidos através da equação (3.32). A análise desta carta é semelhante à análise das cartas Q, desenvolvidas no ponto 3.1.

Capítulo 4 - Caracterização da Empresa

4.1 Introdução

O caso prático anunciado na presente dissertação decorreu na empresa SUGALIDAL, situada em Benavente. Sendo esta empresa o foco do estudo, foi necessário um conhecimento profundo dos seus processos produtivos, assim como organização, estrutura e mecanismos de apoio à qualidade. O presente capítulo tem como objectivo apresentar uma breve descrição dos aspectos referidos anteriormente.

A informação contida neste capítulo foi fornecida pela empresa.

4.2 A empresa SUGALIDAL

A SUGALIDAL – Indústrias de Alimentação, S. A. é uma empresa privada, de capitais nacionais e destina-se à produção de derivados de tomate. Esta empresa é constituída por duas fábricas sediadas na Azambuja e Benavente.

A primeira está sediada na Azambuja desde 1957, tinha o nome SUGAL, e a sua principal função consiste na 1ª transformação de tomate fresco.

A fábrica de Benavente data de 1946. Passou em 1961 a ser uma filial da Heinz, denominada de IDAL. Desde a sua aquisição, em 2007, pelo grupo detentor da SUGAL, as 2 fábricas constituem a empresa SUGALIDAL. Esta fábrica apesar de incluir também o processo de 1ª transformação, possui diversas linhas de produção de polpa de tomate, ketchup e molhos diversos à base de tomate (2ª transformação).



Figura 4.1 – Instalações Industriais da SUGALIDAL em Benavente.

A 1ª transformação dá-se nos meses de Julho, Agosto e Setembro, denominados meses de campanha. Aqui as duas fábricas tentam armazenar e transformar a maior quantidade de tomate possível, tendo em conjunto uma capacidade diária de recepção de tomate fresco em média de 10000 toneladas. No total dos 3 meses de campanha, as 2 fábricas, recebem 500000 toneladas de tomate fresco que dá origem a cerca de 90000 toneladas de concentrado de tomate. Uma parte deste concentrado de tomate é para venda, sendo que outra serve de matéria-prima à 2ª transformação.

Actualmente, a SUGALIDAL, emprega 260 pessoas às quais se somam 450 durante os meses de campanha. Apresenta 95 milhões de euros em vendas brutas.

O presente estudo realizou-se na 2ª transformação da fábrica de Benavente.

4.3 Estrutura Organizacional da SUGALIDAL

A estrutura organizacional da SUGALIDAL é composta por um conselho de administração dividido em duas áreas: Administração e Administração CFO. A Administração engloba a parte industrial da fábrica, assim como a própria direcção Industrial, Técnica, Logística, Qualidade entre outras áreas. A Administração CFO é responsável pela área Financeira, Comercial, Recursos Humanos entre outras não menos importantes. A Figura 4.2 demonstra todas essas áreas, no entanto o organograma geral da empresa é apresentado em detalhe na Figura II.1 do Anexo II.



Figura 4.2 – Áreas do conselho de Administração da SUGALIDAL.

4.4 Processo Produtivo

A preocupação com a qualidade do tomate inicia-se com a plantação, onde cerca de 5000 hectares de terra de cultivo são controlados pela direcção técnica, num trabalho em conjunto com os agricultores, desde as sementes até à colheita.

Com a colheita e chegada à fábrica, o tomate inicia o seu processo de transformação. A Figura 4.3 mostra o resumo do processo de produção desde a colheita até ao controlo de qualidade no produto acabado.

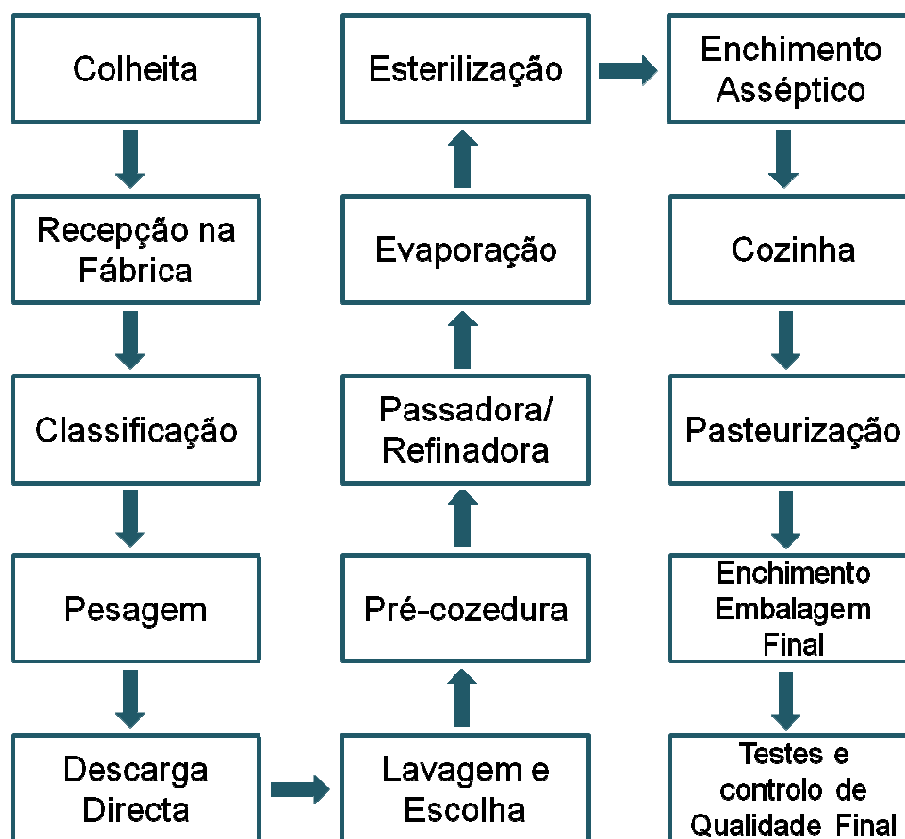


Figura 4.3 – Representação esquemática do processo de produção.

O procedimento desde a colheita até ao enchimento asséptico dá-se na 1ª transformação (durante a campanha) que dá origem ao concentrado de tomate, este é armazenado e utilizado ao longo do ano como matéria-prima para a 2ª transformação, ou então vendido a outras indústrias transformadoras.



Figura 4.4 – Enchimento e armazenamento na 1ª transformação.

A 2ª transformação começa na cozinha industrial onde são produzidas as várias receitas de acordo com o produto pretendido. As receitas são feitas em bacias, onde se misturam os

vários ingredientes. Terminada a receita os operadores retiram uma amostra e verificam que é necessário introduzir correcções. Em seguida o produto passa através de um conjunto de mecanismos: filtros, esterilizador, homogeneizador e desareador. Em seguida o produto segue para o enchimento e entra na linha de produção. O processo seguinte depende da linha de produção.

Existem 6 linhas de produção diferentes:

- Linha de frascos
- Linha das embalagens de vidros
- Linha das embalagens de plástico
- Linha das latas
- Linha das bisnagas
- Linha das embalagens de tetra pak.

Nas linhas com garrafas (plástico e vidro), o produto sai da enchedora e segue para a linha onde passa pela capsuladora, arrefecedor (o tempo no arrefecedor varia de linha para linha). À saída do arrefecedor é efectuado o controlo de qualidade horário. Posteriormente o produto é codificado, rotulado, vai para a formadora de bandejas e segue para o paletizador. Por fim é transportado para o armazém.



Figura 4.5 – Enchimento na linha do vidro.



Figura 4.6 – Produto Acabado na linha do vidro.

O procedimento descrito anteriormente é semelhante para todas as linhas, excepto para a linha de embalagens tetra pak, pois o enchimento é feito a frio, ou seja a seguir ao desareador o produto passa por um arrefecedor tubular.

4.5 Qualidade na SUGALIDAL

A qualidade na SUGALIDAL é transversal a todas as áreas. A garantia de qualidade é efectuada desde a 1ª transformação (em ambas as fábricas), onde são feitas análise ao concentrado de tomate, até ao produto acabado. Existem ainda técnicos que garantem, junto do agricultor, que as regras da qualidade e do ambiente sejam cumpridas.

A fábrica possui um equipado laboratório onde é efectuado o controlo técnico, para que se possa garantir um produto seguro e um padrão de qualidade constante. Ao longo do processo são efectuadas análises químicas, bioquímicas e micrologias.



Figura 4.7 – Laboratório de controlo de qualidade da SUGALIDAL.



Figura 4.8 – Microscópio do laboratório de controlo de qualidade.

A SUGALIDAL tem implementado o sistema HACCP (Análise de Perigos e Pontos Crítico de Controlo). Este sistema foi implementado pela própria fábrica. O Anexo II apresenta um fluxograma generalizado dos pontos críticos de controlo.

Capítulo 5 - Parte Experimental

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta a aplicação prática desenvolvida na empresa, SUGALIDAL, mencionada no Capítulo 4, tendo como base os conceitos e as metodologias presentes nos Capítulo 2 e Capítulo 3.

O presente estudo foi realizado em duas áreas diferentes, numa fase inicial na preparação de fórmulas e posteriormente no produto acabado. Em cada uma destas áreas foram escolhidos os produtos que fariam parte do estudo, assim como as características envolvidas.

O objectivo desta aplicação prática consiste em definir e implementar uma metodologia adequada, visando uma crescente melhoria do processo produtivo da SUGALIDAL.

5.2 Caracterização das Áreas Seleccionadas para o Estudo

5.2.1 Preparação de Fórmulas

A preparação de fórmulas ocorre na cozinha industrial, Figura 5.1. Aí existem várias bazines onde os ingredientes são introduzidos de forma automática, à excepção de um ingrediente que é introduzido via manual. O peso dos ingredientes, assim como o tempo para introduzir cada um, é controlado a partir da sala de fórmulas com computadores com um software específico (Figura 5.2). Este software controla o tempo em que a receita está pronta. Quando a receita está pronta é recolhida uma amostra a quente e analisada num pequeno laboratório de apoio à produção. Se estiver dentro das especificações pretendidas segue para o enchimento, por outro lado se estiver fora de especificação a receita é corrigida.

A implementação do controlo estatístico do processo nesta fase é muito importante. Se as características do produto estiverem dentro de especificação, não são necessárias as correcções que se traduzem num maior tempo dispendido para essa receita e no consumo de ingredientes.



Figura 5.1 – Cozinha Industrial.



Figura 5.2 – Sala de fórmulas na cozinha industrial.

5.2.2 Produto Acabado

Considera-se produto acabado quando este já passou por todos os processos e chega por fim à linha para rotular e embalar. A análise do produto nesta fase é feita pelo laboratório de controlo da qualidade, que de hora a hora recolhe uma garrafa para análise.

5.3 Produtos e Características em Estudo

Como já foi referido, o estudo vai realizar-se em duas fases, na preparação de fórmulas e no produto acabado. Em cada fase, foram escolhidos os produtos com maior relevância e interesse de estudo por parte da empresa.

Na preparação das fórmulas foram escolhidos 10 produtos, onde as características escolhidas variam tendo em conta a relevância para o produto. Destes 10 produtos, 5 apresentam um número de dados significativo, o que permite efectuar o estudo tradicional do Controlo Estatístico do Processo. Nos restantes produtos o número de observações individuais é inferior a 100, o que leva a aplicação de metodologias alternativas.

No produto acabado, o estudo desenvolver-se-á numa linha, a linha de produtos com embalagem de plástico. Aqui foram escolhidos 3 produtos, estes apresentam as mesmas características e foi possível recolher um número de observações individuais satisfatório para a aplicação do estudo tradicional.

Por questões de confidencialidade não serão indicados os nomes dos produtos nem das características em estudo. Os produtos serão identificados com letras (A, B, C, ...) e as características com números (1,2,3, ...).

5.3.1 Preparação de Formulas

Como já foi referido anteriormente, na preparação de fórmulas, para cada produto o estudo incidiu sobre as características que detêm uma maior importância. Na Figura 5.3 estão presentes os produtos e as respectivas características seleccionadas para o estudo.

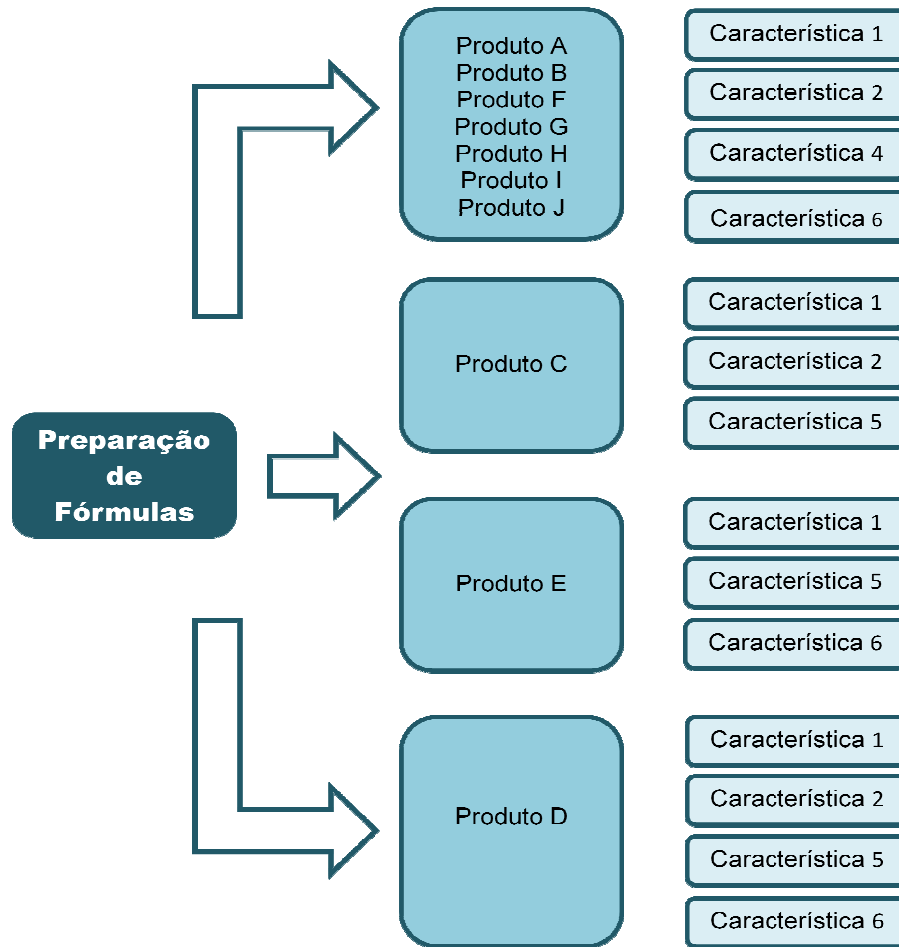


Figura 5.3 – Produtos e características na Preparação de Fórmulas.

O Quadro 5.1 indica o número de observações utilizadas na presente dissertação. A quantidade produzida de cada produto varia segundo a necessidade das encomendas, esse facto origina que os produtos F, G, H, I e J apresentem uma produção inferior e consequentemente menos observações.

Quadro 5.1 – Número de observações na Preparação de Fórmulas.

Nº Observações	
Produto A	300
Produto B	300
Produto C	300
Produto D	300
Produto E	300
Produto F	55
Produto G	14
Produto H	14
Produto I	46
Produto J	39

O Quadro 5.2 apresenta os valores das especificações técnicas para cada característica do produto na fase de preparação de fórmulas.

Quadro 5.2 - Valores Standard das características na preparação de fórmulas.

Produto A				
Característica	1	2	4	6
<i>LSE</i>	30,5	8,5	1,60	2,50
<i>LIE</i>	28,2	5,5	1,40	2,20
Produto B				
Característica	1	2	4	6
<i>LSE</i>	23,6	8,0	1,48	2,80
<i>LIE</i>	21,0	5,0	1,18	2,60
Produto C				
Característica	1	2	5	
<i>LSE</i>	13,5	9,0	4,20	
<i>LIE</i>	9,5	7,5	4,00	
Produto D				
Característica	1	2	5	6
<i>LSE</i>	13,0	8,5	4,20	0,60
<i>LIE</i>	10,0	6,5	4,00	0,30
Produto E				
Característica	1	4	6	
<i>LSE</i>	33,3	0,85	1,80	
<i>LIE</i>	30,3	0,65	1,60	

5.3.2 Produto Acabado

No produto acabado, foi escolhida a linha de produtos com embalagem de plástico, visto ser umas das linhas com maior utilização e diversos produtos. Aqui as amostras são retiradas de hora a hora, por isso, só foi possível recolher 150 amostras de cada um dos produtos. A Figura 5.4 indica as características em estudo para os vários produtos.

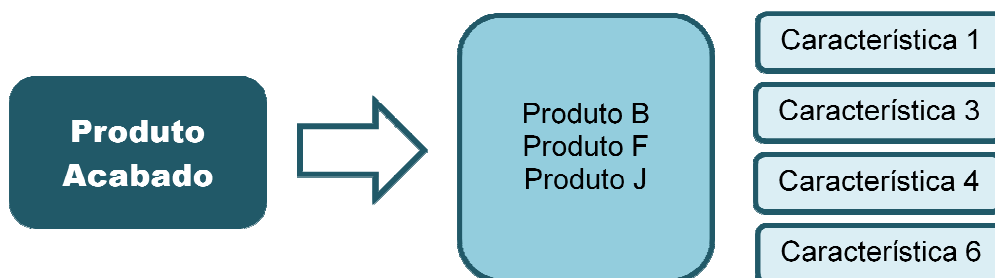


Figura 5.4 – Produtos e características no Produto Acabado.

O Quadro 5.3 apresenta os valores das especificações do produto acabado, para as características em estudo.

Quadro 5.3 – Valores das especificações para o Produto Acabado.

Produto B				
Característica	1	3	4	6
<i>LSE</i>	27,0	14,0	1,50	3,15
<i>LIE</i>	21,0	7,5	1,10	2,40
Produto F				
Característica	1	3	4	6
<i>LSE</i>	41,5	13,0	1,78	3,90
<i>LIE</i>	36,5	8,0	1,48	3,00
Produto J				
Característica	1	3	4	6
<i>LSE</i>	34,1	17,5	0,90	2,50
<i>LIE</i>	30,1	9,0	0,50	1,50

5.4 Recolha de dados

Após a selecção das áreas de intervenção, produtos e características, procedeu-se à recolha de dados.

Os dados relativos à Preparação de Fórmulas foram recolhidos pelos operadores da cozinha industrial após a fórmula concluída. A análise é efectuada num pequeno laboratório existente dentro da fábrica onde é verificada a conformidade das várias fórmulas e quando necessário do produto a quente (antes de entrar no arrefecedor). Este registo ficará no gabinete de produção.

No Produto Acabado, as análises são efectuadas no laboratório de controlo da qualidade, que analisa o produto de hora a hora, informando a produção se o produto estiver não conforme. Os resultados dessas análises são registados numa base de dados, disponível à produção.

Os dados constituem amostras de dimensão 1 e a sua recolha procedeu-se durante Maio, Junho e Julho de 2010. Contudo, a produção não foi contínua, visto que o planeamento da produção realiza-se de acordo com as encomendas.

5.5 Análise de dados na Preparação de Fórmulas

5.5.1 Produtos A, B, C, D e E

5.5.1.1 Metodologia de Aplicação

Como referido em 5.3.1, foram escolhidos 10 produtos para o estudo, sendo que para os produtos A, B, C, D e E foram realizadas 300 medições, e por isso existem dados suficientes para aplicar o controlo estatístico tradicional e estimar os parâmetros do processo. Para os restantes produtos a metodologia adoptada será diferente e posteriormente abordada. Com base nos conceitos e metodologias referidas no Capítulo 2, o procedimento a seguir para os produtos A, B, C, D e E é o seguinte:

a) Estudo Preliminar

- Verificar a independência dos dados, através da *FACE* e *FACPE*;
- Modelar os processos que apresentem dados auto-correlacionados, com o modelo *ARIMA*;
- Verificar a existência de *Outliers* e proceder ao tratamento destes, através de:
 - Modelo iterativo MAD, para dados independentes;
 - Modelo iterativo de detecção de *outliers*, para dados que verifiquem auto-correlação;

b) Estudo Univariado

b1) Fase 1

- Construir as cartas *X-MR* para todas as características de cada produto, com base:
 - Nos resíduos, para dados auto-correlacionados;
- Analisar se o processo se encontra sob controlo estatístico;
- Verificar a Normalidade dos dados (se estes não seguirem uma distribuição Normal proceder à sua transformação através do *Sistema de Distribuições de Johnson*).
- Estimar os parâmetros do processo;
- Analisar a capacidade do processo.

b2) Fase 2

- Construir as cartas:
 - Erros de Previsão (*e - MR*) para dados auto-correlacionados;
- Monitorizar o processo.

5.5.1.2 Verificação da Independência dos dados

Com o intuito de verificar a existência de auto-correlação dos dados, foram analisadas as 300 amostras de dimensão 1, das várias características de cada um dos produtos. Recorrendo ao software “*Statistica*”, foi possível verificar a existência de auto-correlação através da análise da *FACE* e *FACPE*.

A metodologia descrita em 5.5.1.1, será apresentada para a Característica 1 do Produto A, o estudo análogo para as restantes características e produtos pode ser consultado no Anexo IV.

A Figura 5.5 e Figura 5.6 representam a *FACE* e a *FACPE*, respectivamente, referentes à Característica 1 do Produto A. Analisando estas figuras, é possível constatar que existe

auto-correlação significativa dos dados, pois verifica-se que o coeficiente de auto-correlação estimado do “lag” 2 (0,204) não pertence ao intervalo de confiança devido.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* da característica em estudo, com a *FAC* e a *FACP* descritas no ponto 2.4.2.3.4, verifica-se que o processo pode ser modelado através de um modelo *AR*(2).

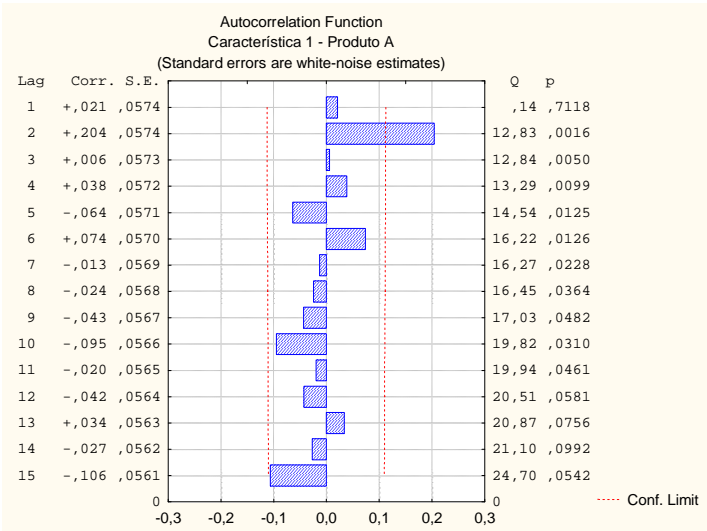


Figura 5.5 – *FACE* referente à Característica 1 do Produto A.

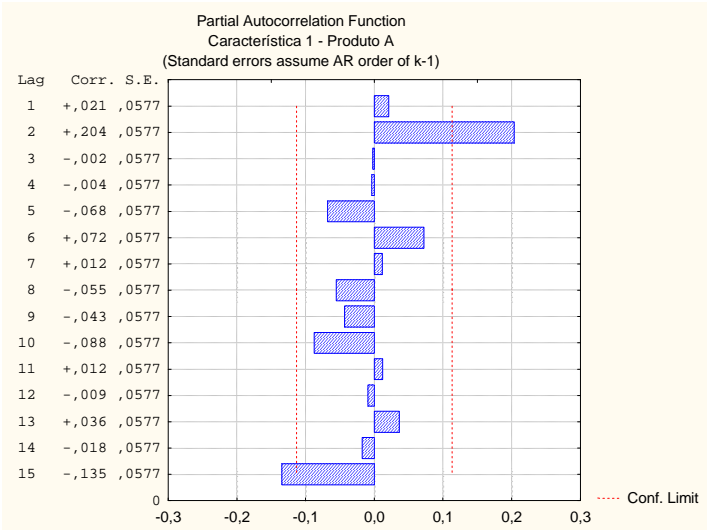


Figura 5.6 – *FACPE* referente à Característica 1 do Produto A.

Recorrendo ao software “*Statistica*”, foi possível proceder à estimação dos parâmetros. O Quadro 5.4 e Quadro 5.5 apresentam a média e os parâmetros estimados para o modelo *AR*(2), respectivamente.

Após a modelação do processo é necessário verificar se os resíduos apresentam auto-correlação e procede-se novamente à análise da *FACE* e da *FACPE* mas dos resíduos (Figura 5.7 e Figura 5.8). Esta análise verifica que os resíduos são independentes, pois os

valores dos coeficientes de auto-correlação estimados dos “lag’s” encontram-se dentro do intervalo de confiança.

Quadro 5.4 – Média referente à Característica 1 do Produto A

Média
29,004

Quadro 5.5 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 1 do Produto A.

Característica 1 – Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,09001						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_2	0,205011	0,05693	3,60092	0,0004	0,092969	0,317052

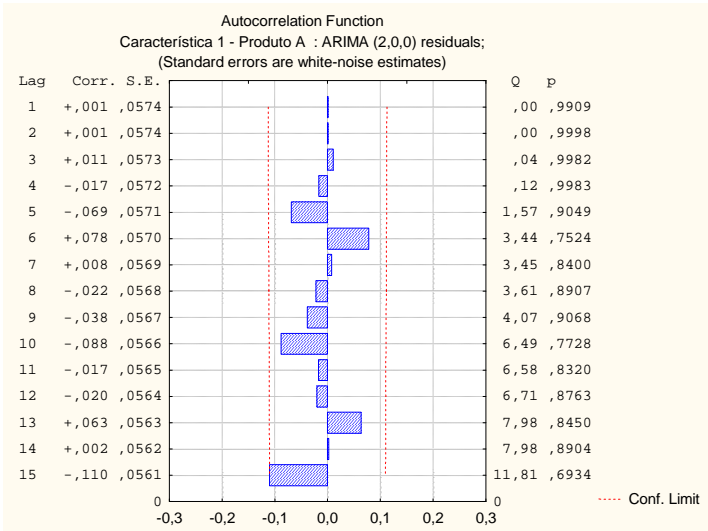


Figura 5.7 – FACE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto A

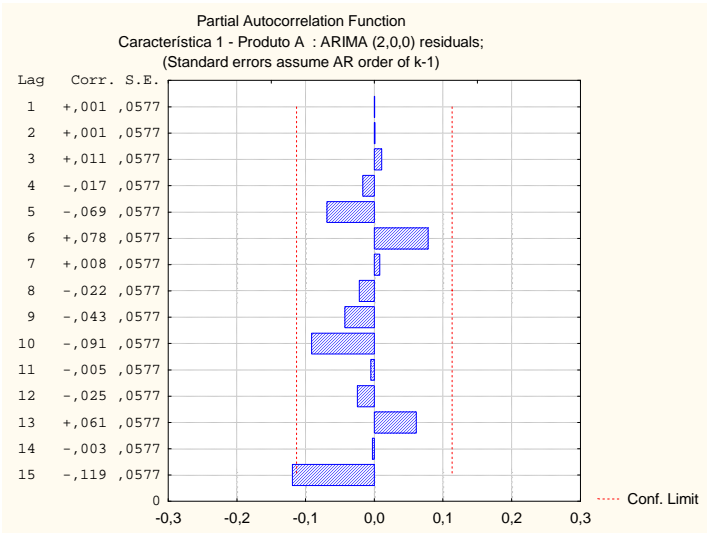


Figura 5.8 – *FACPE* dos resíduos à Característica 1 do Produto A.

Após realizado o estudo análogo para todas as características dos 5 produtos, obtiveram-se os resultados apresentados no Quadro 5.6.

Quadro 5.6 – Resumo dos parâmetros dos modelos de cada uma das características.

Produto	Caract.	Modelo	Coeficiente de Correlação de desfaseamento estimado		Parâmetros do Modelo	
A	1	AR(2)	$\hat{\rho}_2$	0,204	$\hat{\phi}_2$	0,20501
	2	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,697	$\hat{\phi}_1$	0,56511
			$\hat{\rho}_2$	0,190	$\hat{\phi}_2$	0,18938
	4	-	-	-	-	-
	6	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,192	$\hat{\phi}_1$	0,15850
$\hat{\rho}_2$			0,184	$\hat{\phi}_2$	0,18625	
B	1	MA(3)			$\hat{\theta}_1$	-0,35192
					$\hat{\theta}_2$	-0,32335
					$\hat{\theta}_3$	-0,35189
	2	AR(3)	$\hat{\rho}_1$	0,703	$\hat{\phi}_1$	0,56902
			$\hat{\rho}_3$	0,143	$\hat{\phi}_3$	0,16041
	4	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,378	$\hat{\phi}_1$	0,30776
			$\hat{\rho}_2$	0,192	$\hat{\phi}_2$	0,20134
	6	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,702	$\hat{\phi}_1$	0,55680
			$\hat{\rho}_2$	0,205	$\hat{\phi}_2$	0,20687
C	1	AR(5)	$\hat{\rho}_1$	0,649	$\hat{\phi}_1$	0,38486
			$\hat{\rho}_2$	0,268	$\hat{\phi}_2$	0,13008
			$\hat{\rho}_3$	0,210	$\hat{\phi}_3$	0,14955
			$\hat{\rho}_5$	0,153	$\hat{\phi}_5$	0,15566
	2	AR(3)	$\hat{\rho}_1$	0,571	$\hat{\phi}_1$	0,36432
			$\hat{\rho}_2$	0,256	$\hat{\phi}_2$	0,15463
			$\hat{\rho}_3$	0,238	$\hat{\phi}_3$	0,23819
	5	AR(5)	$\hat{\rho}_1$	0,323	$\hat{\phi}_1$	0,24529
			$\hat{\rho}_5$	0,160	$\hat{\phi}_5$	0,16184
D	1	AR(3)	$\hat{\rho}_1$	0,402	$\hat{\phi}_1$	0,29557
			$\hat{\rho}_2$	0,172	$\hat{\phi}_2$	0,09759
			$\hat{\rho}_3$	0,222	$\hat{\phi}_3$	0,23164
	2	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,714	$\hat{\phi}_1$	0,54198
			$\hat{\rho}_2$	0,243	$\hat{\phi}_2$	0,24258
	5	AR(3)	$\hat{\rho}_1$	0,270	$\hat{\phi}_1$	0,27208
			$\hat{\rho}_3$	0,129	$\hat{\phi}_3$	0,12911
6	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,276	$\hat{\phi}_1$	0,22556	
		$\hat{\rho}_2$	0,186	$\hat{\phi}_2$	0,18622	
E	1	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,706	$\hat{\phi}_1$	0,52479
			$\hat{\rho}_2$	0,256	$\hat{\phi}_2$	0,25801
	4	AR(4)	$\hat{\rho}_1$	0,329	$\hat{\phi}_1$	0,26754
			$\hat{\rho}_2$	0,157	$\hat{\phi}_2$	0,12794
			$\hat{\rho}_4$	0,139	$\hat{\phi}_4$	0,13991
	6	AR(6)	$\hat{\rho}_1$	0,196	$\hat{\phi}_1$	0,13993
			$\hat{\rho}_6$	0,157	$\hat{\phi}_6$	0,15749

5.5.1.3 Verificação da Existência de Outliers

Verificada a auto-correlação dos dados, procede-se à identificação e tratamento de *outliers* de acordo com a metodologia proposta no ponto 2.7. Após a identificação e tratamento de *outliers* foi possível determinar novas séries, limpas de *outliers*. O Quadro 5.7 apresenta os modelos ajustados às novas séries. A *FACE* e a *FACPE* destes modelos encontram-se no Anexo V.

Quadro 5.7 – Resumo dos parâmetros dos modelos após tratamento de *Outliers*.

Produto	Caract.	Modelo	Coeficiente de Correlação de desfasamento estimado		Parâmetros do Modelo	
A	1	AR(2)	$\hat{\rho}_2$	0,196	$\hat{\phi}_2$	0,20505
	2	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,752	$\hat{\phi}_1$	0,59997
			$\hat{\rho}_2$	0,204	$\hat{\phi}_2$	0,20495
	4	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,121	$\hat{\phi}_1$	0,14558
	6	AR(3)	$\hat{\rho}_2$	0,199	$\hat{\phi}_2$	0,18497
			$\hat{\rho}_3$	0,157	$\hat{\phi}_3$	0,16039
B	1	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,370	$\hat{\phi}_1$	0,32772
			$\hat{\rho}_2$	0,129	$\hat{\phi}_2$	0,14806
	2	AR(3)	$\hat{\rho}_1$	0,739	$\hat{\phi}_1$	0,54963
			$\hat{\rho}_2$	0,228	$\hat{\phi}_2$	0,15912
			$\hat{\rho}_3$	0,115	$\hat{\phi}_3$	0,11766
	4	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,432	$\hat{\phi}_1$	0,34271
			$\hat{\rho}_2$	0,115	$\hat{\phi}_2$	0,21765
	6	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,84	$\hat{\phi}_1$	0,68227
$\hat{\rho}_2$			0,167	$\hat{\phi}_2$	0,16455	
C	1	AR(5)	$\hat{\rho}_1$	0,733	$\hat{\phi}_1$	0,45925
			$\hat{\rho}_2$	0,281	$\hat{\phi}_2$	0,18493
			$\hat{\rho}_5$	0,141	$\hat{\phi}_5$	0,14582
	2	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,425	$\hat{\phi}_1$	0,41487
			$\hat{\rho}_2$	0,168	$\hat{\phi}_2$	0,23008
	5	AR(5)	$\hat{\rho}_1$	0,323	$\hat{\phi}_1$	0,24529
$\hat{\rho}_5$			0,160	$\hat{\phi}_5$	0,16184	
D	1	AR(3)	$\hat{\rho}_1$	0,546	$\hat{\phi}_1$	0,36008
			$\hat{\rho}_2$	0,240	$\hat{\phi}_2$	0,13450
			$\hat{\rho}_3$	0,273	$\hat{\phi}_2$	0,28531
	2	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,818	$\hat{\phi}_1$	0,58300
			$\hat{\rho}_2$	0,289	$\hat{\phi}_2$	0,28886
	5	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,294	$\hat{\phi}_1$	0,29728
			$\hat{\rho}_3$	0,117	$\hat{\phi}_3$	0,11708
	6	AR(3)	$\hat{\rho}_1$	0,239	$\hat{\phi}_1$	0,14886
			$\hat{\rho}_2$	0,246	$\hat{\phi}_2$	0,22397
$\hat{\rho}_3$			0,128	$\hat{\phi}_3$	0,12860	

Quadro 5.8 - Resumo dos parâmetros dos modelos após tratamento de *Outliers* (Continuação)

Produto	Caract.	Modelo	Coeficiente de Correlação de defasamento estimado		Parâmetros do Modelo	
E	1	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,736	$\hat{\phi}_1$	0,50756
			$\hat{\rho}_2$	0,321	$\hat{\phi}_2$	0,32929
	4	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,237	$\hat{\phi}_1$	0,18111
			$\hat{\rho}_2$	0,264	$\hat{\phi}_2$	0,27110
	6	AR(6)	$\hat{\rho}_1$	0,231	$\hat{\phi}_1$	0,19804
			$\hat{\rho}_4$	0,145	$\hat{\phi}_4$	0,13209
			$\hat{\rho}_6$	0,167	$\hat{\phi}_6$	0,16704

5.5.1.4 Fase I – Estudo Univariado

Após concluído o estudo preliminar, foi possível ajustar o modelo *ARIMA* a cada uma das séries de dados e obter os resíduos independentes e sem *outliers*. Em seguida dá-se início à Fase I do Controlo Estatístico do Processo.

Na Fase I do SPC foram elaboradas cartas de controlo *e - MR* para as todas as características, visto que após tratamento de *outliers* todas verificaram auto-correlação. As cartas foram construídas com os resíduos dos 300 dados utilizados para o estudo de auto-correlação.

Elaboradas as cartas de controlo, é analisada a ocorrência de pontos fora do intervalo definido pelos limites de controlo. Existindo pontos que indiquem causas especiais de variação, estes não devem ser eliminados, mas substituídos pelo valor esperado para esse instante, de acordo com o modelo ajustado. Em seguida, analisa-se a capacidade do processo através dos índices de capacidade C_p e C_{pk} . A construção das cartas de controlo realizou-se com o auxílio do software “*Statística*”.

A análise descrita anteriormente é apresentada para a característica 1 do produto A. O estudo da Fase I para as restantes características dos 5 produtos será apresentado no Anexo VI.

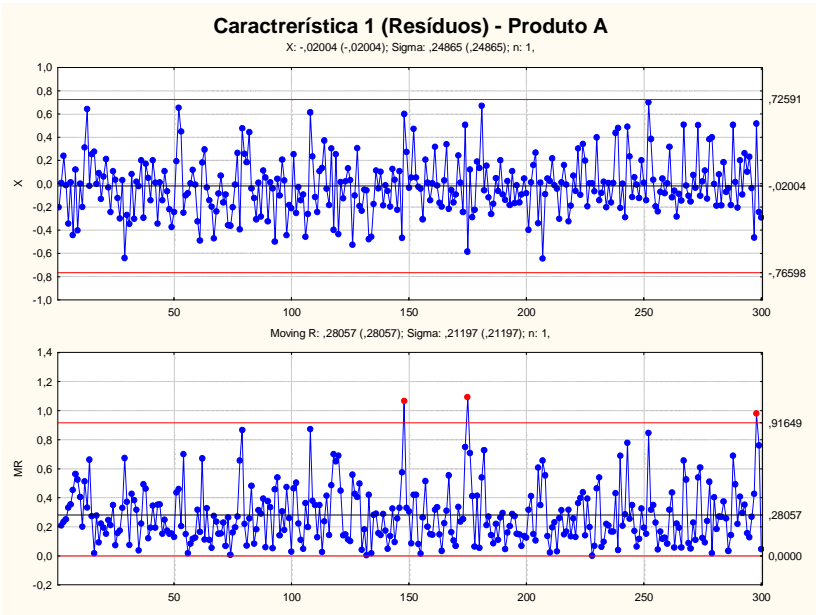


Figura 5.9 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto A.

Analisando a Figura 5.9 verifica-se a existência de pontos fora dos limites de controle. Os pontos nº 148, 175 e 298, encontram-se acima do limite superior de controle na Carta MR. Para estes pontos é necessário calcular o valor esperado nesses instantes, substituir esses valores e ajustar novamente ao modelo ARIMA que melhor se adequa.

Com a modelação são determinados novos parâmetros (Quadro 5.9) e novos resíduos, possibilitando a construção da carta e – MR revista apresentada na Figura 5.10.

Quadro 5.9 – Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 1 do Produto A Revista.

Característica 1 - Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,05743						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_2	0,181403	0,05726	3,16795	0,0017	0,068714	0,294092

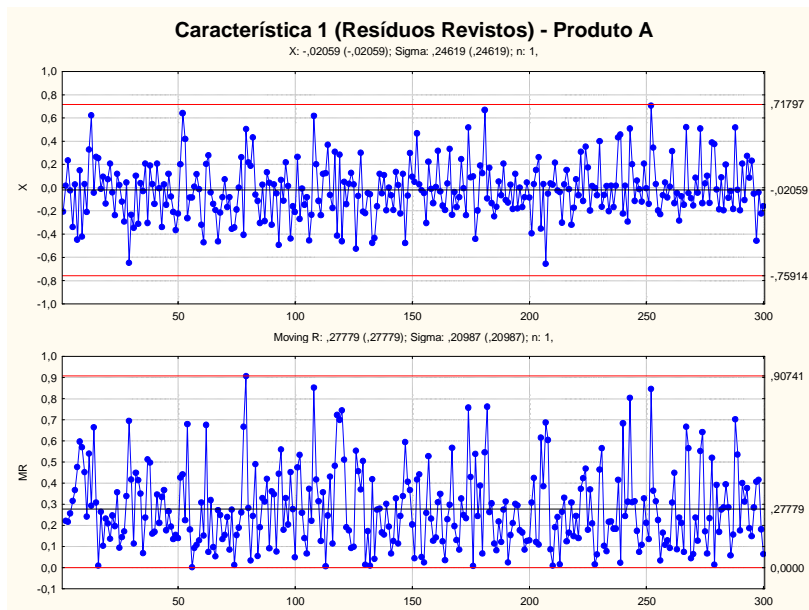


Figura 5.10 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto A.

O estudo da Normalidade dos resíduos revela-se de extrema importância para que as conclusões do SPC sejam correctas e válidas. Este estudo foi realizado através dos testes de Kolmogorov-Smirnov ($d < D_{Crítico}$ onde $D_{Crítico} = 0,886/\sqrt{N} = 0,0512$ para $\alpha = 5\%$) e Qui-Quadrado ($p > 0,05$, para $\alpha = 5\%$). A Figura 5.11 apresenta o Histograma obtido com o auxílio do software “Statística”, e também os valores de d e de p.

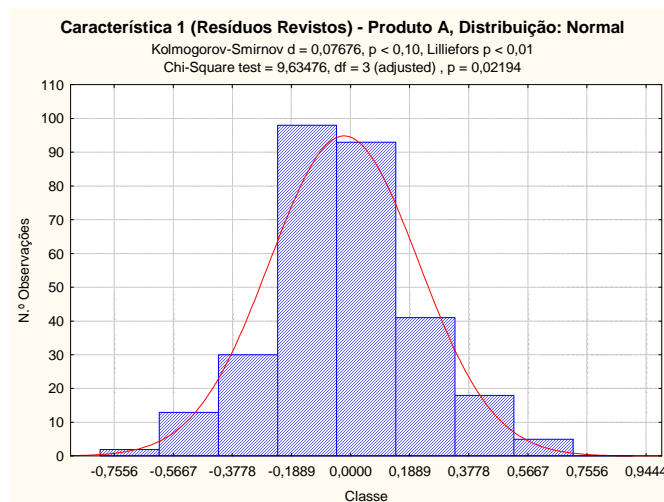


Figura 5.11 – Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto A.

O Quadro 5.10 apresenta um resumo do estudo da Normalidade, onde se verifica que existem várias características que não seguem uma distribuição Normal.

Quadro 5.10 – Estudo da Normalidade para cada uma das características de cada Produto (Preparação de Fórmulas).

Produto A				
Característica	1	2	4	6
d	0,0768	0,0565	0,0707	0,0952
p	0,0219	0,2670	0,0118	0,0000
Conclusão	Não Normal	Normal	Não Normal	Não Normal
Produto B				
Característica	1	2	4	6
d	0,0238	0,0447	0,0387	0,0710
p	0,8595	0,0095	0,6822	0,3386
Conclusão	Normal	Normal	Normal	Não Normal
Produto C				
Característica	1	2	5	
d	0,0382	0,0358	0,0608	
p	0,3903	0,7296	0,0064	
Conclusão	Normal	Normal	Não Normal	
Produto D				
Característica	1	2	5	6
d	0,0452	0,0569	0,0567	0,0522
p	0,5336	0,0003	0,0157	0,2343
Conclusão	Normal	Não Normal	Não Normal	Normal
Produto E				
Característica	1	2	6	
d	0,0252	0,0284	0,0694	
p	0,5811	0,6873	0,0001	
Conclusão	Normal	Normal	Não Normal	

Sendo a Normalidade um requisito fundamental para a aplicação do SPC, é necessário proceder à transformação dos dados. A transformação dos dados é efectuada a partir dos dados das cartas de controlo revistas, recorrendo ao *Sistema de Distribuições de Johnson* através do método dos percentis.

Para se proceder à correcta transformação dos dados, é necessário identificar a família de distribuições de Johnson a que estes pertencem. Sendo assim, escolheu-se $z = 0,524$ e $s = 3$, para que fosse possível determinar as áreas da distribuição Normal reduzida de acordo com os percentis considerados. A partir da equação $i = N \times q_i + 0,5$, é possível determinar a localização dos percentis (Quadro 5.11).

Quadro 5.11 – Localização dos percentis X_i na distribuição Normal reduzida.

	Φ	i	X_i
$q_1 = \Phi(-s.z)$	0,0580	17,893	-0,416
$q_2 = \Phi(-z)$	0,300	90,542	-0,144
$q_3 = \Phi(z)$	0,700	210,458	0,0636
$q_4 = \Phi(s.z)$	0,942	283,107	0,390

Após o cálculo dos percentis, determina-se o índice QR (“Quantile Ratio”) recorrendo à equação (2.65). Através do índice QR será possível determinar a que família de distribuição pertence os dados. O Quadro 5.12 apresenta os resultados obtidos para n , m , p e QR .

Quadro 5.12 – Cálculo de QR (“Quatile Ratio”).

m	n	p	QR
0,327	0,272	0,207	2,0690

Após o cálculo do índice $QR = 2,0690$, superior a 1, conclui-se que os dados pertencem à família de distribuições S_U . Determinada a família, procede-se com a estimação dos parâmetros do processo. Os parâmetros para a família S_U (Quadro 5.13) determinam-se recorrendo às equações (2.73), (2.74), (2.75) e (2.76).

Quadro 5.13 – Parâmetros estimados da família S_U .

η	γ	λ	ε
1,150	-0,146	0,218	-0,0707

Estimados os parâmetros e verificada a condição de transformação para os dados da família S_U (domínio de $X \in]-\infty; +\infty[$), transformam-se os dados individuais e constrói-se as cartas e - MR com os dados transformados.

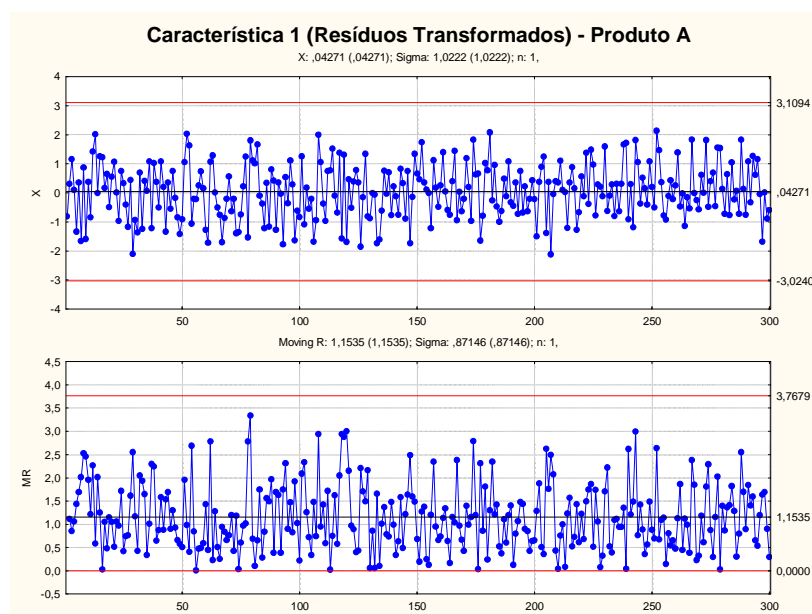


Figura 5.12 - Carta \bar{X} e MR aplicada aos resíduos transformados da Característica 1 do Produto A.

Analisando a Figura 5.12, verifica-se que não existem pontos fora do limite de controle.

Fazendo novamente o estudo da Normalidade (Figura 5.13), verifica-se que $d < D_{Crítico}$ ($d = 0,04338$ e $D_{Crítico} = 0,0512$), confirmando que os dados transformados seguem agora uma Distribuição Normal.

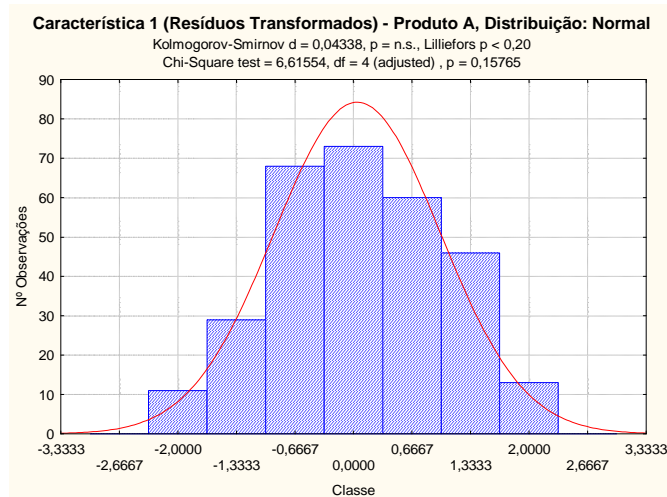


Figura 5.13 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados para a Característica 1 do Produto A.

Para o estudo da capacidade do processo há que abordar duas situações distintas: características cujos dados seguem uma distribuição Normal e as características, como a Característica 1 do Produto A, onde os dados seguem uma distribuição Não Normal.

O estudo de capacidade apresentado, como até aqui, é referente à Característica 1 do Produto A. No Anexo VI, é apresentado o estudo da capacidade para as restantes características, quer sigam uma distribuição Normal ou Não Normal.

Quando a característica em estudo segue uma distribuição Não Normal, é necessário verificar se os limites de transformação são transformáveis no intervalo definido para a transformação, neste caso $]-\infty; +\infty[$. Como tal, verifica-se que ambos os limites são transformáveis. Como os dados em estudo são resíduos, para a transformação serão utilizados os limites da especificação técnica dos resíduos, obtidos retirando a cada limite de especificação o valor nominal do intervalo dos limites. A transformação dos limites procedeu-se recorrendo à equação a para a família S_U , presente no Quadro 2.14. O Quadro 5.14 apresenta os limites da especificação técnica dos resíduos, assim como estes transformados.

Quadro 5.14 – Valores dos limites de especificação técnica dos resíduos e limites transformados.

<i>LSE</i>	<i>LIE</i>	Valor Nominal	<i>LSE</i> _{Resíduos}	<i>LIE</i> _{Resíduos}	<i>U_L</i>	<i>P_L</i>
30,5	28,2	29,35	1,15	-1,15	1,712	-0,0417

A análise da capacidade segue a metodologia proposta em 2.6.2.2. Para o cálculo dos percentis recorreu-se ao software “*Statistica*” (Quadro 5.15), Este procede ao cálculo dos percentis de forma mais rigorosa e precisa. Através do software “*Statistica*” procedeu-se também ao cálculo dos índices de capacidade, estes estão apresentados no Quadro 5.16.

Quadro 5.15 – Percentis e Mediana, Família S_U .

$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$
-0,0565	-0,00217	0,0843

Quadro 5.16 – Índices de capacidade para a Característica 1 do Produto A.

C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
1,776	1,470	2,262	1,470

Visto que nenhum dos índices é inferior a 1,33, depreende-se que o processo tem capacidade para produzir segundo as especificações técnicas.

Os resultados para as características que seguem uma distribuição Normal são apresentados no Quadro 5.17, o Quadro 5.18 apresentada os resultados para as características que seguem uma distribuição Não Normal.

Quadro 5.17 – Estudo da capacidade para as características que seguem uma distribuição Normal (Preparação de Fórmulas).

Produto	Caract.	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
A	2	7,165	0,408	1,227	1,091	1,362	1,091
	1	22,331	0,303	1,431	1,398	1,465	1,397
B	2	6,397	0,326	1,532	1,426	1,426	1,637
	4	1,316	0,030	1,671	1,510	1,510	1,832
C	1	11,210	0,316	2,111	1,805	1,805	2,417
	2	8,331	0,202	1,239	1,104	1,373	1,104
D	1	11,151	0,221	2,266	1,739	1,739	2,794
	6	0,474	0,031	1,604	1,350	1,856	1,350
E	1	30,868	0,350	1,428	0,541	0,541	2,316
	4	0,735	0,019	1,762	1,492	1,492	2,033

Quadro 5.18 – Estudo da capacidade para as características que seguem uma distribuição Não Normal (Preparação de Fórmulas).

Produto	Caract.	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
A	1	-0,668	-0,034	0,844	1,521	1,349	1,761	1,349
	4	-0,042	-0,003	0,053	2,098	1,836	2,476	1,836
	6	-0,054	-0,002	0,073	2,357	2,021	2,845	2,021
B	6	-0,094	0,002	0,090	1,086	1,061	1,061	1,113
C	5	-0,059	0,002	0,044	1,942	1,657	1,657	2,367
D	2	-0,590	0,016	0,405	2,010	1,677	1,677	2,526
	5	-0,066	0,002	0,050	1,735	1,507	1,507	2,057
E	6	-0,057	-0,002	0,085	1,410	1,173	1,788	1,173

Efectuado o estudo da capacidade do processo, é possível concluir que existem quatro características que não possuem capacidade para produzir de acordo com as especificações, nomeadamente a Característica 2 do Produto A e do Produto C, a Característica 6 do Produto B e a Característica 1 do Produto E. Esta última característica apesar de apresentar um $C_p > 1,33$, o processo encontra-se muito descentrado, levando à falta de capacidade do mesmo.

As restantes características apresentam capacidade de produzir segundo as suas especificações técnicas. E apesar de o processo estar descentrado para a maioria das características, o estudo prossegue para a Fase II.

5.5.1.5 Fase II – Estudo Univariado

Concluída a Fase I do SPC, onde se verificou a estabilidade do processo, se estimou os parâmetros e se analisou a capacidade dos mesmos, pode iniciar-se a Fase II. A Fase II tem como objectivo a monitorização do processo para os dados futuros para isso serão aplicadas as cartas Shewhart para os erros de previsão, pois na Fase I foi verificada a auto-correcção dos dados.

O estudo da Fase II será apresentado para a Característica 1 do Produto A, sendo que os resultados da Fase II para as restantes características encontram-se no Anexo VII.

Para a monitorização do processo serão utilizadas as cartas da média e da amplitude móvel. As estatísticas usadas para a construção das cartas de controlo dos erros de previsão, assim como os limites de controlos aplicados a essas cartas são apresentados no Quadro 5.19.

Quadro 5.19 – Estatísticas e Limites de Controlo para as cartas e – MR dos erros de previsão.

Carta	Estatística	LIC	LC	LSC
e	$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
MR	$MR_t = e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde para o modelo $AR(2)$,

e_t - Erro de Previsão no instante t

$$\hat{X}_{T+\tau} = \xi + \phi_2 \cdot X_{t-2} \quad (5.1)$$

$$e_{ep} = \sqrt{VAR(e_t(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2)} \quad (5.2)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (5.3)$$

A Figura 5.14 e a Figura 5.15, apresentam as cartas dos Erros de Previsão (e) e da Amplitude Móvel (MR) referentes à Característica 1 do produto A.

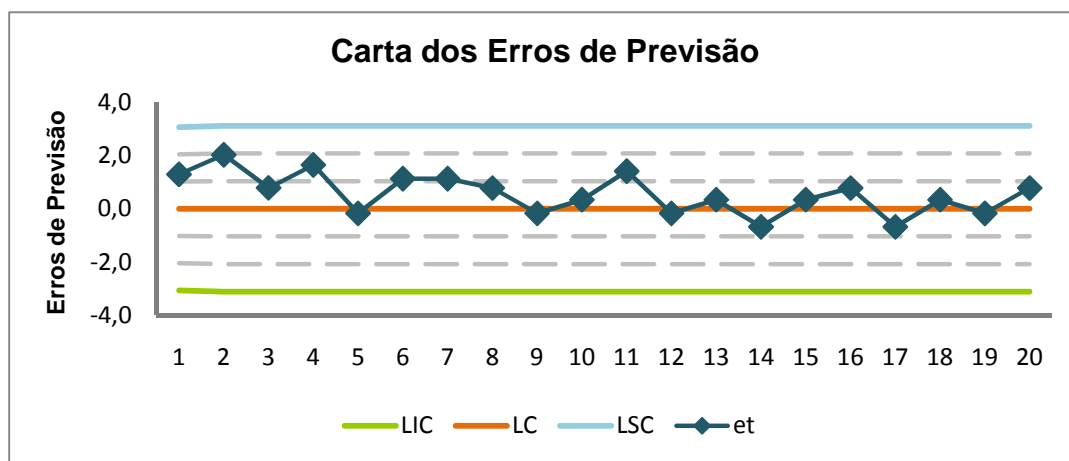


Figura 5.14 - Carta dos Erros de Previsão referente à Característica 1 do Produto A

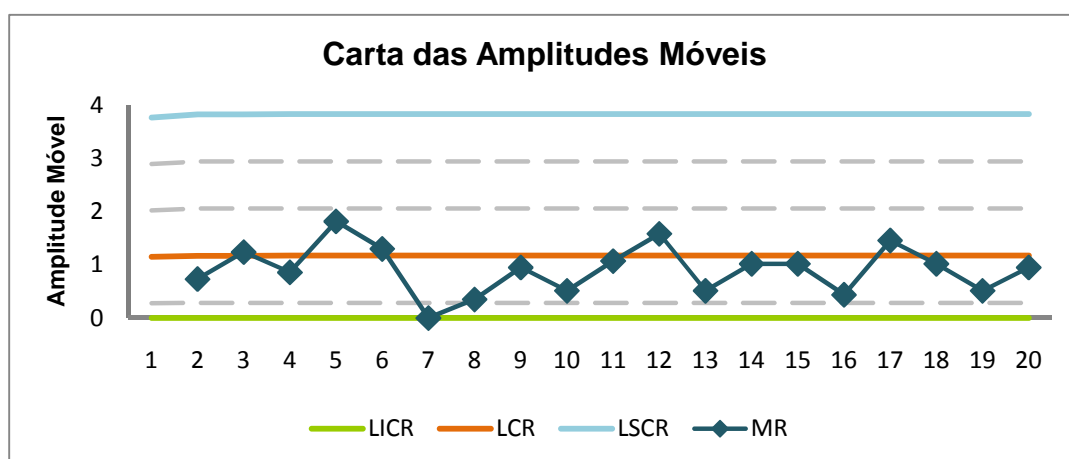


Figura 5.15 - Carta da Amplitude Móvel referente Característica 1 do Produto A.

Pela análise de ambas as cartas, constata-se que não ocorre nenhuma causa especial de variação relativamente à Característica 1 do Produto A.

Para as restantes características dos vários produtos, as cartas da Fase II apresentadas no Anexo VII, revelam a ocorrência de causas especiais de variação. No entanto, é nas características dos Produtos D e E que estas ocorrem com maior frequência. Quando é identificada uma causa especial de variação, o processo é corrigido.

5.5.2 Produtos F, G, H, I e J

5.5.2.1 Metodologia de Aplicação

Efectuado o estudo do controlo estatístico para as características dos Produtos A, B, C, D e E, procede-se com o estudo das várias características para os restantes produtos. Para os produtos F, G, H, I e J a metodologia será diferente da anterior, visto que estes apresentam um número de dados reduzido (menor que 100). De acordo com a metodologia proposta no Capítulo 3, o procedimento a seguir para os Produtos F, G, H, I e J é o seguinte:

a) Estudo Univariado

- Construir as cartas \bar{X} para as quatro características em estudo (Característica 1, 2, 4 e 6). Para cada característica, a carta \bar{X} contempla todos os produtos.
- Identificar causas especiais de variação, recorrendo a duas regras, Regra 1 (Um ponto fora dos limites de controlo) e Regra 6 (Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, do mesmo lado da linha central).

b) Estudo Multivariado

- Construir a Carta de controlo multivariada MQ_X (uma única carta que contempla todos os produtos).

5.5.2.2 Cartas \bar{X} e $\bar{X}(MR)$ – Estudo Univariado

Com o objectivo de avaliar o processo procedeu-se à construção das cartas \bar{X} e $\bar{X}(MR)$. Foram construídas quatro cartas de controlo (Característica 1, 2, 4 e 6), sendo que o Produto J não entrará na construção das cartas para a Característica 2, visto que o estudo não contempla essa característica. As estatísticas para a construção das cartas de controlo foram determinadas a partir das equações (3.17) e (3.18), para o seu cálculo recorreu-se ao software “Excel”.

A análise das cartas será feita com a utilização da Regra 1 e a Regra 6, como é sugerido por Quesenberry (1995, 1996). A utilização destas duas regras visa aumentar a sensibilidade das cartas de controlo para detectar causas especiais de variação.

A Figura 5.16 e a Figura 5.17 apresenta as cartas de controlo para a Característica 4 até à observação nº 21. As cartas de controlos para a Característica 4, assim como para as restantes Características encontram-se no Anexo VIII.

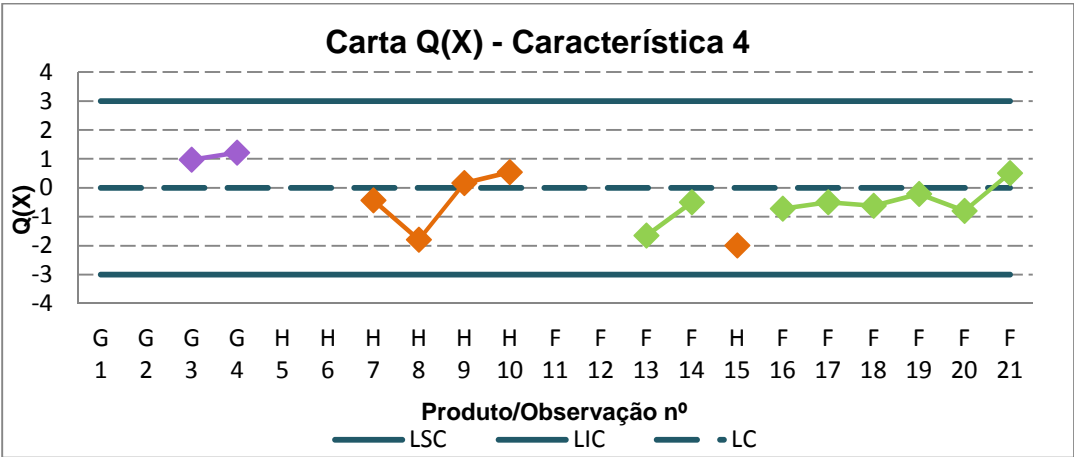


Figura 5.16 - Carta Q(X) da Característica 4.

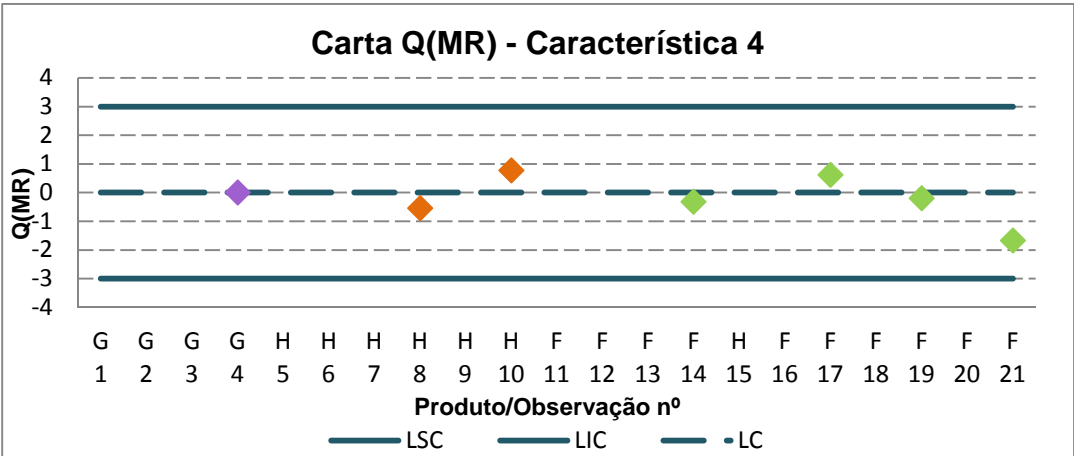


Figura 5.17 - Carta Q(MR) da Característica 4.

Em seguida são apresentados os quadros resumo para a Característica 1 (Quadro 5.20), para a Característica 2 (Quadro 5.21), para a Característica 4 (Quadro 5.22) e para a Característica 6 (Quadro 5.23). Nestes quadros é identificado qual a regra que ocorre, o produto e o número da observação. Quando ocorre uma causa especial de variação, identifica-se a causa dessa ocorrência e corrige-se o processo.

Quadro 5.20 – Resumo da análise das cartas Q(X) e Q(MR) para a Característica 1.

Produto	Nº Observação	Ocorrência
F	42	Regra 6
F	63	Regra 1 Q(X) = 3,166
G	75	Regra 6
I	88	Regra 6
J	147	Regra 6

Quadro 5.21 - Resumo da análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a Característica 2.

Produto	Nº Observação	Ocorrência
F	30	Regra 6
I	89	Regra 6
I	90	Regra 6
I	91	Regra 6
I	92	Regra 6

Quadro 5.22 - Resumo da análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a Característica 4.

Produto	Nº Observação	Ocorrência
F	36	Regra 6
F	37	Regra 6
F	38	Regra 6
F	40	Regra 6
F	41	Regra 6
F	42	Regra 6
F	43	Regra 6
F	44	Regra 6
I	98	Regra 6
I	99	Regra 6
I	100	Regra 1 $Q(X) = 3,330$
I	101	Regra 1 $Q(X) = 3,852$
I	102	Regra 1 $Q(X) = 3,601$
I	103	Regra 1 $Q(X) = 3,330$
J	151	Regra 6

Quadro 5.23 - Resumo da análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a Característica 6.

Produto	Nº Observação	Ocorrência
H	39	Regra 6

5.5.2.3 Carta MQ_X – Estudo Multivariado

As cartas de controlo multivariado constituem uma ferramenta importante na avaliação do processo. Para a construção da carta MQ_X recorreu-se à estatística obtida através da

equação (3.27). Visto que os limites da carta são independentes do número de características em estudo, o Produto J consta na mesma carta que os restantes produtos. Na realização dos cálculos foi utilizado o software “Excel”. O Anexo VIII apresenta a carta MQ_X completa, a Figura 5.18 apresenta a carta MQ_X até à observação número 21.

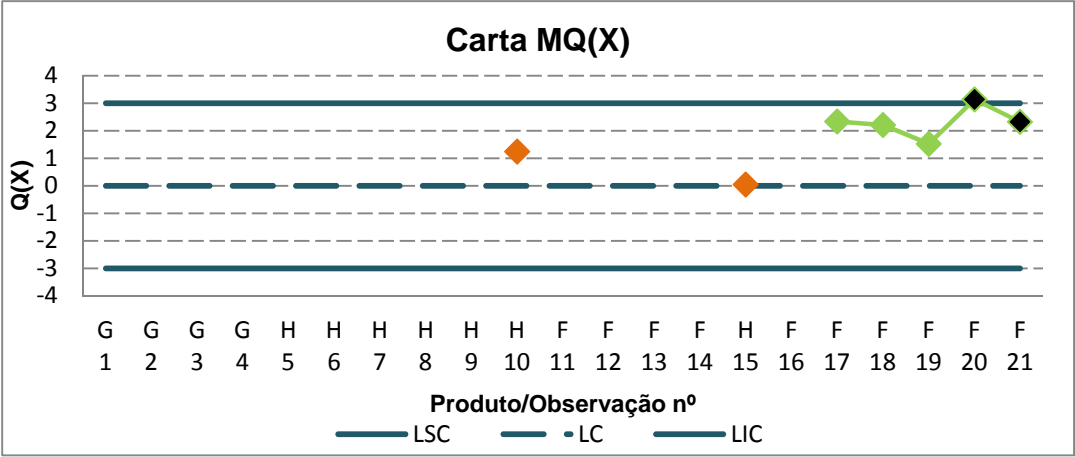


Figura 5.18 - Carta multivariada MQ_X .

A interpretação desta carta é idêntica à interpretação feita para as carta Q univariadas, ou seja devem ser aplicadas a Regra 1 e a Regra 6 para a detecção de causas especiais de variação. O excerto da carta representado na Figura 5.18 apresenta uma causa especial de variação na observação nº 20, mas a restante carta revela outras ocorrências. O Quadro 5.24 apresenta a ocorrências de causas.

Quadro 5.24 - Resumo da análise da carta MQ_X .

Produto	Nº Observação	Ocorrência
F	20	Regra 1 $Q(X) = 3,139$
F	21	Regra 6
F	22	Regra 6
F	24	Regra 6
F	47	Regra 6
F	48	Regra 6
F	50	Regra 6
F	51	Regra 6
F	52	Regra 6
G	83	Regra 6
I	88	Regra 6
I	110	Regra 6
I	124	Regra 6

5.5.2.4 Comparação entre as Cartas Q e MQ_X

Concluído o estudo univariado e multivariado, verifica-se que para o conjunto de dados recolhidos, as cartas Q (univariadas) apresentam um melhor desempenho para detectar causas especiais de variação. A análise da cartas MQ_X detecta menos situações fora de controlo, revelando-se uma carta menos sensível neste estudo.

5.6 Análise de dados do Produto Acabado

5.6.1 Produtos B, F e J

5.6.1.1 Metodologia de Aplicação

No Produto Acabado escolheu-se para o estudo três produtos da linha de embalagens de plástico, sendo que para cada produto estão em estudo quatro características. Foram recolhidas 150 amostras de dimensão 1, permitindo aplicar o controlo estatístico tradicional desenvolvido por Shewhart e apresentado no Capítulo 2. A metodologia aplicada segue o seguinte procedimento:

a) Estudo Preliminar

- Verificar a independência dos dados, através da *FACE* e *FACPE*;
- Modelar os processos que apresentem auto-correlação, através do modelo *ARIMA*;
- Identificar a existência de *Outliers* e proceder ao seu tratamento, através de:
 - Modelo iterativo MAD, para dados independentes;
 - Modelo iterativo de detecção de *outliers*, para dados que verifiquem auto-correlação;

b) Estudo Univariado

b1) Fase 1

- Construir as cartas *X-MR* para todas as características de cada produto, com base:
 - Nos resíduos, para dados são auto-correlacionados;
- Analisar se o processo se encontra sob controlo estatístico;
- Verificar a Normalidade dos dados (se estes não seguirem uma distribuição Normal proceder à sua transformação através do *Sistema de Distribuições de Johnson*).
- Estimar os parâmetros do processo;
- Analisar a capacidade do processo.

b2) Fase 2

- Construir as cartas:
 - Erros de Previsão (*e - MR*) para dados auto-correlacionados;
- Monitorizar o processo.

c) Estudo Multivariado

c1) Fase 1

- Elaborar a carta T^2 para os três produtos, aplicada aos dados das características para dados independentes ou aos resíduos para dados auto-correlacionados;
- Verificar se o processo se encontra sob controlo estatístico;
- Estimar os parâmetros do processo;

- Analisar a capacidade do processo.

c2) Fase 2

- Construir a carta T^2 para os três produtos, se os dados apresentarem independência a carta será elaborada com base nos dados das características, se houver auto-correlação será aplicada aos erros de previsão.
- Monitorizar o processo.

5.6.1.2 Verificação da Independência dos dados

Para o estudo da independência utilizou-se os 150 dados recolhidos das várias características. Recorrendo ao software “*Statistica*”, foi possível elaborar a *FACE* e a *FACPE* e verificar a auto-correlação existente. O estudo foi realizado para as várias características de todos os produtos e encontra-se no Anexo IV, no entanto será apresentado o estudo para a Característica 1 do Produto B.

Analisando a *FACE* e a *FACPE* (Figura 5.19 e Figura 5.20, respectivamente) verifica-se a existência de auto-correlação dos dados, pois alguns coeficientes de auto-correlação estimados não pertencem ao seu intervalo de confiança.

Através da comparação do perfil da *FACE* e da *FACPE* da característica em estudo com a descrição da *FAC* e a *FACP* presente no Capítulo 2, constata-se que o processo pode ser modelado através de um modelo *AR(2)*.

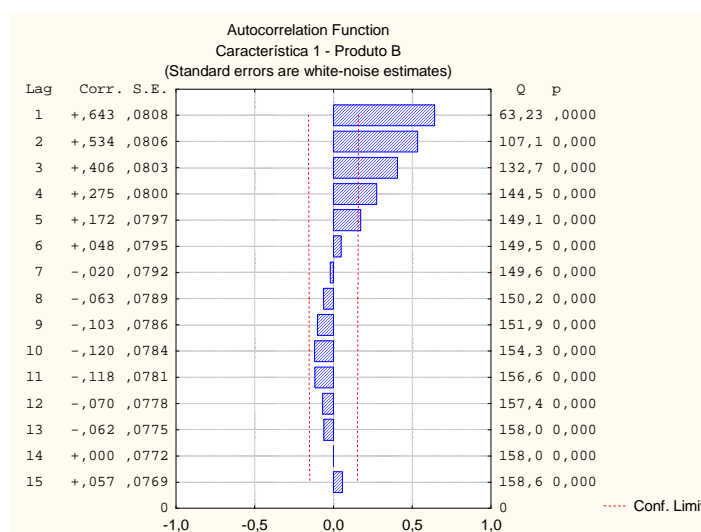


Figura 5.19 - *FACE* referente à Característica 1 do Produto B.

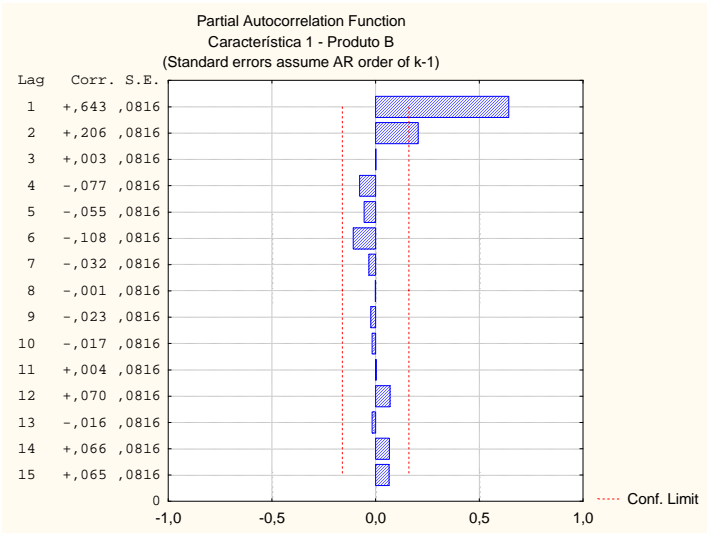


Figura 5.20 - FACPE referente à Característica 1 do Produto B.

Através do software “Statistica”, procedeu-se à estimação dos parâmetros para o modelo $AR(2)$ e estes apresentam-se no Quadro 5.26. O Quadro 5.25 apresenta a média do processo.

Quadro 5.25 – Média referente à Característica 1 do Produto B.

Média
23,933

Quadro 5.26 - Parâmetros do modelo $AR(2)$ referentes à Característica 1 do Produto B.

Característica 1 – Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,26219						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,512178	0,080842	6,3355	0,0000	0,352424	0,671932
ϕ_2	0,205631	0,080852	2,5433	0,0120	0,045857	0,365406

Modelado o processo, verifica-se a independência dos resíduos através da *FACE* e da *FAPCE* dos mesmos. Pela análise da Figura 5.21 e da Figura 5.22, constata-se que os resíduos são independentes.

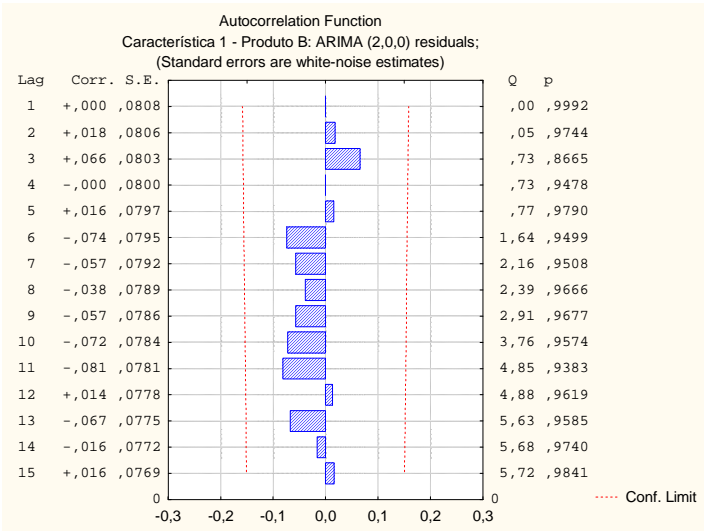


Figura 5.21 - FACE dos resíduos referente à Característica 1 do Produto B.

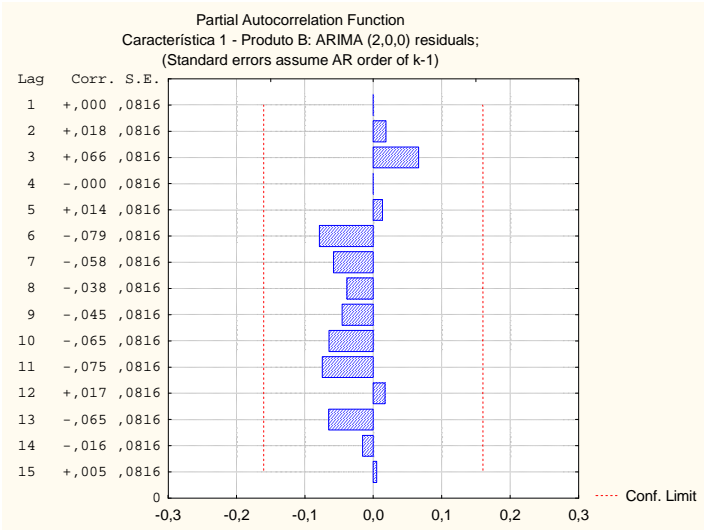


Figura 5.22 - FACPE dos resíduos referente à Característica 1 do Produto B.

O Quadro 5.27 apresenta o resumo do estudo de verificação da independência dos dados, onde se constata que os dados de todas as características apresentam auto-correlação.

Quadro 5.27 - Resumo dos parâmetros dos modelos de cada uma das características.

Produto	Caract.	Modelo	Coeficiente de Correlação de desfaseamento estimado		Parâmetros do Modelo	
B	1	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,643	$\hat{\phi}_1$	0,51218
			$\hat{\rho}_2$	0,206	$\hat{\phi}_2$	0,20563
	3	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,719	$\hat{\phi}_1$	0,72191
	4	MA(3)			$\hat{\theta}_1$	-0,39364
					$\hat{\theta}_2$	-0,26049
					$\hat{\theta}_3$	-0,36586
F	6	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,582	$\hat{\phi}_1$	0,58467
	1	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,503	$\hat{\phi}_1$	0,50404
	3	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,555	$\hat{\phi}_1$	0,56132
	4	AR(3)	$\hat{\rho}_1$	0,616	$\hat{\phi}_1$	0,32627
			$\hat{\rho}_2$	0,333	$\hat{\phi}_2$	0,22001
			$\hat{\rho}_3$	0,261	$\hat{\phi}_3$	0,26599
J	6	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,474	$\hat{\phi}_1$	0,47673
	1	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,276	$\hat{\phi}_1$	0,27809
	3	MA(4)			$\hat{\theta}_1$	-0,45927
					$\hat{\theta}_2$	-0,38602
					$\hat{\theta}_3$	-0,48267
					$\hat{\theta}_4$	-0,34432
	4	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,497	$\hat{\phi}_1$	0,49895
	6	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,223	$\hat{\phi}_1$	0,22304

5.6.1.3 Verificação da Existência de Outliers

Concluído o estudo de verificação da independência dos dados, segue-se com a identificação e tratamentos de *Outliers*, dado que todas as características apresentam auto-correlação, utilizou-se o Modelo Interactivo de Detecção de *Outliers*. Após a aplicação do modelo, obtém-se séries limpas de *Outliers* e consequentemente novos modelos (Quadro 5.28). Os gráficos da FACE e da FACPE para estes modelos são apresentados no Anexo V.

Quadro 5.28 - Resumo dos parâmetros dos modelos após tratamento de Outliers.

Produto	Caract.	Modelo	Coeficiente de Correlação de desfasamento estimado		Parâmetros do Modelo	
B	1	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,705	$\hat{\phi}_1$	0,55074
			$\hat{\rho}_2$	0,222	$\hat{\phi}_2$	0,22169
	3	AR(4)	$\hat{\rho}_1$	0,793	$\hat{\phi}_1$	0,76032
			$\hat{\rho}_4$	-0,303	$\hat{\phi}_4$	-0,31123
	4	MA(3)			$\hat{\theta}_1$	-0,38796
					$\hat{\theta}_2$	-0,31110
					$\hat{\theta}_3$	-0,33322
F	6	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,612	$\hat{\phi}_1$	0,61676
	1	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,543	$\hat{\phi}_1$	0,56574
	3	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,68	$\hat{\phi}_1$	0,69503
	4	AR(4)	$\hat{\rho}_1$	0,684	$\hat{\phi}_1$	0,22691
			$\hat{\rho}_2$	0,372	$\hat{\phi}_2$	0,16855
			$\hat{\rho}_3$	0,312	$\hat{\phi}_3$	0,23713
			$\hat{\rho}_4$	0,266	$\hat{\phi}_4$	0,27951
	6	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,478	$\hat{\phi}_1$	0,48542
J	1	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,321	$\hat{\phi}_1$	0,34089
	3	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	0,577	$\hat{\phi}_1$	0,44493
			$\hat{\rho}_2$	0,226	$\hat{\phi}_2$	0,23244
	4	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,559	$\hat{\phi}_1$	0,56120
	6	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,244	$\hat{\phi}_1$	0,24937

5.6.1.4 Fase I – Estudo Univariado

Concluído o estudo preliminar, inicia-se a Fase I do SPC. Como após o tratamento de Outliers, todas as características verificaram auto-correlação, as cartas de controlo aplicadas na Fase I são as cartas \bar{x} – MR , elaboradas com os resíduos resultantes da modelação do processo.

Nas cartas de controlo são analisados eventuais pontos que ultrapassem dos limites de controlo. Visto que as cartas provêm de resíduos, estes pontos não devem ser eliminados, mas substituídos pelo valor esperado. Posterior a esta análise, é verificada a capacidade do processo através dos índices de capacidade C_p e C_{pk} . As cartas de controlo foram construídas com o auxílio do software “Statistica”.

Este estudo é apresentado para a Característica 1 do Produto B, para as restantes características o estudo é apresentado no Anexo IX.

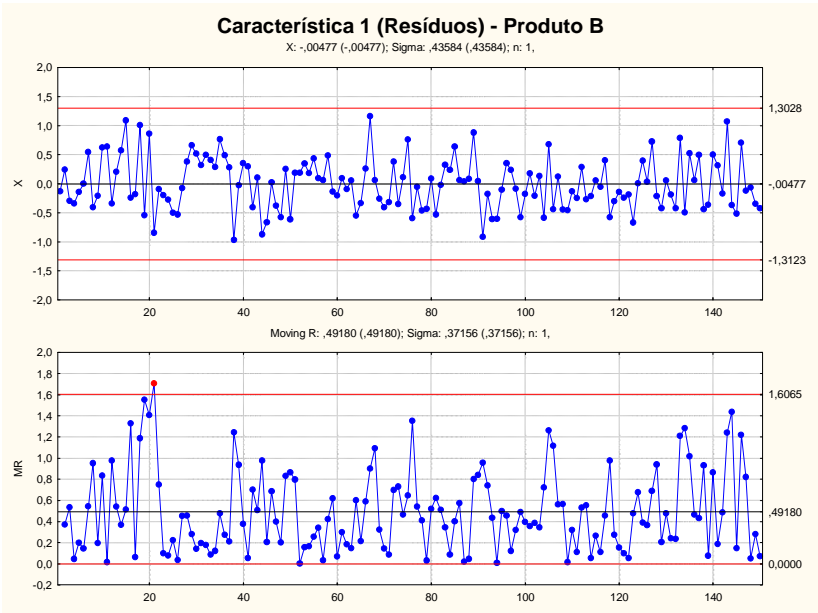


Figura 5.23 – Carta e – MR dos resíduos para a Característica 1 do produto B.

Analisando a carta de controle (Figura 5.23), verifica-se a ocorrência de 1 ponto fora do limite de controle, o ponto nº 21 encontra-se acima do limite superior de controle da carta *MR*. Este ponto é substituído pelo valor esperado nesse instante, em seguida é ajustado o novo modelo *ARIMA*, estimados novos parâmetros (Quadro 5.29) e elaborada uma carta de controle com os novos resíduos, a carta e – *MR* Revista, Figura 5.24.

Quadro 5.29 – Parâmetros do modelo *AR*(1) referentes à Característica 1 do produto B Revista.

Característica 1 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,19405						
Parâmetro		Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,728777	0,05647	12,9057	0,00000	0,617193	0,840361

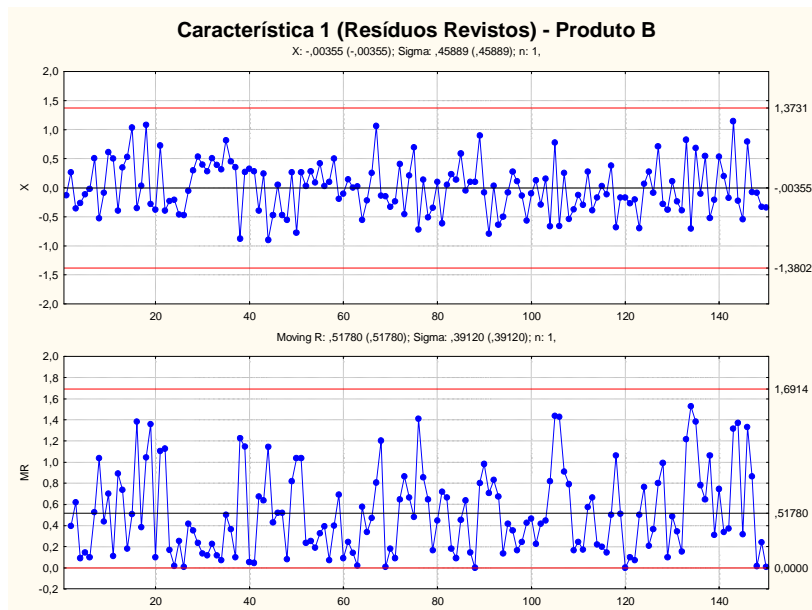


Figura 5.24 – Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto B.

Analizadas as cartas de controlo é necessário verificar a Normalidade dos resíduos. A verificação da Normalidade faz-se através dos testes de *Kolmogorov - Smirnov* ($d < D_{Crítico}$ onde $D_{Crítico} = 0,886/\sqrt{N} = 0,0723$, para $\alpha = 5\%$) e *Qui-Quadrado* ($p > 0,05$, para $\alpha = 5\%$). Recorrendo ao software “*Statistica*” obtém-se o histograma apresentado na Figura 5.25.

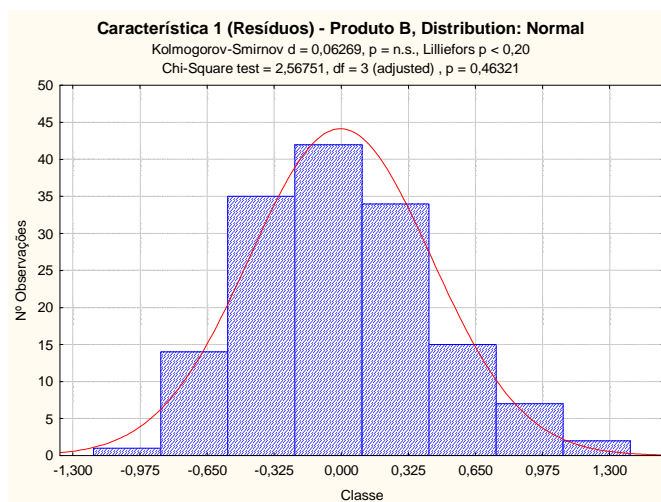


Figura 5.25 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto B.

O Quadro 5.30 apresenta um resumo do estudo da normalidade, onde se verifica que existe uma característica não Normal, sendo necessário proceder à transformação dos dados.

Quadro 5.30 – Resumo do estudo de Normalidade para os vários produtos (Produto Acabado).

Produto B				
Característica	1	3	4	6
d	0,0627	0,0423	0,0639	0,0434
p	0,463	0,219	0,591	0,419
Conclusão	Normal	Normal	Normal	Normal
Produto F				
Característica	1	3	4	6
d	0,0464	0,0620	0,0601	0,0382
p	0,238	0,241	0,284	0,903
Conclusão	Normal	Normal	Normal	Normal
Produto J				
Característica	1	3	4	6
d	0,0628	0,0431	0,0563	0,0984
p	0,287	0,933	0,248	0,0275
Conclusão	Normal	Normal	Normal	Não Normal

Verificada a Normalidade e a Independência dos resíduos, procede-se à estimação dos parâmetros do processo, tendo em conta que o modelo ajustado é um $AR(1)$. Os parâmetros são apresentados no Quadro 5.31.

Quadro 5.31 – Parâmetros referentes à Característica 1 do produto B.

		Modelo		Carta de Controlo		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	23,927	0,729	0,727	0,518	0,459	23,927	0,669

Estimados os parâmetros do processo, existem condições para proceder ao estudo da capacidade, apresentado no Quadro 5.32.

Quadro 5.32 – Estudo da capacidade para a Característica 1 do Produto B.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,494	1,458	1,458	1,530

A partir da análise dos índices de capacidade, verifica-se que o processo tem capacidade para produzir segundo a sua especificação.

Os resultados do estudo da Fase I estão apresentados no Quadro 5.33 (características que seguem uma distribuição Normal) e no Quadro 5.34 (características que seguem uma distribuição Não Normal). Desta análise conclui-se que todas as características, dos diversos produtos em análise, apresentam capacidade para produzir segundo as especificações técnicas.

Quadro 5.33 - Estudo da capacidade para as características que seguem uma distribuição Normal (Produto Acabado).

Produto	Caract.	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
B	1	23,927	0,669	1,494	1,458	1,458	1,530
	3	10,896	0,774	1,399	1,336	1,462	1,336
	4	1,308	0,0429	1,553	1,494	1,613	1,494
	6	2,782	0,0923	1,354	1,330	1,378	1,330
F	1	38,955	0,568	1,468	1,441	1,441	1,494
	3	10,439	0,552	1,510	1,474	1,474	1,547
	4	1,631	0,0362	1,383	1,372	1,394	1,372
	6	3,448	0,112	1,340	1,333	1,333	1,347
J	1	32,213	0,454	1,468	1,385	1,550	1,385
	3	13,453	1,025	1,382	1,316	1,448	1,316
	4	0,717	0,0359	1,857	1,696	2,017	1,696

Quadro 5.34 - Estudo da capacidade para as características que seguem uma distribuição Não Normal (Produto Acabado).

Produto	Caract.	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
J	6	-0,123	-0,00422	0,154	3,607	3,191	4,158	3,191

O estudo da capacidade releva que todas as características têm capacidade para produzir de acordo com as suas especificações técnicas. Este estudo mostra também, que o processo se encontra descentrado para algumas características, no entanto o estudo irá seguir para a Fase II.

5.6.1.5 Fase II – Estudo Univariado

Estimados os parâmetros e verificada a capacidade do processo (Fase I), dá-se início à Fase II. Na Fase II ocorre a monitorização do processo. Serão aplicadas as cartas Shewhart aos erros de previsão, visto que se está perante dados auto-correlacionados.

No Anexo X encontra-se o estudo da Fase II para as características dos vários produtos em análise na fase de Produto Acabado. Em seguida será apresentado o estudo da Fase II da Característica 1 do Produto B.

Nesta fase serão utilizadas as cartas da média e da amplitude móvel aplicadas aos erros de previsão. As estatísticas usadas para a construção das cartas estão presentes no Quadro 5.35, assim como os limites de controlo.

Quadro 5.35 – Estatísticas e Limites de Controlo para as cartas e – MR dos erros de previsão.

Carta	Estatística	LIC	LC	LSC
e	$e_t(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
MR	$MR_t = e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde para o modelo $AR(1)$,

e_t - Erro de Previsão no instante t

$$\hat{X}_{T+\tau} = \xi + \phi_1 \cdot X_{t-1} \quad (5.4)$$

$$e_{ep} = \sqrt{VAR(e_t(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2)} \quad (5.5)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (5.6)$$

A Figura 5.26 e a Figura 5.27, apresentam as cartas dos Erros de Previsão (e) e da Amplitude Móvel (MR) referentes à Característica 1 do Produto B.

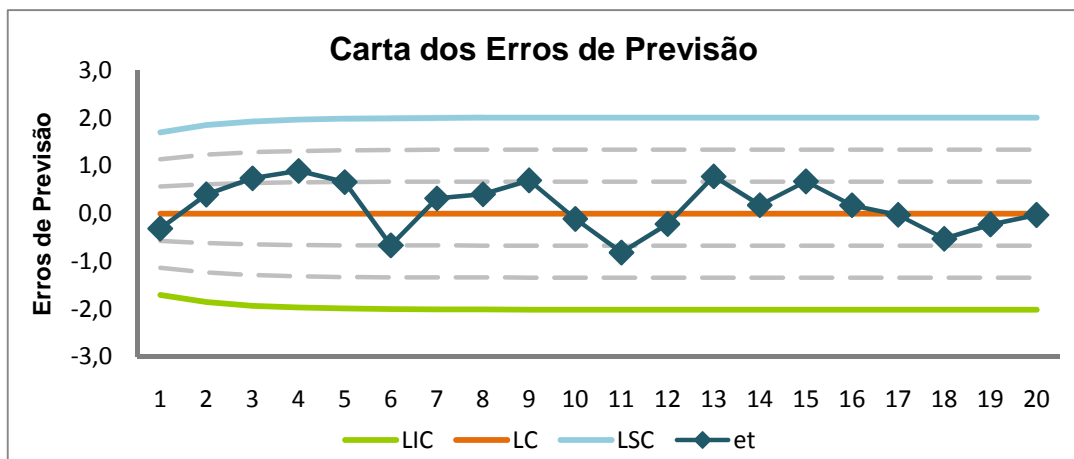


Figura 5.26 - Carta dos Erros de Previsão referente à Característica 1 do Produto B.

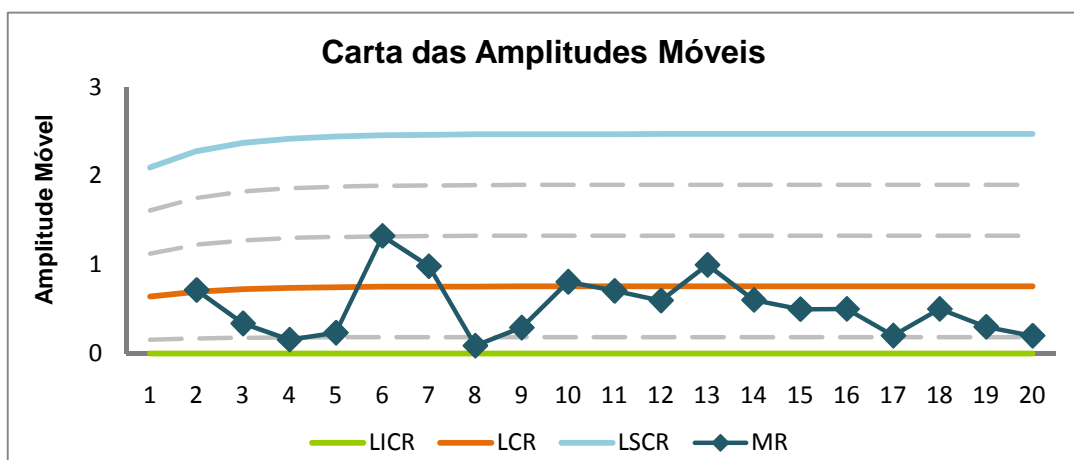


Figura 5.27 - Carta da Amplitude Móvel referente Característica 1 do Produto B.

A partir da análise da Figura 5.26 e Figura 5.27, constata-se que não ocorre nenhuma causa especial de variação relativamente à Característica 1 do Produto B.

No estudo da Fase II, a Característica 6 do Produto B, a Característica 3 do Produto F e a Característica 4 do Produto 10, revelaram a ocorrência de causas especiais de variação. Quando é identificada uma causa especial de variação o processo é corrigido.

5.6.1.6 Fase I – Estudo Multivariado

A vantagem do estudo multivariado consiste em verificar o impacto no produto das várias características. Neste caso, verificada a existência de auto-correlação para todas as características e a Normalidade das mesmas, inicia-se a Fase I do SPC multivariado. À semelhança do estudo univariado, o multivariado realiza-se usando os 150 resíduos das várias características. Os limites para a carta de controlo calculam-se recorrendo à expressão (2.150), utilizando um nível de significância estimado $\alpha = 1,08\%$ calculado a partir da equação (5.4).

$$\alpha = 1 - (1 - \alpha_i)^p \quad (5.4)$$

$$\alpha_i = 0,27\%$$

$$p = 4$$

No estudo multivariado verifica-se uma causa especial de variação quando $T_k^2 > LSC$, e assim como no estudo univariado, o ponto não é eliminado e recorre-se ao Método aplicando a estatística d. Este método permite identificar as características responsáveis pela causa especial de variação. Identificada a característica responsável (ou as características responsáveis) é calculado o seu valor esperado para esse instante, ajusta-se novamente o modelo e recalcula-se os valores para T_k^2 . Em seguida realiza-se a análise da capacidade, recorrendo aos três índices multivariados de capacidade, C_{PM} , PV e LI .

A Fase II do estudo multivariado é a fase de monitorização, controlando as várias características em simultâneo, em tempo real.

A Fase I do estudo multivariado realizou-se para os três produtos em análise no Produto Acabado e está descrita no Anexo XI. Para uma melhor identificação, as quatro características em análise foram denominadas da seguinte forma: X_1 - Característica 1, X_3 - Característica 3, X_4 - Característica 4 e X_6 - Característica 6. Com o auxílio do software Excel procedeu-se ao cálculo do vector média ($\bar{\mathbf{X}}$) e dos valores das variâncias (S_j^2) e covariâncias (S_{jh}), que formam a matriz das covariância \mathbf{S} . A partir do Excel foram, também, elaboradas as cartas de controlo.

Em seguida será apresentado o estudo multivariado (Fase I) para o Produto B. O Quadro 5.36 e o Quadro 5.37 apresentam os elementos do vector média e os elementos da matriz das covariâncias para o Produto B.

Quadro 5.36 – Elementos do vector média (\bar{X}) do Produto B.

\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6
-0,0036	-0,0153	-0,0003	-0,0011

Quadro 5.37 – Elementos da matriz das covariâncias S do Produto B.

S_{11}	S_{33}	S_{44}	S_{66}	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{34}	S_{36}	S_{46}
0,194	0,185	0,0013	0,0051	-0,011	0,0017	0,0042	-0,0008	0,0021	-0,0004

Após estes cálculos procedeu-se à construção da carta multivariada, Figura 5.28.

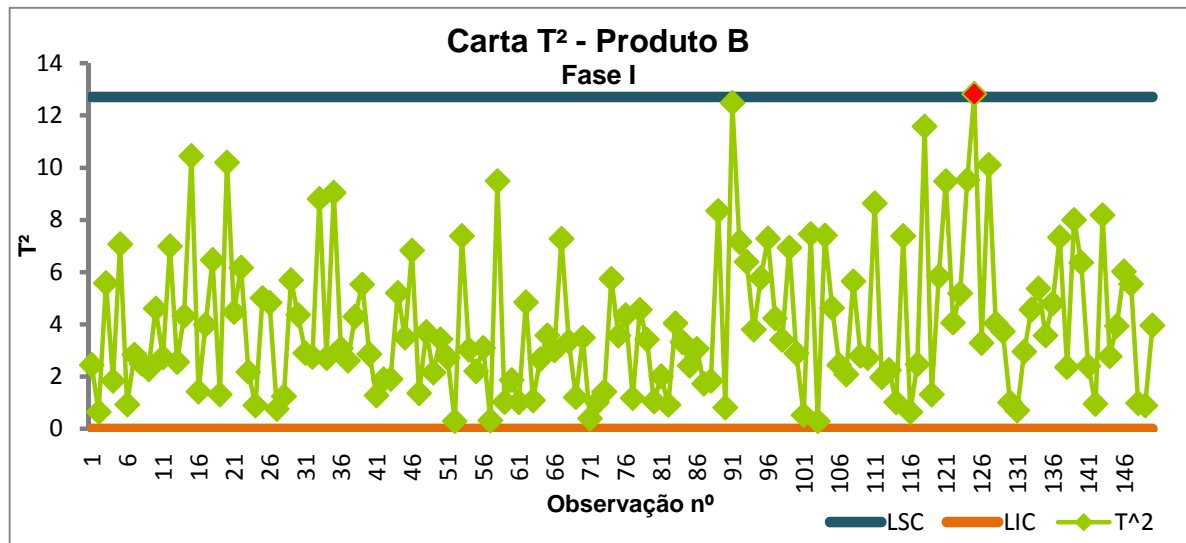


Figura 5.28 – Carta Multivariada (Fase I) do Produto B.

Pela análise da carta multivariada, verifica-se a ocorrência de uma causa especial de variação, o ponto nº 125 ultrapassa o limite superior de controlo. Sendo esta uma carta multivariada, é necessário identificar qual a característica responsável pela ocorrência da causa especial de variação. Para isso recorre-se ao método aplicado à estatística d, utilizando as variáveis presentes no Quadro 5.38.

Quadro 5.38 – Variáveis para o método Aplicado à estatística d.

Nº	\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6	T^2	$T_{(1)}^2$	$T_{(3)}^2$	$T_{(4)}^2$	$T_{(6)}^2$
125	0,274	1,061	0,078	0,070	12,824	12,682	6,305	7,397	11,675

Quadro 5.39 – Método aplicado à estatística d.

Nº	d_1	d_3	d_4	d_6	$\chi^2_{\alpha;1}$
125	0,142	6,519	5,427	1,150	6,505

O Quadro 5.39 apresenta os resultados do método aplicado à estatística d, de onde se conclui que a característica responsável pela causa especial de variação é a Característica 3.

Para a característica responsável pela causa especial de variação, é estimado o valor esperado para o instante 125 e ajustado o melhor modelo. Com os novos resíduos é construída a carta de controlo multivariada revista. O Quadro 5.40 apresenta o vector média calculado com base nos novos resíduos e os elementos da nova matriz das covariâncias estão presentes no Quadro 5.41. Se na carta revista ocorrer uma causa especial de variação, repete-se o procedimento. A Figura 5.29 apresenta a carta multivariada revista.

Quadro 5.40 – Elementos do vector média (\bar{X}) do Produto B Revista.

\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6
-0,0034	-0,0158	-0,00002	-0,00095

Quadro 5.41 – Elementos da matriz das covariâncias **S** do Produto B Revista.

S_{11}	S_{33}	S_{44}	S_{66}	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{34}	S_{36}	S_{46}
0,196	0,183	0,0013	0,0050	-0,024	0,0018	0,0037	-0,0018	0,0010	-0,0004

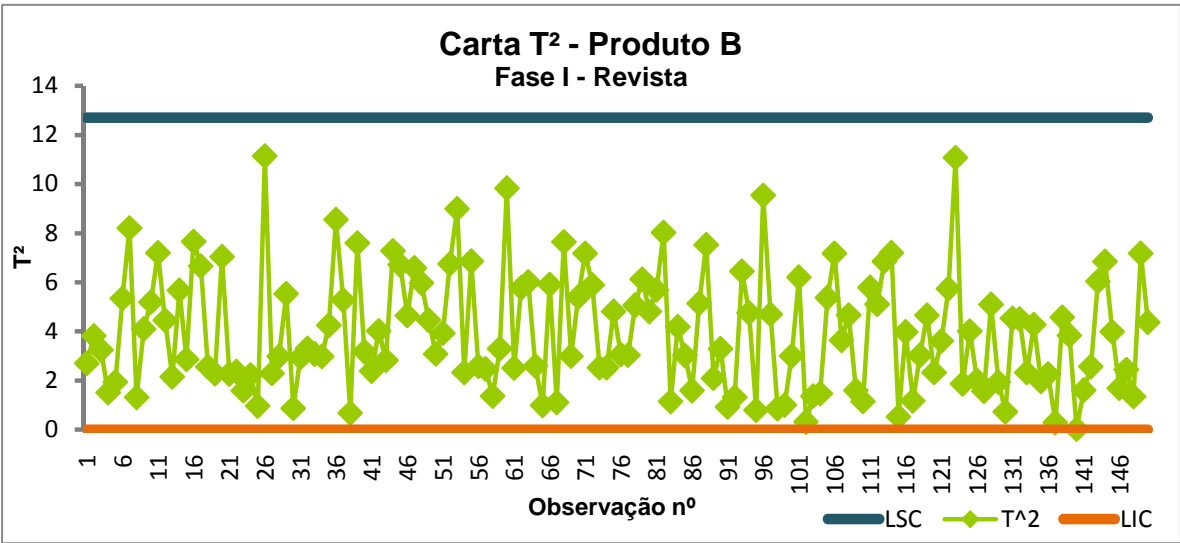


Figura 5.29 – Carta Multivariada (Fase I) do Produto B Revista.

Este procedimento foi efectuado para todos os produtos e permitiu estimar os parâmetros do processo. O Quadro 5.42 apresenta o vector média para cada um dos produtos, no Quadro 5.43 estão presentes os elementos da matriz das covariâncias.

Quadro 5.42 – Elementos do vector média (\bar{X}) de cada produto.

Produto	\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6
B	-0,0034	-0,0158	-0,00002	-0,00095
F	-0,0530	0,0096	-0,0009	0,0028
J	-0,0489	0,0054	-0,0003	-0,0706

Quadro 5.43 – Elementos da matriz das covariâncias S de cada um dos produtos.

Prod.	S_{11}	S_{33}	S_{44}	S_{66}	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{34}	S_{36}	S_{46}
B	0,190	0,183	0,001	0,005	-0,014	0,001	0,004	-0,002	0,001	-0,0005
F	0,232	0,157	0,001	0,010	-0,076	0,003	0,009	-0,002	-0,007	-0,0001
J	0,196	0,607	0,001	1,177	-0,029	0,001	-0,050	-0,002	-0,026	0,0001

Obtida a carta de controlo multivariada revista e verificado que esta não apresenta nenhuma causa especial de variação, segue-se com o estudo da capacidade multivariada. Este estudo realiza-se através dos índices C_{pM} , PV e LI , calculados a partir das equações (2.157), (2.160) e (2.162).

Para o cálculo destes índices foram utilizados os limites técnicos dos resíduos para as características que seguem uma distribuição Normal. Para a característica que segue uma distribuição não normal (Característica 6 do Produto J) foram utilizados os limites técnicos dos resíduos transformados. Os limites são apresentados no Quadro 5.44.

Quadro 5.44 – Especificações técnicas dos resíduos de cada produto.

Produto	Especificação	X_1	X_3	X_4	X_6
B	$LSE_{Resíduos}$	3	3,25	0,2	0,375
	$LIE_{Resíduos}$	-3	-3,25	-0,2	-0,375
F	$LSE_{Resíduos}$	2,5	2,5	0,15	0,45
	$LIE_{Resíduos}$	-2,5	-2,5	-0,15	-0,45
J	$LSE_{Resíduos}$	2	4,25	0,2	4,01
	$LIE_{Resíduos}$	-2	-4,25	-0,2	-5,75

O Quadro 5.45 apresenta os limites do processo para todas as características, verificando-se que o processo se encontra relativamente centrado. O Quadro 5.46 indica os valores dos índices de capacidade multivariados, concluindo-se que o processo tem capacidade para produzir de acordos com as especificações técnicas para todos os produtos.

Quadro 5.45 – Limites do Processo.

Produto	Especificação	X_1	X_3	X_4	X_6
B	LSP	1,565	1,509	0,126	0,248
	LIP	-1,572	-1,541	-0,126	-0,250
F	LSP	1,503	1,311	0,105	0,348
	LIP	-1,609	-1,291	-0,107	-0,342
J	LSP	1,530	2,802	0,105	3,832
	LIP	-1,627	-2,791	-0,106	-3,973

Quadro 5.46 – Índices de Capacidade Multivariados.

Produto	C_{PM}	PV	LI
B	1,77	0,99999	1
F	1,54	0,99997	1
J	1,46	0,99996	1

A partir estudo da capacidade multivariada, constata-se que os três produtos têm capacidade e que o processo se encontra centrado.

5.6.1.7 Fase II – Estudo Multivariado

Concluída a Fase I e estimado o vector média e a matriz das covariâncias, inicia-se a Fase II do controlo estatístico multivariado. Esta fase caracteriza-se pelo controlo do processo em tempo real, através da carta T^2 . Quando $T_k^2 > LSC$ verifica-se a ocorrência de uma causa especial de variação. Nesta fase são determinadas quais as variáveis que contribuíram para a ocorrência da causa especial e são aplicadas medidas correctivas no processo. A carta T^2 é construída a partir da estatística T_k^2 , que é calculada a partir dos erros previsão através da equação (2.149), os limites de controlo são obtidos através da equação (2.152).

Como para os três produtos o número de características em estudo e o número de observações individuais considerados na Fase I ($m=150$) são iguais, os três produtos podem ser representados na mesma carta na Fase II. A Figura 5.30 e a Figura 5.31 apresentam a carta multivariada para os três produtos.

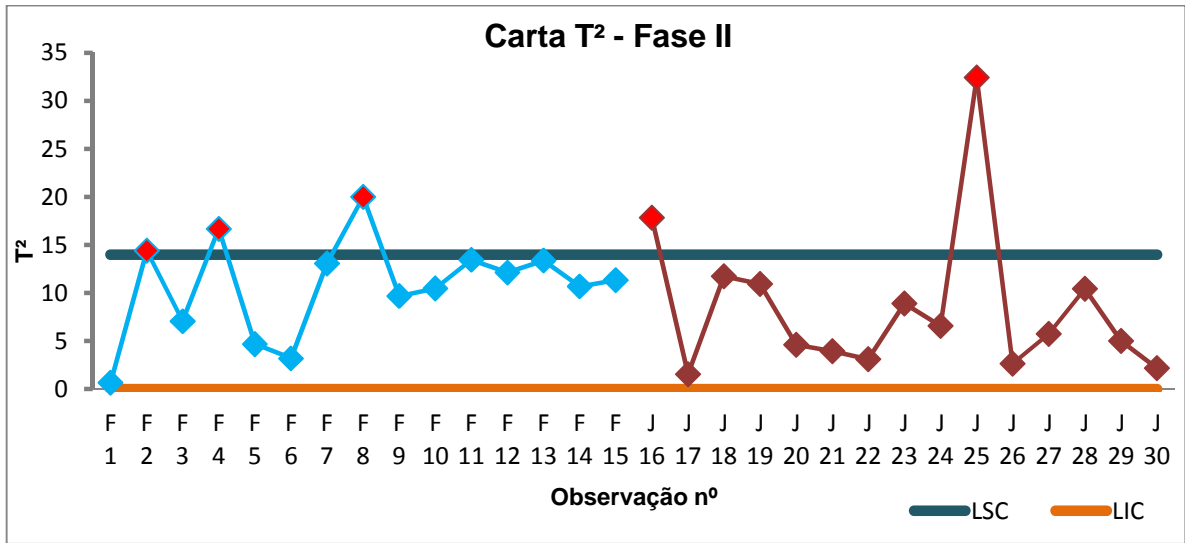


Figura 5.30 – Carta Multivariada (Fase II).

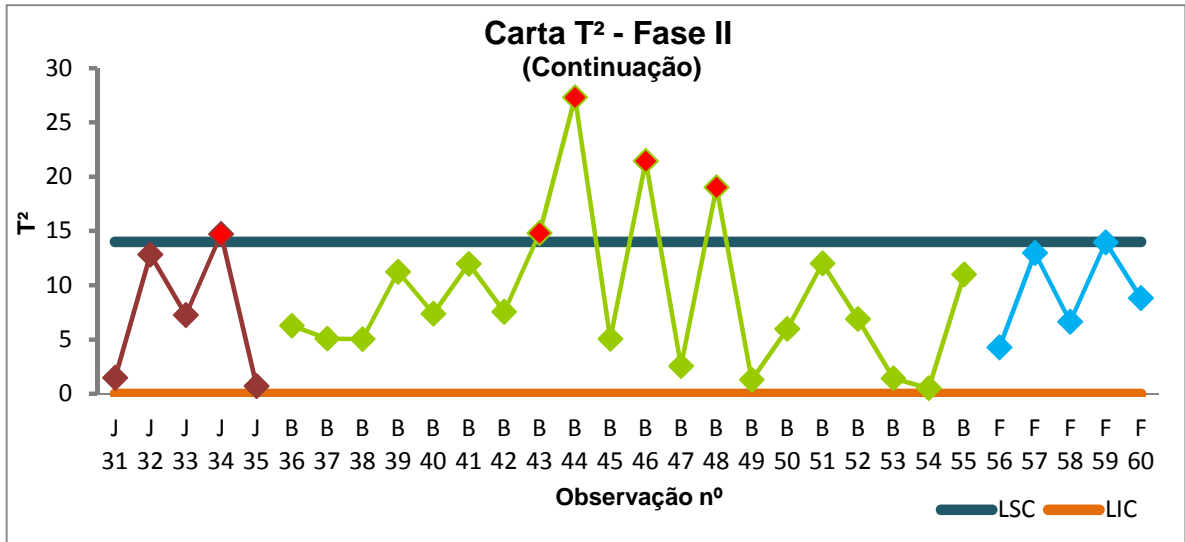


Figura 5.31 – Carta Multivariada (Fase II – Continuação).

Pela análise da Figura 5.30 e da Figura 5.31, constata-se que se verificam várias causas especiais de variação em todos os produtos. Para detectar quais as variáveis responsáveis pelas causas especiais verificadas, aplica-se o método aplicado à estatística d aos pontos que verifiquem essas variações. As conclusões da aplicação deste método estão presentes nos Quadro 5.47, Quadro 5.48 e Quadro 5.49, que apresentam as características responsáveis pelas causas de variação em cada ponto de cada produto.

Quadro 5.47 - Características Responsáveis pelas causas especiais de variação no Produto F.

Pontos	Características Responsáveis
2	-
4	-
8	X_3

Quadro 5.48 - Características Responsáveis pelas causas especiais de variação no Produto J.

Pontos	Características Responsáveis
16	X_3
25	X_4
34	X_1

Quadro 5.49 – Características Responsáveis pelas causas especiais de variação no Produto B.

Pontos	Características Responsáveis
43	X_3
44	X_3 e X_6
46	X_3
48	X_6

Analisando os quadros anteriores verifica-se que para o Produto F, as causas especiais de variação ocorridas nos pontos 2 e 4, não resultam de nenhuma característica em concreto, mas provavelmente da correlação entre as características. Pode constatar-se também que o estudo multivariado detectou causas especiais de variação que as cartas dos erros de previsão não detectaram, concluindo-se assim, que este deve ser aplicado sempre que possível pois é mais sensível na detecção de causas especiais.

5.7 Conclusões

Ao longo deste capítulo foram aplicadas as diversas técnicas abordadas no Capítulo 2 e Capítulo 3. O estudo prático iniciou-se na fase do processo de preparação de fórmulas, tendo sido escolhidos vários produtos e as características com maior relevância para cada produto. Estes produtos foram divididos em dois grupos, os produtos A, B, C, D e E, onde foi aplicado o controlo estatístico tradicional. Para os produtos F, G, H, I e J, foi aplicado uma metodologia específica para as “pequenas produções”, pois estes não possuíam dados suficiente para prosseguir com o estudo tradicional.

O estudo dos produtos A, B, C, D e E iniciou-se com a verificação da independência dos dados. Este estudo revelou que quase todas as características são auto-correlacionas. Seguiu-se o estudo de identificação e tratamento de *Outliers* onde foram obtidas séries limpas de outliers e consequentemente novos modelos. A aplicação das cartas de controlo, na Fase I, teve como base os resíduos, visto que se tratava de dados auto-correlacionados. Foi verificado o pressuposto da Normalidade dos dados, e transformados os dados das características que não verificavam esse pressuposto. O estudo da análise da capacidade verificou que existem algumas características que não possuem capacidade de produzir segundo a sua especificação técnica. Para as que apresentam uma capacidade favorável, deu-se início à Fase II. Na Fase II foi efectuado a monitorização do processo em tempo real através das cartas baseadas nos erros de previsão.

Para os Produtos F, G, H, I e J foram aplicadas as cartas Q no estudo univariado e as cartas MQ_X no estudo multivariado. A aplicação destas cartas deve-se ao facto dos produtos em

estudo não apresentarem um o número de dados suficiente para a aplicação do controlo estatístico tradicional. Este estudo revelou que a carta Q é mais sensível, pois detectou um maior número de causas especiais de variação.

Foi também efectuado o estudo do produto acabado, escolhendo-se a linha do plástico para a sua aplicação. Os produtos B, F e J foram os escolhidos para efectuar o controlo estatístico, sendo possível a aplicação do controlo tradicional devido à existência de dados suficientes para a estimação dos dados. A metodologia seguida foi igual à descrita anteriormente, todas as características revelaram a existência de auto-correlação, as séries foram limpas de outliers e deu-se início à Fase I do controlo estatístico. Construídas as cartas de controlo com os resíduos e substituídos os pontos onde ocorreu uma causa especial de variação pelo seu valor esperado, procedeu-se ao estudo da verificação da Normalidade. Uma das características não verificou Normalidade sendo necessário efectuar a transformação dos dados. Verificada a estabilidade do processo, foram estimados os parâmetros do mesmo. A análise da capacidade revelou que todas as características apresentavam capacidade para produzir segundo as especificações técnicas. Na Fase II do processo ocorreu a monitorização do mesmo através das cartas de controlo baseadas nos erros de previsão.

No produto acabado foi também realizado um estudo multivariado do processo, que se verificou bastante sensível, identificando várias causas especiais de variação que o estudo univariado não revelou.

Efectuado o controlo estatístico de cada um das características para cada produto, mediante o procedimento descrito anteriormente, é possível apresentar algumas conclusões detalhadas.

5.7.1 Preparação de fórmulas

O controlo estatístico do processo para as características dos produtos A, B, C, D e E mostrou, apesar de existirem causas especiais de variação, que os processos se encontram sob controlo estatístico. No entanto, a análise de capacidade efectuada relevou que existem algumas características que não apresentam capacidade para produzir segundo as suas especificações técnicas. A Característica 2 nos Produtos A e C, a Característica 1 no Produto E e a Característica 6 no Produto B, não apresentam capacidade favorável. Em seguida é apresentada uma análise em detalhe das várias características e dos factores que podem introduzir variabilidade no processo.

- **Característica 1**

A Característica 1 para o Produto E apresenta os índices de capacidade de $C_p = 1,428$ e $C_{pk} = 0,541$, ou seja o processo é potencialmente capaz ($C_p > 1,33$), mas na realidade não apresenta capacidade de produzir segundo a especificação ($C_{pk} < 1,33$). O processo não está centrado, $(C_{pk})_I = 0,541$ e $(C_{pk})_S = 2,316$, e a média deste encontra-se deslocada para baixo, ou seja a Característica 1 apresenta valores inferiores ao pretendido.

Esta situação pode estar a verificar-se devido a vários factores apresentados da Figura III.1 do Anexo III, no diagrama de *Ishikawa*. A variável que introduz mais variabilidade do processo é a matéria-prima, o concentrado de tomate, pois este apresenta uma variabilidade de lote para lote. Quando o tomate que chega à fábrica para a 1ª Transformação difere muito nas suas características, essa diferença vai introduzindo variabilidade ao longo do processo, numa primeira fase no concentrado de tomate e posteriormente nos produtos fabricados a partir do concentrado.

A falta de calibração da balança existente na bacinete pode induzir em erros na receita e influenciar directamente esta característica.

- **Característica 2**

O processo revela não ter capacidade de produzir segundo as especificações da Característica 2 para o Produto A e para o Produto C. No Produto A, a Característica 2 apresenta os índices de capacidade inferiores a 1,33, sendo $C_p = 1,227$ e $C_{pk} = 1,091$. Para o Produto C, a Característica 2 apresenta $C_p = 1,239$ e $C_{pk} = 1,104$. Em ambas as características o valor destes índices mostra que existe uma grande variabilidade no processo e que este não se encontra centrado.

Os factores que influenciam os parâmetros e a variabilidade da característica são os mesmos independentemente do produto e podem resultar de várias variáveis. Para efectuar uma análise mais completa procedeu-se à elaboração de um diagrama de *Ishikawa*, representado na Figura III.2 do Anexo III, onde se representa as várias variáveis que podem conduzir a esta situação. Das várias variáveis concluiu-se que a variável que mais contribui para a variabilidade desta característica é a matéria-prima, o concentrado de tomate, sendo a Característica 2 uma característica de extrema relevância.

Outra das variáveis que pode introduzir variabilidade no processo é o instrumento de medição da característica, este instrumento não é automático e o operador tem de cronometrar 10 segundos até efectuar a leitura. Este método introduz muita variabilidade na leitura obtida, apesar do próprio instrumento não apresentar uma leitura precisa, ainda comporta a componente de reacção de operador para operador no tempo para efectuar a leitura. Este instrumento em cada utilização deve ser ajustado à mesa do laboratório, para que o desnível na mesa não influencie a medição, quando assim não acontece podem ocorrer leituras erradas.

- **Característica 6**

A Característica 6 para o Produto B apresenta os índices de capacidade de $C_p = 1,086$ e $C_{pk} = 1,061$, logo o processo não apresenta capacidade para produzir segundo as especificações, pois os índices são inferiores a 1,33. O valor destes índices indica a existência de uma grande variabilidade no processo.

As variáveis que influenciam os valores desta característica estão apresentadas no diagrama de *Ishikawa*, Figura III.3 do Anexo III. Uma das variáveis mais importante continua a ser o concentrado de tomate, no entanto existem outras duas variáveis que podem

influenciar a característica. A introdução de um componente na receita é feita de forma manual, e este componente influencia directamente os valores desta característica. Este componente é introduzido com base numa medida, e cada operador ao encher essa medida, estipula o que representa essa medida cheia e por isso esse valor é algo variável.

Outro factor que pode introduzir variabilidade é o instrumento de medição e nomeadamente os operadores na sua leitura. A análise desta característica efectua-se mediante uma titulação, logo a cor que o titulado deve atingir pode variar. Um operador pode considerar que a cor alvo é um pouco mais escura, enquanto outro considera um pouco mais clara.

A aplicação do controlo estatístico às características dos Produtos F, G, H, I e J foi efectuada mediante as cartas Q. O Estudo demonstrou que a Característica 4, é a característica que apresenta um maior número de causas especiais de variação, e estas incidem principalmente nos produtos F e I. É necessário ter algum cuidado na análise destas cartas, pois estas baseiam-se nos valores dos instantes anteriores. Para estes produtos realizou-se também o estudo multivariado, para que fosse possível obter uma comparação. Este estudo efectuou-se através das cartas MQ_X , e revelou-se menos sensível que as cartas Q, pois detectou menos causas especiais de variação. No entanto, há que referir que as causas de variação detectadas foram maioritariamente no Produto F, assim como no estudo univariado.

5.7.2 Produto Acabado

O estudo das características do produto acabado iniciou-se com o estudo de verificação da independência, concluindo-se que todas as características são auto-correlacionadas. Seguiu-se o estudo de identificação e tratamento de Outliers. O controlo estatístico do processo foi efectuado na linha dos produtos com embalagem de plástico e os produtos em estudo foram os Produtos B, F e J. Nesta fase do processo todas as características revelaram estar sob controlo estatístico e após a análise da capacidade concluiu-se com todas as características têm capacidade para produzir segundo as suas especificações técnicas. Nesta fase do processo as pequenas variações resultam dos factores analisados anteriormente, no entanto desde a bacia à enchedora o produto passa pelo esterilizador, pelo homogenizador e pelo desareador, e o incorrecto funcionamento destes pode introduzir variações no processo. Outra situação que pode desencadear causas especiais no processo são as paragens na linha, quando ocorrem, o produto fica retido no esterilizador mais tempo que o devido alterando algumas das características.

Paralelamente ao estudo univariado, efectuou-se o estudo multivariado através da aplicação das cartas de *Hotteling* (Cartas T^2). Este estudo revelou-se mais sensível que o estudo univariado, nomeadamente na Fase II, onde através dos erros de previsão verificou um maior número de causas especiais de variação. Os índices de capacidade multivariada revelaram que o processo tem capacidade para produzir segundo as especificações.

Capítulo 6 - Conclusões e Sugestões

A pesquisa e o desenvolvimento de metodologias que permitissem a aplicação do controlo estatístico nos processos da SUGALIDAL é o grande objectivo da presente dissertação. Para concretização deste objectivo iniciou-se uma pesquisa exaustiva, baseada em livros e artigos científicos, para que o conhecimento sobre o tema permitisse a aplicação das metodologias adequadas ao processo.

A aplicação dos conceitos teóricos às características dos produtos da SUGALIDAL efectuou-se mediante um estágio na empresa. O estágio teve uma duração limitada, mas abrangeu os meses de campanha, permitindo perceber e visualizar todo o processo deste a entrada do tomate na fábrica até à expedição dos produtos para comercialização.

A aplicação prática contemplou o controlo estatístico do processo para dados auto-correlacionados e não Normais. As cartas de controlo basearam-se nos resíduos e nos erros de previsão e quando dos dados não verificavam Normalidade, na transformação destes. A análise da capacidade do processo foi realizada tendo em conta o facto de existirem dados não Normais, aplicando-se índices específicos. Existindo características com um número reduzido de dados, foram aplicadas metodologias próprias para as “pequenas produções”, quando não é possível estimar os dados do processo. A estas características foi também aplicado o controlo estatístico multivariado. Numa fase posterior do processo, para além da aplicação do controlo estatístico univariado, tendo por base os resíduos e os erros de previsão, efectuou-se o controlo multivariado através da estatística de *Hotteling* e a análise da capacidade multivariada do processo através dos índices C_{PM} , PV e LI .

6.1 Melhoria dos Processos na SUGALIDAL

Aplicado o controlo estatísticos às características dos produtos seleccionados, e obtidas as conclusões apresentadas nos pontos 5.7.1 e 5.7.2, é possível propor medidas para uma melhoria do processo.

Após a análise a todo o processo e a todas as características concluiu-se que o factor que introduz maior variabilidade no processo é a matéria-prima, o concentrado de tomate. Este constitui uma variável de difícil controlo na fábrica, dado que para as características do tomate contribuem muitas variáveis de difícil controlo. O solo onde é plantado o tomate, o meio ambiente, o tempo de apanha, entre outras variáveis, influencia o concentrado de tomate produzido. De lote para lote o tomate é diferente, até mesmo tomate vindo do mesmo produtor pode apresentar características diferentes.

No entanto existem algumas alterações que podem contribuir muito para a melhoria do processo. Os instrumentos de mediação devem ser regularmente calibrados, pois intervêm directamente nos valores obtidos nas leituras. Os valores da Característica 2 são fortemente influenciados pela medição, propondo-se a adopção de um instrumento de medição automático, onde o erro humano não represente uma variável com grande influência. Se a substituição no instrumento não for viável, é importante sensibilizar os operadores para a

importância da concentração no momento da análise para que não haja grandes discrepâncias entre valores.

O ingrediente que influencia directamente a Característica 6 é introduzido na receita manualmente, através de uma medida base. No entanto, os operadores ao utilizarem essa medida introduzem quantidade de ingrediente diferente. Para colmatar essa variabilidade, sugere-se a aquisição de um mecanismo que possa introduzir o ingrediente sem a acção directa humana. Ainda relativamente à Característica 6, sugere-se que o método de análise da característica seja revisto, pois a titulação pode introduzir muita variabilidade nos dados obtidos.

No produto acabado, apesar das características em análise apresentarem capacidade de produzir segundo as especificações técnicas, estas apresentam variabilidade ligeiramente grande. Um dos factores que influencia as características do produto acabado é as paragens na linha. Quando estas situações se verificam, o produto fica retido no esterilizador, provocando a alteração na concentração do produto e influenciando as características do mesmo. Para diminuir as paragens da linha, sugere-se a implementação de um plano de manutenção preventiva.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

A presente dissertação iniciou o controlo estatístico do processo na SUGALIDAL, no entanto este é um trabalho contínuo que deve ser aperfeiçoado, desenvolvendo novas metodologias e aplicando novas técnicas.

No presente trabalho, devido ao tempo reduzido do estudo, foram escolhidos alguns produtos na preparação de fórmulas. Sugere-se a aplicação do controlo estatístico às características de todos os produtos, incluindo o controlo multivariado. Para os produtos que não apresentam dados suficientes para a estimação dos parâmetros, sugere-se o acompanhamento do processo, verificando se as cartas aplicadas (Cartas Q) são adequadas e produzem resultados fiáveis.

No produto acabado o controlo estatístico foi aplicado à linha dos produtos com embalagem de plástico, fica a sugestão de implementação destas metodologias às outras linhas, incluindo o estudo multivariado do processo.

Existindo algumas características em que se verifica a não Normalidade dos dados, é necessário dar continuidade a este estudo com o objectivo de verificar se as distribuições se mantêm.

Quando os processos apresentam estabilidade e capacidade para produzir, pode ser vantajoso a aplicação de técnicas para a detecção de pequenas ou moderadas alterações dos parâmetros do processo, para o efeito sugere-se a aplicação das cartas *CUSUM* e *EWMA*, para dados que verificam o pressuposto da independência, e as cartas *EWMAST* e *MCEWMA*, para processos cujos dados apresentam auto-correlação.

Como estudo para o futuro, sugere-se a aplicação de metodologias de controlo à 1ª transformação, no entanto é necessário ter especial atenção com as técnicas a implementar, pois a campanha tem uma duração de cerca de três meses, o que pode dificultar a recolha de dados. Utilizar os dados de uma campanha de um ano diferente pode ser um erro, pois as características do tomate variam de ano para ano, tendo em conta vários factores como a temperatura, solo e o tempo de duração da apanha.

Bibliografia

- Alt, F. B. (1985). "Multivariate Quality Control". In *Encyclopedia of the Statistical Sciences*. New York: Wiley. pp. 110-122.
- Alwan, L. C., e Roberts, H. V. (1988). "Time-Series Modeling for Statistical Process Control". *Journal of Business & Economic Statistics* , Vol. 6, pp. 87-95.
- Amhemad, A. Z. (2010). "Effect of non normality on statistical control charts". *International Conference on Networking and Information Technology*, pp. 512-515.
- Andreev, A., Kanto, A., e Malo, P. (2005). "Simple Approach for Distribution Selection in the Pearson system". *Helsinki School of Economics - Working Papers* .
- Andreev, A., Kanto, A., e Malo, P. (2007). "Computational Examples of a New Method for Distribution Selection in the Pearson System". *Journa of Applied Statistics* , Vol. 34, pp. 487-506.
- Bai, D. S., e Choi, I. S. (1995). " \bar{X} and R Control Charts for Skewed Populations". *Journal of Quality Technology* , Vol. 27, pp. 120-131.
- Bersimis, S., Psarakis, S., e Panaretos, J. (2007). "Multivariate Statistical Process Control Charts: An Overview". *Quality and Reliability Engineering International* , Vol. 23, pp. 517-543.
- Bowman, K. O., e Shenton, L. R. (1989). " S_B and S_U Distributions Fitted by Percentiles: A general Criterion". *Communications in Statistics - Simulation and Computation* , Vol. 18, pp. 1-13.
- Box, G. E., e Cox, D. R. (1964). "An Analysis of Transformations". *Journal of the Royal Statistical Society - Series B* , Vol. 26, pp. 211-252.
- Box, G. E., Jenkins, G. M., e Reinsel, G. C. (2008). *Time Series Analysis - Forecasting and Control*, 4ª Edição. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Bukac, J. (1972). "Fitting S_B curves using symmetrical percentile points". *Biometrika* , Vol. 59, pp. 688-690.
- Burr, I. W. (1967). "The Effect of Non-Normality on Constants for \bar{X} and R Charts". *Industrial Quality Control* , Vol. 23, pp. 563-569.
- Chan, L. K., Hapuarachchi, K. P., e Macpherson, B. D. (1988). "Robustness of X and R Charts". *IEEE Transactions On Reliability* , Vol. 37, pp. 117-123.
- Chang, I., Tiao, G. C., e Chen, C. (1988). "Estimation of Time Series Parameters in the Presence of Outliers". *Technometrics* , Vol. 30, pp. 193-204.

Chen, J.-P., e Ding, C. G. (2001). "A new process capability index for non-normal distributions". *International Journal of Quality & Reliability Management* , Vol. 18, pp. 762-770.

Chen, K. S., e Pearn, W. L. (1997). "An Application of Non-Normal Process Capability indices". *Quality and Reliability Engineering International* , Vol. 13, pp. 355-360.

Choi, Y.-M., Polansky, A. M., e Mason, R. L. (1998). "Transforming Non-Normal Data to Normality in Statistical Process Control". *Journal of Quality Technology* , Vol. 30, pp. 133-141.

Duncan, A. J. (1986). *Quality Control Industrial Statistics*, 5ª Edição. Homewood: Irwin.

Fox, A. T. (1972). "Outliers in Time Series". *Journal of the Royal Statistical Society - Serie B* , Vol. 34, pp. 350-363.

Gilbert, K. C., Kirby, K., e Hild, C. R. (1997). "Charting Autocorrelated Data: Guidelines for Practitioners". *Quality Engineering* , Vol. 9, pp. 367-382.

Gomes, P. J. (2004). "A evolução do conceito de qualidade: dos bens manufacturados aos serviços de informação". *Associação Portuguesa de Bibliotecários, Arquivistas e Documentalistas (BAD)* , N.2, pp. 6-18.

Gonçalez, P. U., e Werner, L. (2009). "Comparação dos índices de capacidade do processo para distribuições não-normais". *Gestão & Produção* , Vol. 16, pp. 121-132.

Hayter, A. J., e Tsui, K. L. (1994). "Identification and quatification in multivariate quality control problems". *Journal of Quality Technology* , Vol. 26, pp. 197-208.

Holmes, D. S., e Mergen, A. E. (1998). "A Multivariate Test for Randomness". *Quality Engineering* , Vol. 10, pp. 505-508.

Hsiang, T. C., e Taguchi, G. (1985). "Tutorial on Quality Control and Assurance - The Taguchi Methods". *Joint Meetings of the American Statistical Association* , pp. 188.

Iglewicz, B., e Hoaglin, D. C. (1993). *How to Detect and Handle Outliers*. Milwaukee, WI: American Society for Quality Control.

Jackson, J. E. (1985). "Multivariate Quality Control". *Communications in Statistics - Theory and Methods* , Vol. 14, pp. 2657-2688.

Johnson, N. L. (1949). "Systems of Frequency Curves Generated by Methods of Translation". *Biometrika* , Vol. 36, pp. 149-176.

Juran, J. M. (1999). "How to Think About Quality". In J. M. Juran, e A. B. Godfrey, *Juran's Quality Handbook*, 5ª Edição, pp. 2.1-2.18. New York: McGraw-Hill.

- Juran, J. M., e Gryna, F. M. (1993). *Quality Controlo Handbook*, 3ª Edição. New York: McGraw-Hill.
- Kane, V. E. (1986). "Process capability indices". *Journal of Quality Technology* , Vol. 18, pp. 41-52.
- Kotz, S., e Johnson, N. L. (1993). *Process Capability Indices*. London: Chapman & Hall.
- Kourti, T., e MacGregor, J. F. (1995). "Process analysis, monitoring and diagnosis, using multivariate projection methods". *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* , Vol. 28, pp. 3-21.
- Mason, R. L., e Young, J. C. (2002). *Multivariate Statistical Process Control With Industrial Applications*. Philadelphia: ASA-SIAM.
- Mast, J. d. (2008). "A history of industrial statistics and quality and efficiency improvement". In S. Coleman, T. Greenfield, D. Stewardson, & D. C. Montgomery, *Statistical Practice in Business and Industry*, pp. 15-27. West Sussex: John Wiley & Sons.
- Matos, A. S. (2005). *Engenharia de Controlo do Processo e Controlo Estatístico da Qualidade: Metodologia de Integração Aplicada na Indústria da Pasma de Papel*. Lisboa: Faculdade de Ciências e Tecnologias - Universidade Nova de Lisboa.
- Montgomery, D. C. (2005). *Introduction to Statistical Quality Control*, 5ª Edição. New York: Wiley & Sons.
- Montgomery, D. C., e Runger, G. C. (2006). *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 4ª Edição. New York: John Wiley & Sons.
- Morettin, P. A., e Toloi, C. M. (2006). *Análise de Séries Temporais*, 2ª Edição. São Paulo: Edgard Blucher Ltda.
- Murteira, B. J., Muller, D. A., e Turkman, K. F. (1993). *Análise de Sucessões Cronológicas*. Lisboa: McGraw-Hill.
- Oakland, J. (2008). *Statistical Process Control*, 6ª Edição. Oxford: Butterworth-Heinemann.
- Palm, A. C. (2000). "Discussion: Controversies and contradictions in Statistical Process Control". *Journal of Quality Tecnology* , Vol. 32, pp. 356-360.
- Pearn, W. L., Chen, K. S., e Lin, G. H. (1999). "A generalization of Clements' method for non-normal Pearsoniam processes with asymmetric tolerances". *International Journal of Quality & Reliability Management* , Vol. 16, pp. 507-521.
- Pearn, W. L., Kotz, S., e Johnson, N. L. (1992). "Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices". *Journal of Quality Technology* , Vol. 24, pp. 216-231.

Pereira, Z. L., e Requeijo, J. G. (2008). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*. Lisboa: Prefácio.

Quenouil, M. H. (1949). "Approximate Tests of Correlation in Time-Series". *Journal of the Royal Statistical Society. Serie B* , Vol. 11, pp. 68-84.

Quesenberry, C. P. (1995). "On Properties of Q Charts for Variables". *Journal of Quality Technology* , Vol. 27, pp. 184-203.

Quesenberry, C. P. (1996). "Response to "Short-Run Statistical Process Control: Q Chart Enhancements and Alternative Methods"". *Quality and Reliability Engineering International* , Vol. 12, pp. 159-161.

Quesenberry, C. P. (1997). *SPC Methods for Quality Improvement*. New York: John Wiley & Sons.

Requeijo, J. G. (2004). *Técnicas Avançadas do Controlo Estatístico do Processo - Tese de Douturamento*. Lisboa: Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa.

Reynolds, M. R., e Lu, C.-W. (1997). "Control Charts for Monitoring Process with Autocorrelated Data". *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications* , Vol. 30, pp. 4059-4067.

Schmid, W. (1995). "On the run length of a Shewhart chart for correlated data". *Statistical Papers* , Vol. 36, pp. 111-130.

Schoonhoven, M., e Does, R. J. (2009). "The X Control Chart under Non-Normality". *Quality Reliability Engineering International* , Vol. 26, pp. 167-176.

Shahriari, H., e Abdollahzadeh, M. (2009). A New Multivariate Process Capability Vector. *Quality Engineering* , Vol. 21, pp. 290-299.

Shahriari, H., Hubele, F. N., e Lawrence, F. P. (1995). "A Multivariate Process Capability Vector". *Proceedings of the 4th Industrial Engineering Research Conference*, pp. 303-308. Nashville.

Shayib, M. A. (1989). "The Procedure for Selection of Transformations from the Johnson". *Communication in Statistics - Simulation and Computation* , Vol. 18, pp. 1457-1464.

Shinde, R. L., e Khadse, K. G. (2009). "Multivariate Process Capability Using Principal Component Analysis". *Quality and Reliability Engineering International* , Vol. 25, pp. 69-77.

Shumway, R. H., e Stoffer, D. S. (2000). *Time Series Analysis and Its Applications*. New York: Springer-Verlag.

Slifker, J. F., e Shapiro, S. S. (1980). "The Johnson System: Selection and Parameter estimation". *Technometrics* , Vol. 22, pp. 239-246.

- Spedding, T. A., e Rawlings, P. L. (1994). "Non-normality in Statistical Process Control Measurements". *International Journal of Quality & Reliability Management* , Vol. 11, pp. 27-37.
- Tsay, R. S. (1988). "Outliers, Level Shifts, and Variance Changes in Time Series". *Journal of Forecasting* , Vol. 7, pp. 1-20.
- Vasilopoulos, A. V., e Stamboulis, A. P. (1978). "Modification of Control Chart Limits in the Presence of Data Correlation". *Journal of Quality Technology* , Vol. 10, pp. 20-30.
- Wang, F. K., e Chen, J. C. (1998-99). "Capability index using principal components analysis". *Quality Engineering* , Vol. 11, pp. 21-27.
- Wardell, D. G., Herbert, M., e Plante, R. D. (1992). "Control Charts in the Presence of Data Correlation". *Management Science* , Vol. 38, pp. 1084-1105.
- Wei, W. W. (2005). *Time Series Analysis*, 2ª Edição. New York: Addison-Wesley.
- West, D., Dellana, S., e Jarrett, J. (2002). "Transfer Function Modeling of Processes With Dynamic Inputs". *Journal of Quality Technology* , Vol. 34, pp. 315-326.
- WesternElectric. (1956). *Statistical Quality Control Handbook*. Indianapolis: Western Electric Corporation.
- Wheeler, D. J. (1995). *Advanced Topics in Statistical Process Control*, 2ª Edição. Knoxville, Tennessee: SPC Press.
- Wheeler, D. J. (1992). *Short Run SPC*. Knoxville, Tennessee: SPC Press.
- Woodall, W. H. (2000). "Controversies and Contradictions in Statistical Process Control". *Journal of Quality Technology* , Vol. 32, pp. 341-350.
- Wu, H.-H., Swain, J. J., Farrington, P. A., e Messimer, S. L. (1999). "A Weighted Variance Capability Index for General Non-Normal Process". *Quality and Reliability Engineering International* , Vol. 15, pp. 397-402.
- Yeo, I.-K., e Johnson, R. A. (2000). "A new family of transformations to improve normality or symmetry". *Biometrika* , Vol. 87, pp. 954-959.
- Young-il, K., e Adams, B. M. (2009). "Multivariate SPC for Recipe Preservation of Batch Processes". *Quality and Reliability Engineering International* , Vol. 26, pp. 267-277.
- Zhang, N. F. (1998). "A Statistical Control Chart for Stationary Process Data". *Technometrics* , Vol. 40, pp. 24-38.

Anexos

Anexo I - Tabelas

- Tabelas dos factores para construção das cartas de controlo de variáveis.

I.1 - Factores de construção para as cartas de controlo

Tabela I.1 – factores de construção de cartas para controlo de variáveis.

Factores para construção das cartas de controlo de variáveis														
Dimensão Amostra	Carta da Média				Carta do Desvio Padrão						Carta da Amplitude			
	Factores Limites Controlo				Factores Linha Central		Factores Limites Controlo				Factores Limites Controlo			
	A	A ₂	A ₃	d ₂	C ₄	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,575
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,115
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Anexo II - SUGALIDAL

- Organigrama Geral
- Fluxograma Geral dos Pontos Críticos de Controlo

II.1 Organigrama Geral

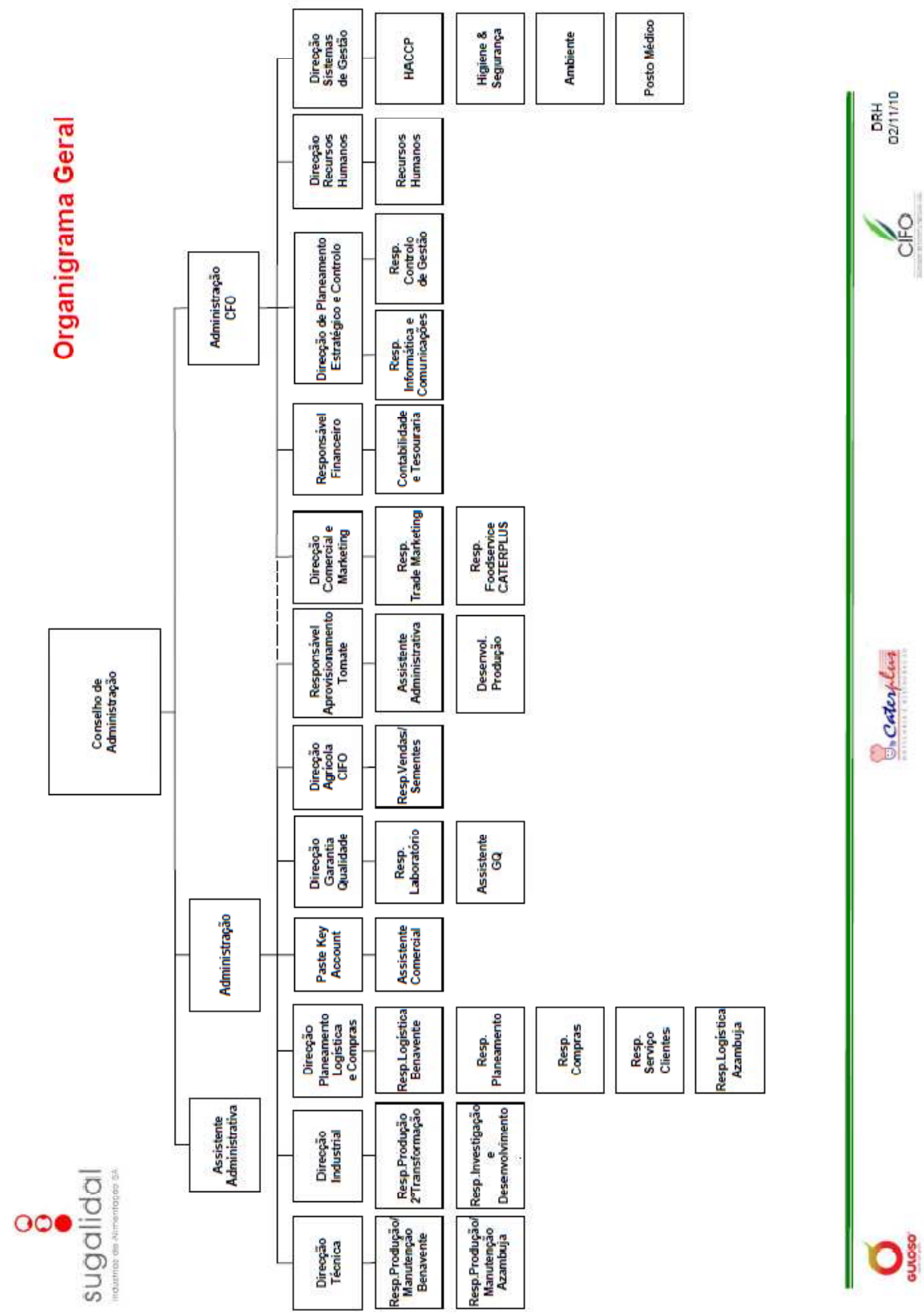
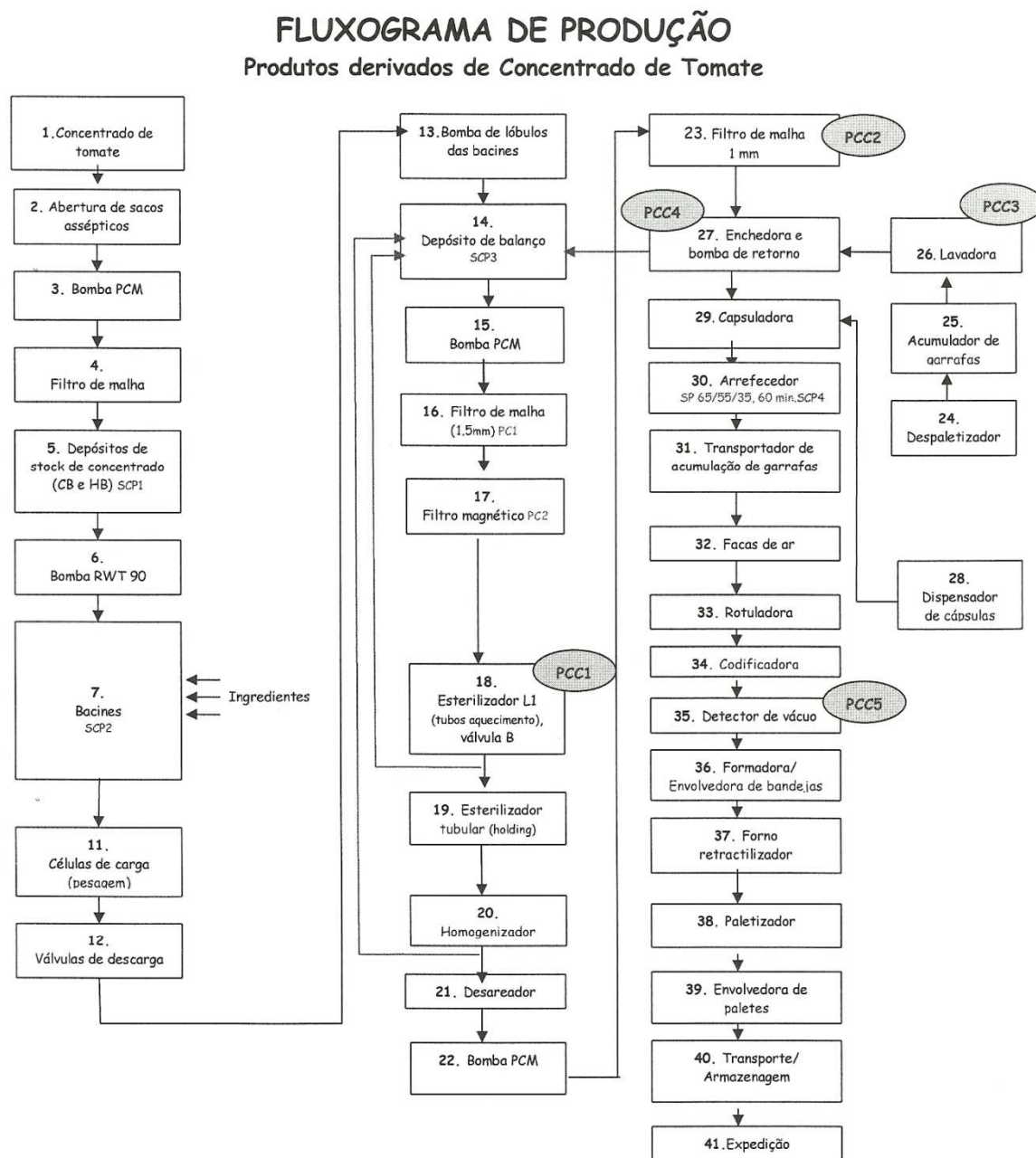


Figura II.1 – Organigrama Geral da SUDALIDAL.

II.2 Fluxograma Geral dos Pontos Críticos de Controllo



1 - In Plano Haccp 1ª versão 1998

Figura II.2 – Fluxograma de Produção com os Pontos Críticos de Controllo

Anexo III – Análise do Processo

- Diagrama de *Ishikawa* para a Característica 1 na Preparação de Fórmulas
- Diagrama de *Ishikawa* para a Característica 2 na Preparação de Fórmulas
- Diagrama de *Ishikawa* para a Característica 6 na Preparação de Fórmulas

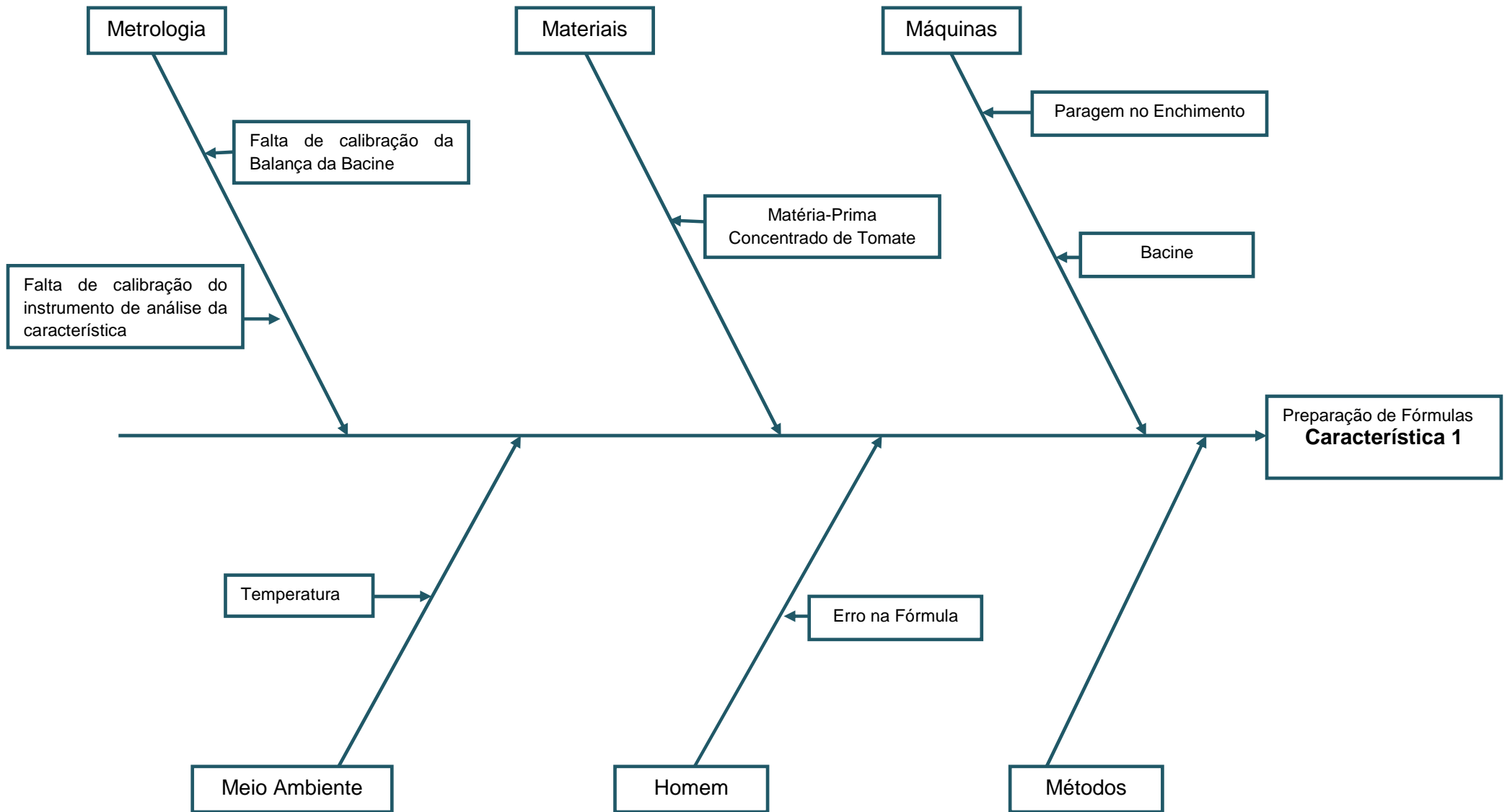


Figura III.1 – Diagrama de *Ishikawa* para a Característica 1 na Preparação de Fórmulas.

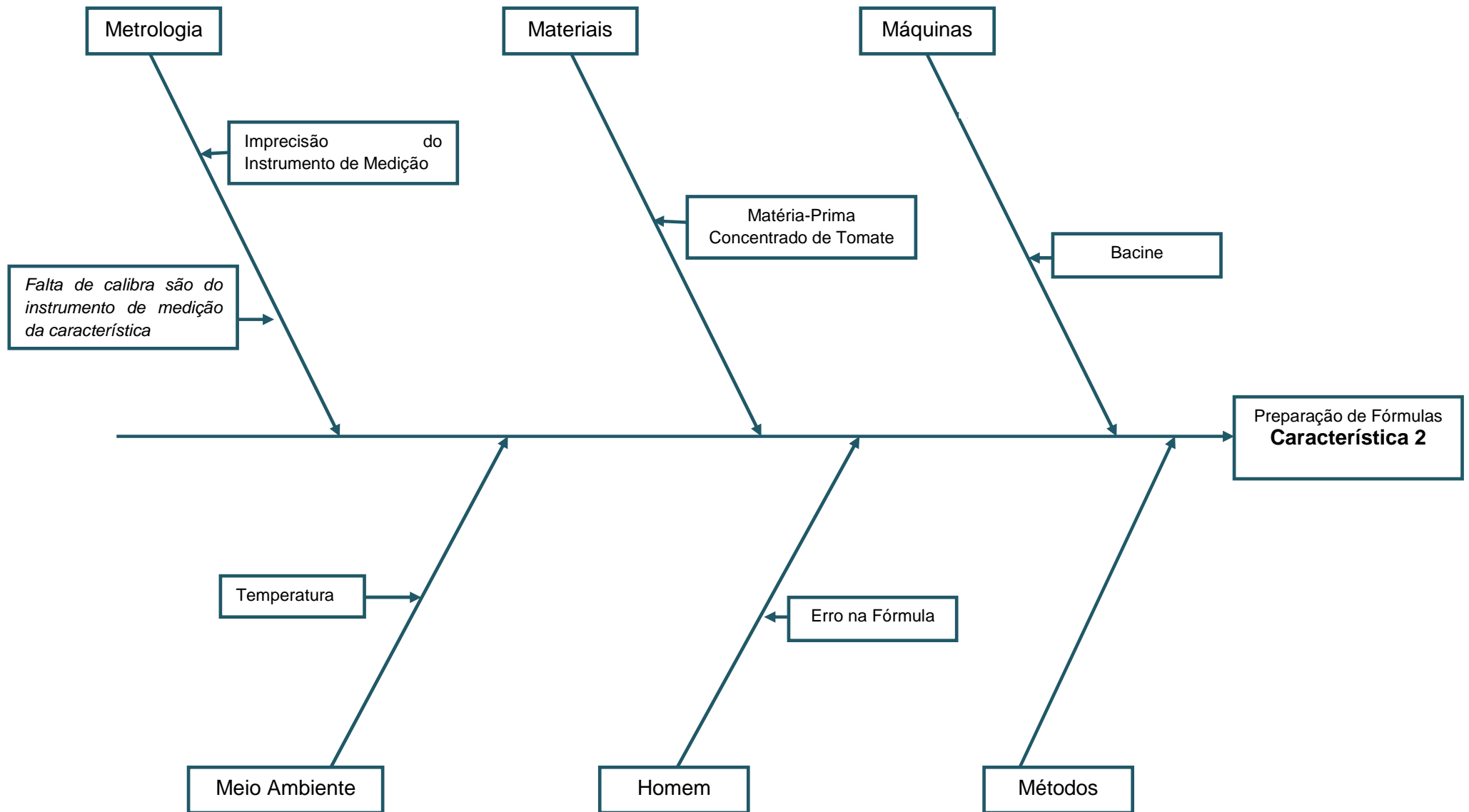


Figura III.2 - Diagrama de Ishikawa para a Característica 2 na Preparação de Fórmulas.

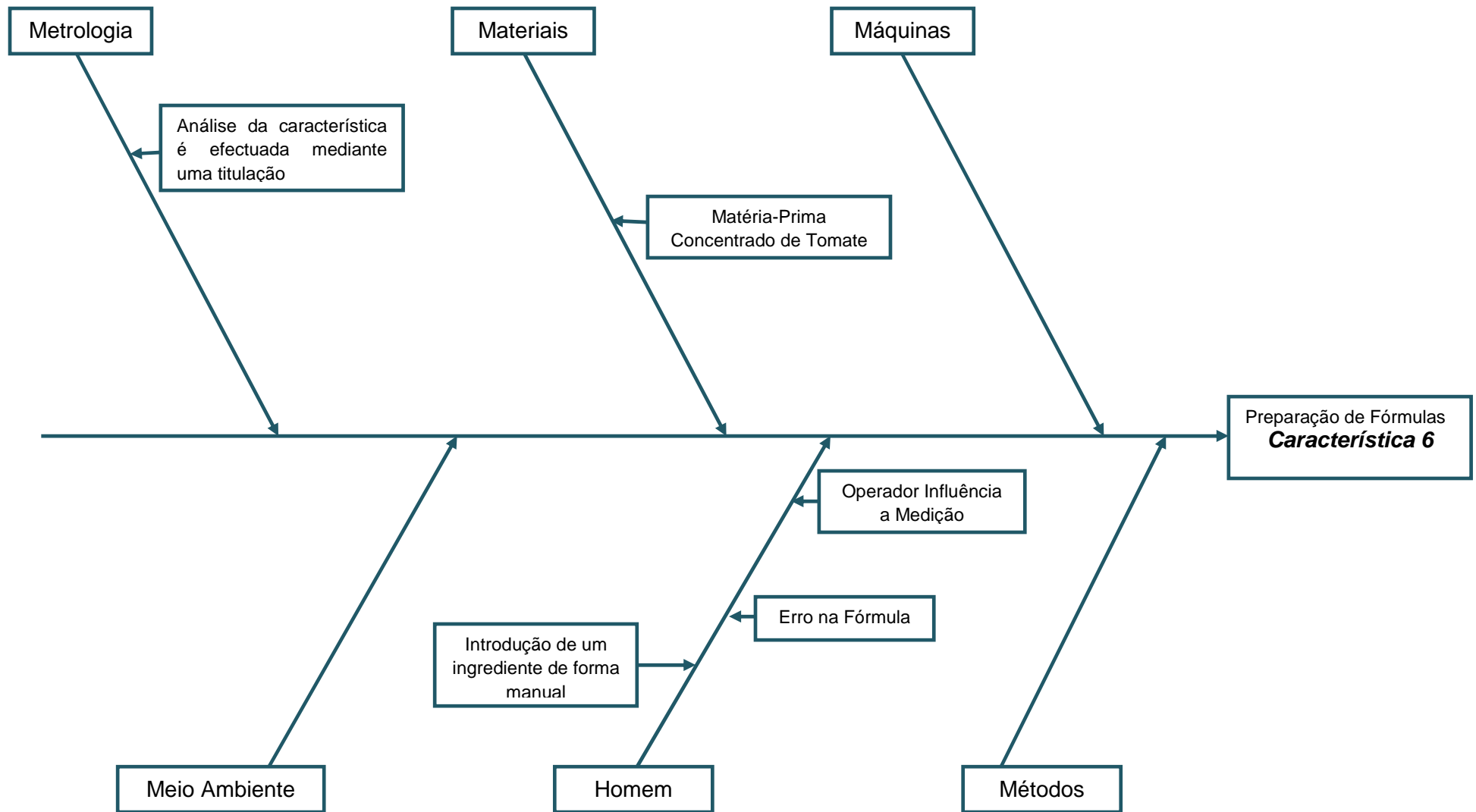


Figura III.3 - Diagrama de Ishikawa para a Característica 6 na Preparação de Fórmulas.

Anexo IV- Verificação da Independência dos Dados

- Preparação de fórmulas
- Produto Acabado

IV.1 Preparação de fórmulas

IV.1.1 Produto A

IV.1.1.1 Característica 1

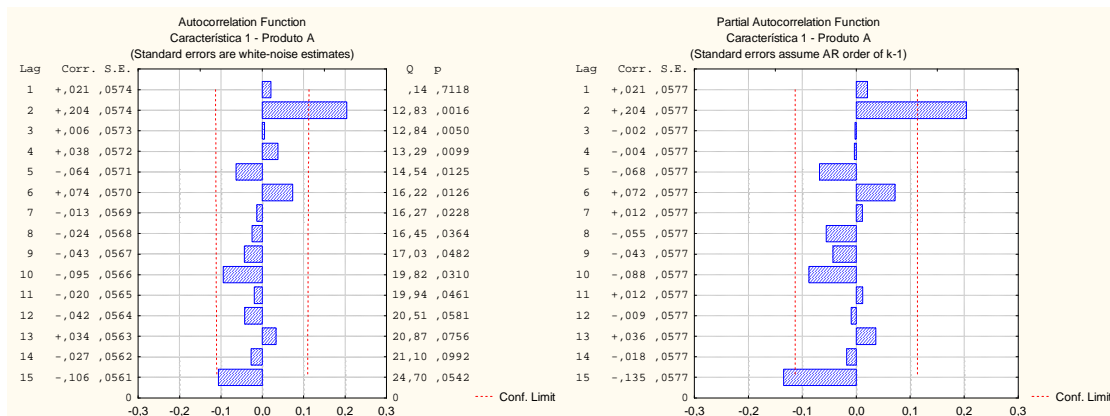


Figura IV.1 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto A.

Quadro IV.1 - Média referente à Característica 1 do Produto A.

Média
29,004

Quadro IV.2 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 1 do Produto A.

Característica 1 – Produto A
Transformação: Não
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,09001

Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança a 95%	
				Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_2	0,205011	0,056933	3,600922	0,092969	0,317052

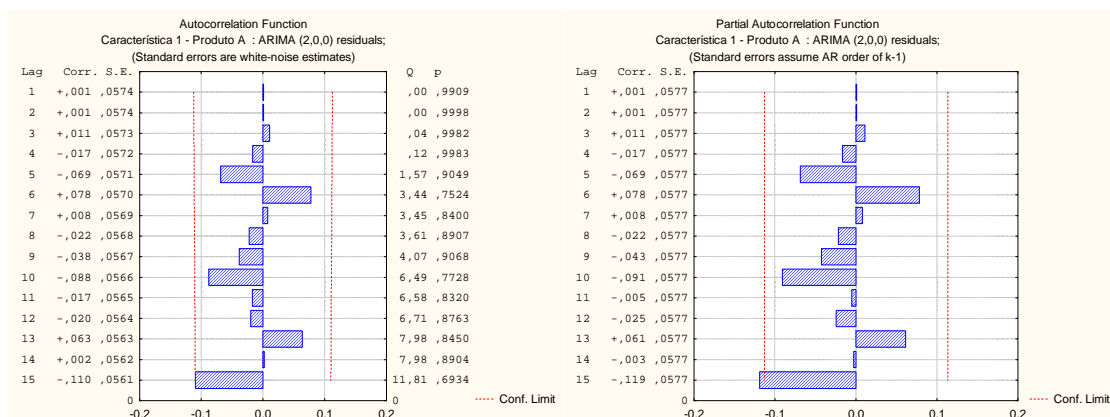


Figura IV.2 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto A.

IV.1.1.2 Característica 2

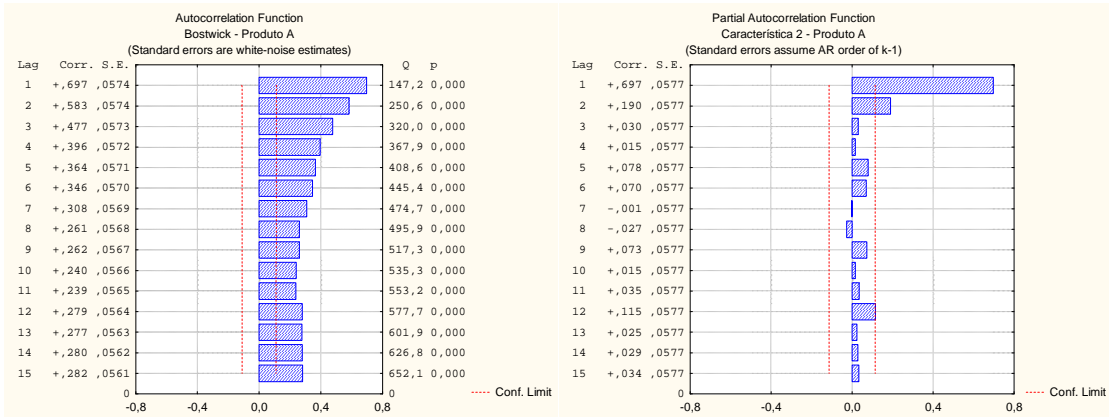


Figura IV.3 – FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto A.

Quadro IV.3 - Média referente à Característica 2 do Produto A.

Média
7,134

Quadro IV.4 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 2 do Produto A.

Característica 2 – Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,07301						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,565114	0,057058	9,904127	0,0000	0,452826	0,677403
ϕ_2	0,189379	0,057076	3,317983	0,0010	0,077055	0,301702

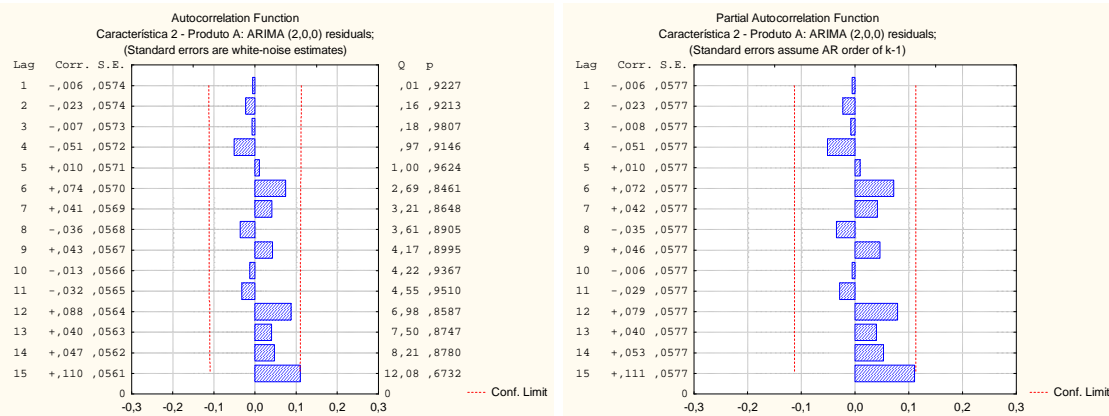


Figura IV.4 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto A.

IV.1.1.3 Característica 4

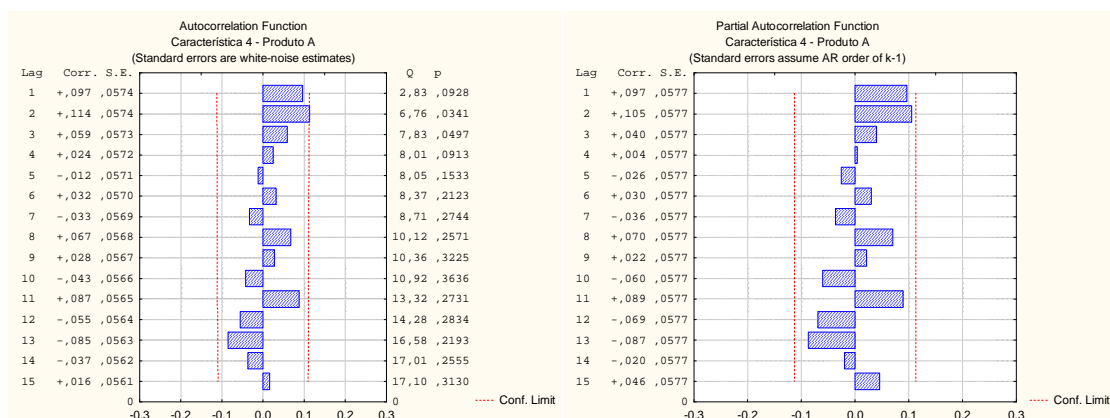


Figura IV.5 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto A.

A Característica 4 do Produto A não apresenta auto-correlação.

Quadro IV.5 - Média referente à Característica 4 do Produto A.

Média
1,514

IV.1.1.4 Característica 6

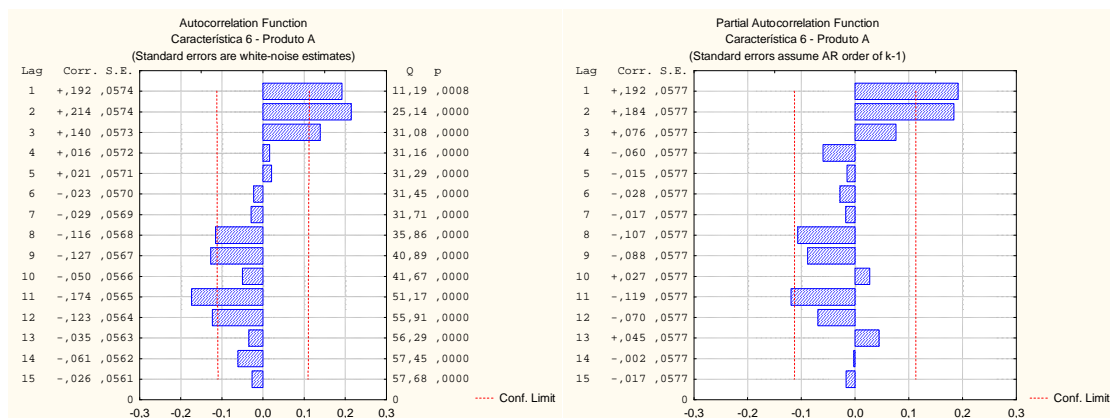


Figura IV.6 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto A.

Quadro IV.6 - Média referente à Característica 6 do Produto A.

Média
2,313

Quadro IV.7 - Parâmetros do modelo $AR(2)$ referentes à Característica 6 do Produto A.

Característica 6 – Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,00073						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,158501	0,057453	2,758806	0,006160	0,045437	0,271566
ϕ_2	0,186255	0,057454	3,241825	0,001322	0,073188	0,299321

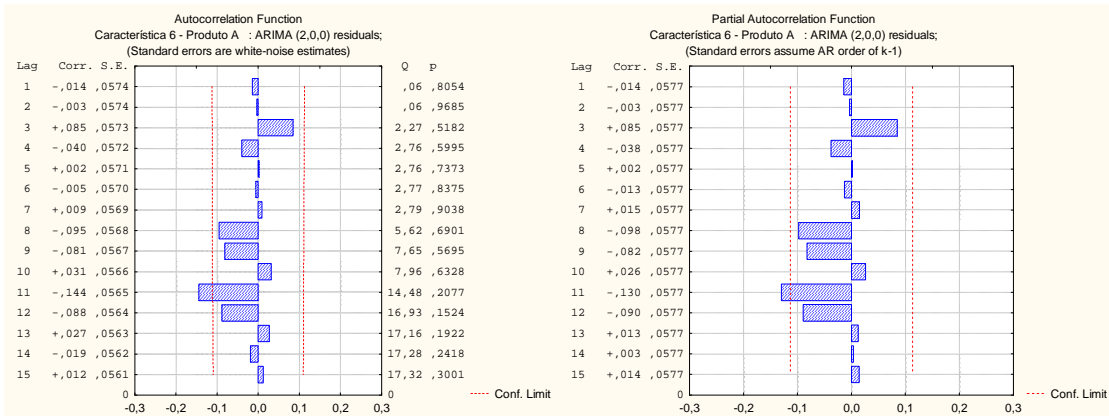


Figura IV.7 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto A.

IV.1.2 Produto B

IV.1.2.1 Característica 1

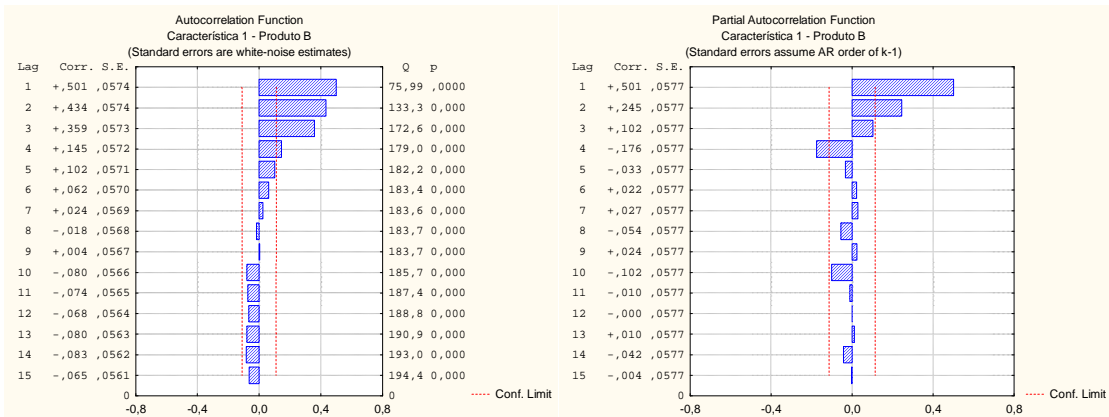


Figura IV.8 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto B.

Quadro IV.8 - Média referente à Característica 1 do Produto B.

Média
22,247

Quadro IV.9 - Parâmetros do modelo $MA(3)$ referentes à Característica 1 do Produto B.

Característica 1 – Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (0,0,3) MS Residual = 0,15308						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
θ_1	-0,351918	0,057352	-6,13609	0,00000	-0,464786	-0,239050
θ_2	-0,323354	0,052068	-6,21018	0,00000	-0,425824	-0,220884
θ_3	-0,351885	0,056292	-6,25111	0,00000	-0,462666	-0,241104

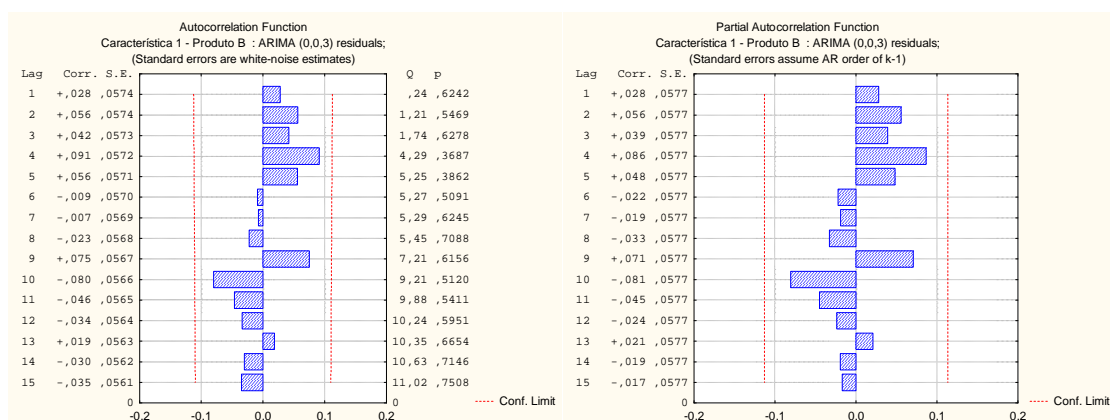


Figura IV.9 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto B.

IV.1.2.2 Característica 2

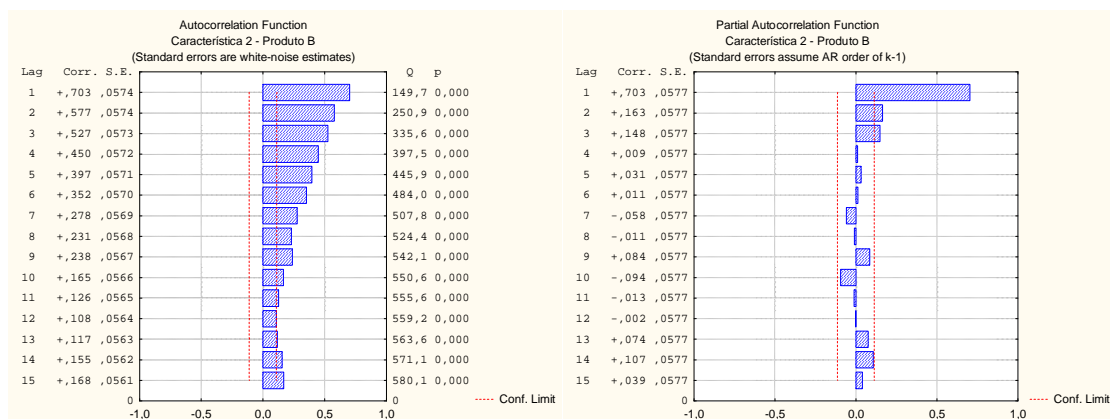


Figura IV.10 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto B.

Quadro IV.10 - Média referente à Característica 2 do Produto B.

Média

6,381

Quadro IV.11 - Parâmetros do modelo $AR(3)$ referentes à Característica 2 do Produto B.

Característica 2 – Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,07614						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,569018	0,057651	9,870075	0,000000	0,455562	0,682474
ϕ_3	0,160410	0,058990	2,719265	0,006928	0,044318	0,276502

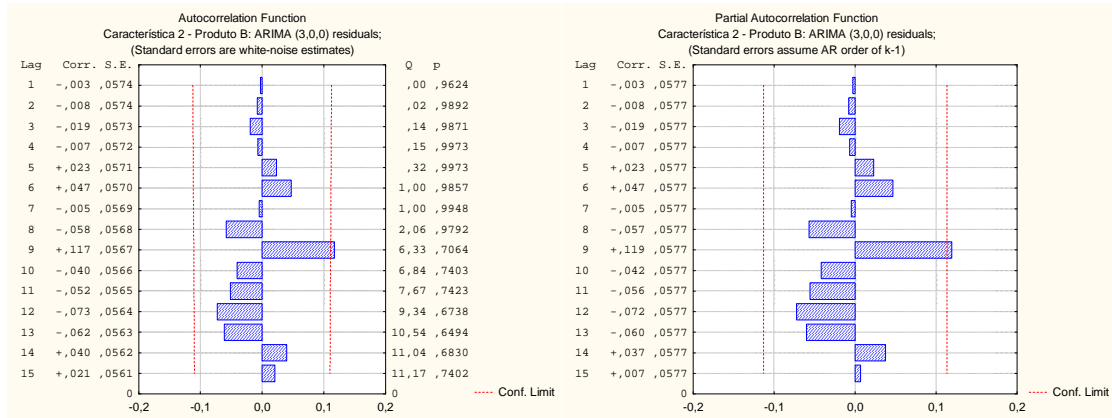


Figura IV.11 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto B.

IV.1.2.3 Característica 4

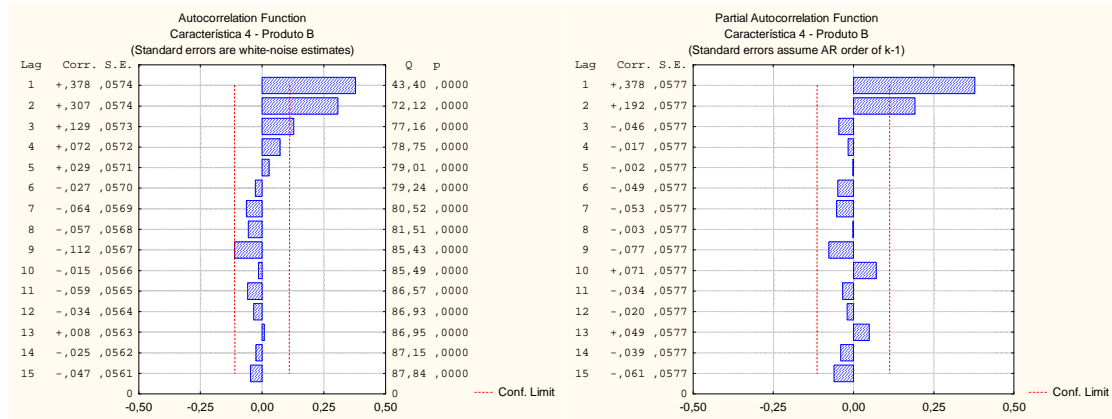


Figura IV.12 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto B.

Quadro IV.12 - Média referente à Característica 4 do Produto B.

Média
1,319

Quadro IV.13 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 4 do Produto B.

Característica 4 – Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual= 0,00083						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de Confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,307765	0,056913	5,407667	0,000000	0,195763	0,419767
ϕ_2	0,201335	0,057556	3,498067	0,000540	0,088067	0,314603

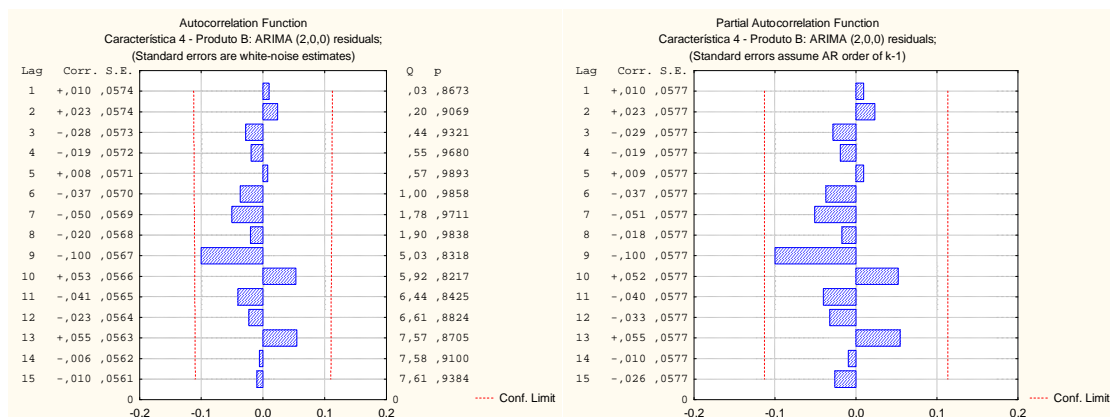


Figura IV.13 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto B.

IV.1.2.4 Característica 6

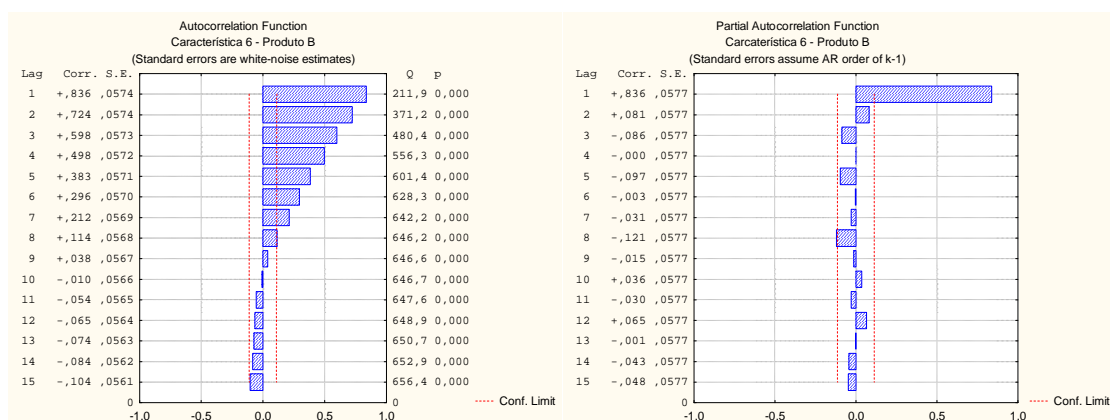


Figura IV.14 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto B.

Quadro IV.14 - Média referente à Característica 6 do Produto B.

Média

2,727

Quadro IV.15 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 6 do Produto B.

Característica 6 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00109						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,838945	0,031613	26,5381	0,00	0,776733	0,901156

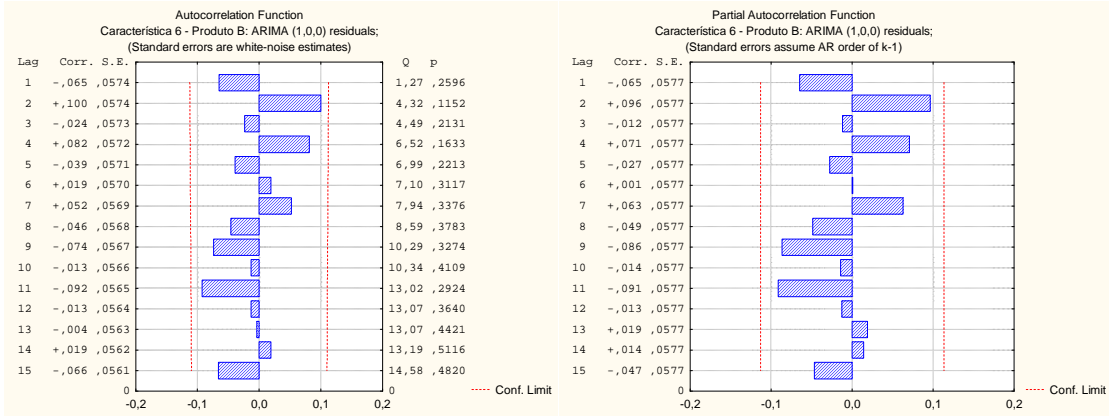


Figura IV.15 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto B.

IV.1.3 Produto C

IV.1.3.1 Característica 1

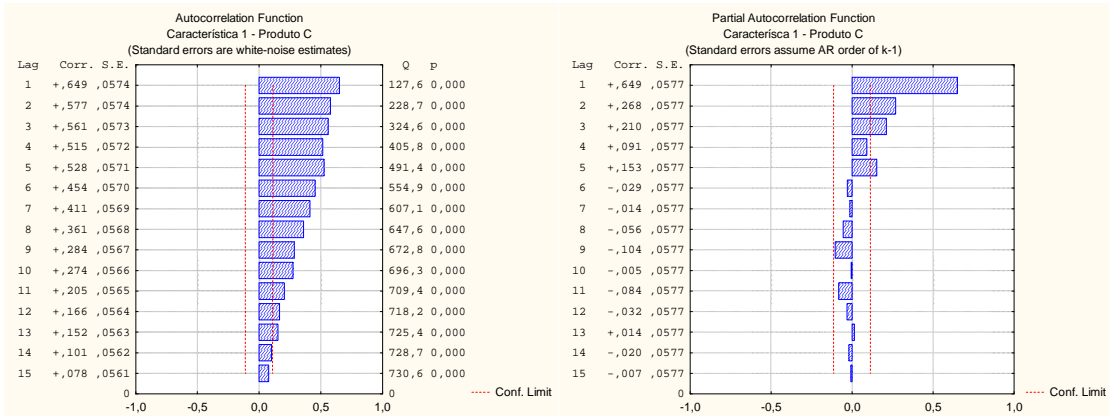


Figura IV.16 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto C.

Quadro IV.16 - Média referente à Característica 1 do Produto C.

Média
11,258

Quadro IV.17 - Parâmetros do modelo AR(5) referentes à Característica 1 do Produto C.

Característica 1 – Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (5,0,0) MS Residual = 0,11839						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,384861	0,057697	6,670352	0,000000	0,271311	0,498412
ϕ_2	0,130078	0,061916	2,100871	0,036501	0,008225	0,251932
ϕ_3	0,149548	0,061789	2,420306	0,016111	0,027945	0,271151
ϕ_5	0,155661	0,057840	2,691243	0,007525	0,041830	0,269492

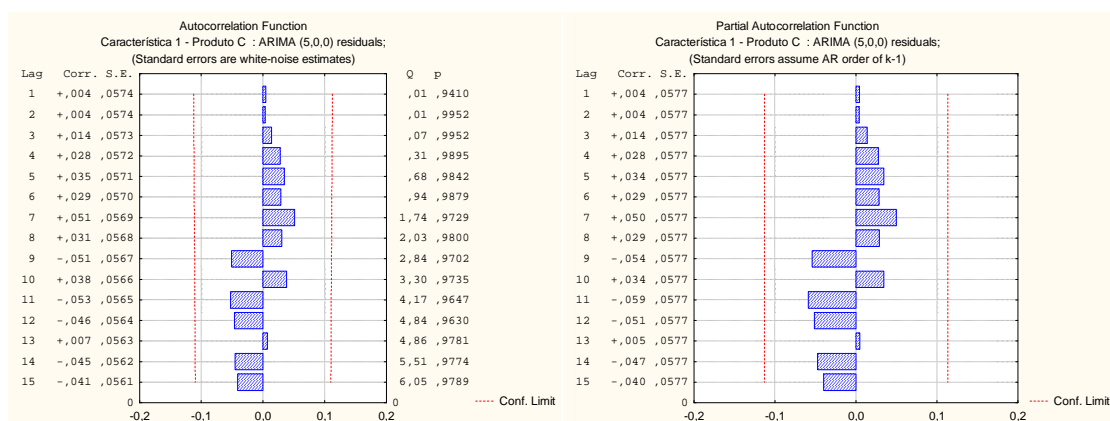


Figura IV.17 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto C.

IV.1.3.2 Característica 2

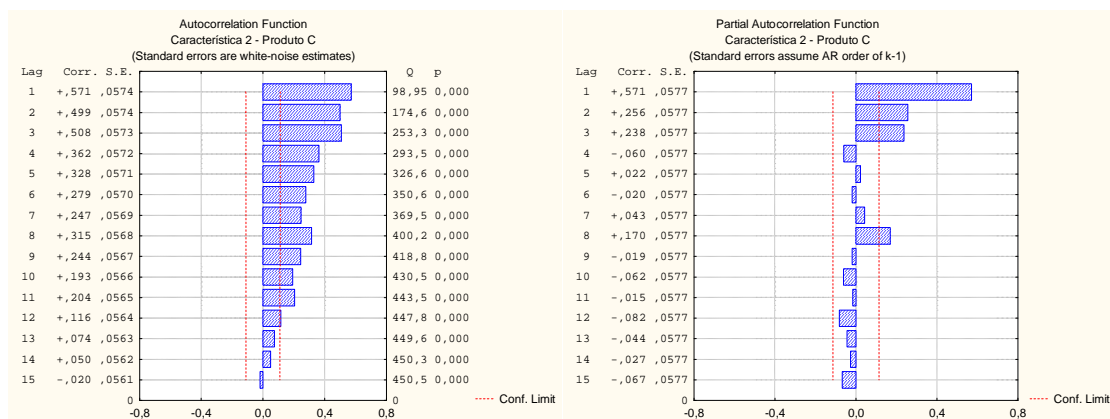


Figura IV.18 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto C.

Quadro IV.18 - Média referente à Característica 2 do Produto C.

Média

8,235

Quadro IV.19 - Parâmetros do modelo $AR(3)$ referentes à Característica 2 do Produto C.

Característica 2 – Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual =0,05574						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,364316	0,056453	6,45349	0,0000	0,253218	0,475413
ϕ_2	0,154633	0,059621	2,59359	0,00997	0,037299	0,271967
ϕ_3	0,238195	0,056474	4,21780	0,00003	0,127055	0,349334

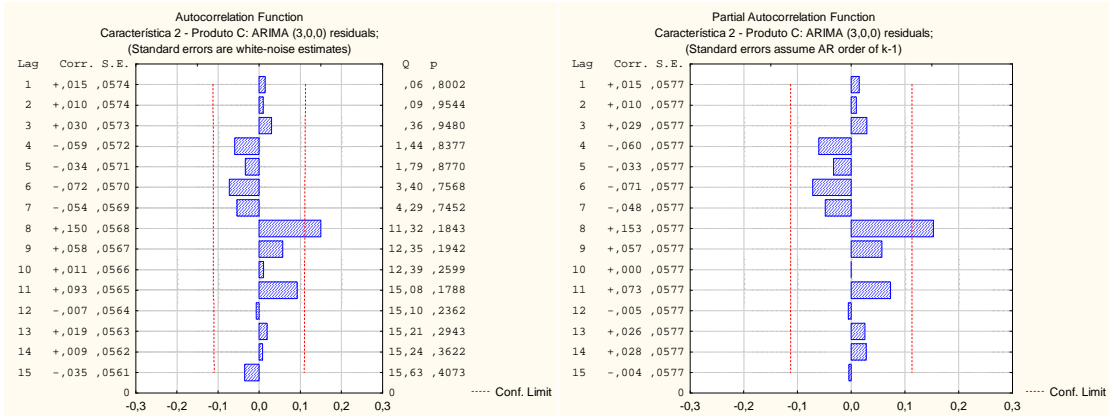


Figura IV.19 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto C.

IV.1.3.3 Característica 5



Figura IV.20 - FACE e FACPE referentes à Característica 5 do Produto C.

Quadro IV.20 - Média referente à Característica 5 do Produto C.

Média
4,066

Quadro IV.21 - Parâmetros do modelo AR(5) referentes à Característica 5 do Produto C.

Característica 5 – Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (5,0,0) MS Residual = 0,00055						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,245290	0,057559	4,261525	0,000027	0,132011	0,358569
ϕ_5	0,161836	0,057756	2,802089	0,005413	0,048171	0,275501

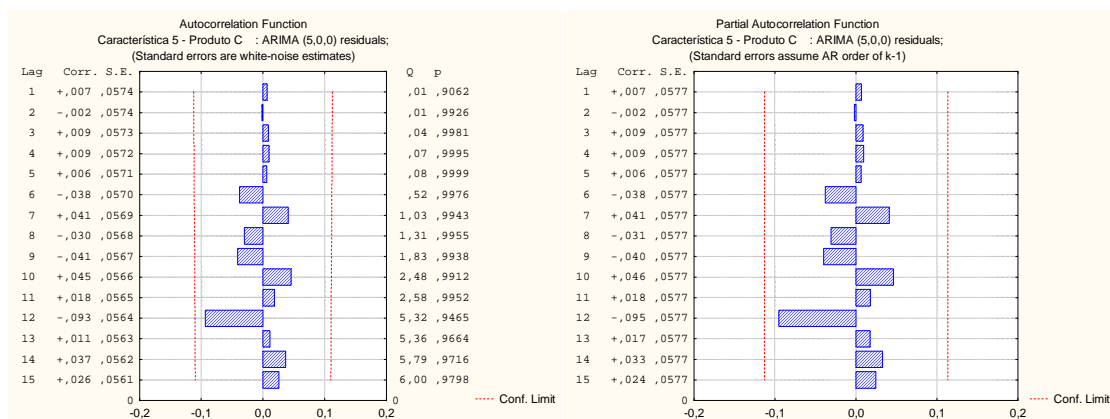


Figura IV.21 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 5 do Produto C.

IV.1.4 Produto D

IV.1.4.1 Característica 1

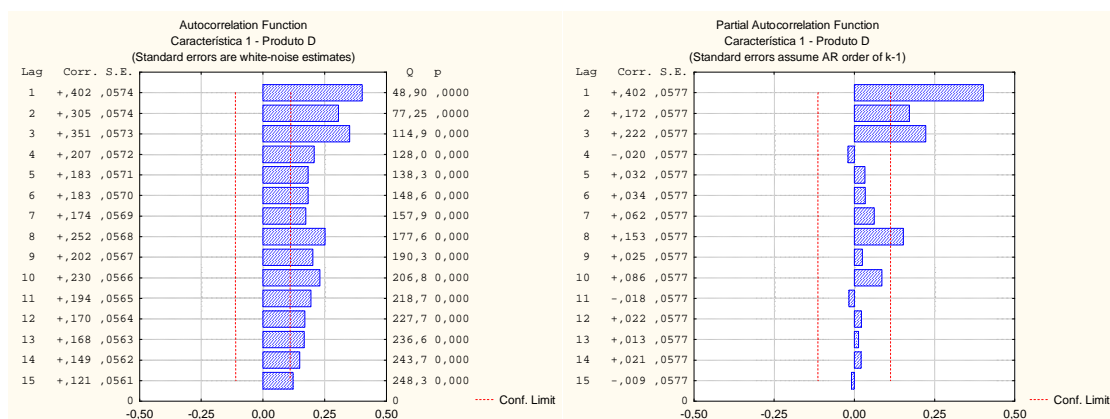


Figura IV.22 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto D.

Quadro IV.22 - Média referente à Característica 1 do Produto D.

Média

11,222

Quadro IV.23 - Parâmetros do modelo $AR(3)$ referentes à Característica 1 do Produto D.

Característica 1 – Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,08219						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,295568	0,056600	5,222016	0,000000	0,184180	0,406957
ϕ_3	0,231637	0,057153	4,052907	0,000065	0,119160	0,344114

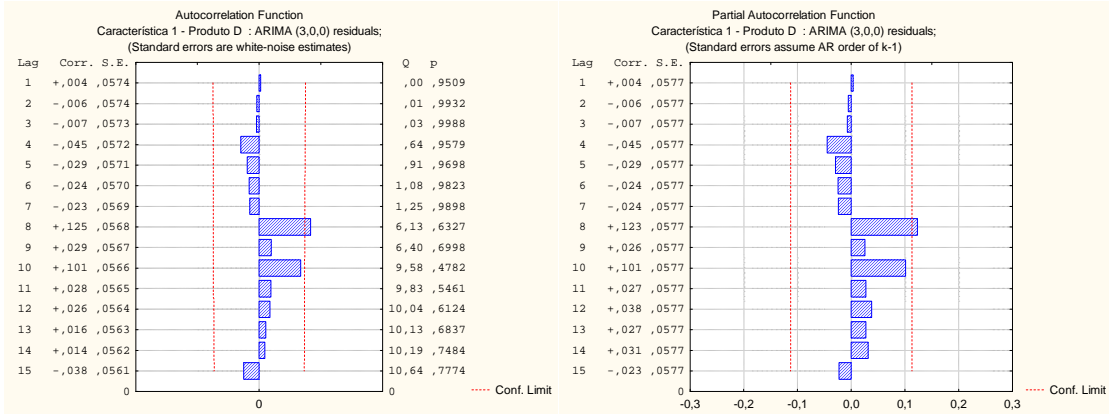


Figura IV.23 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto D.

IV.1.4.2 Característica 2

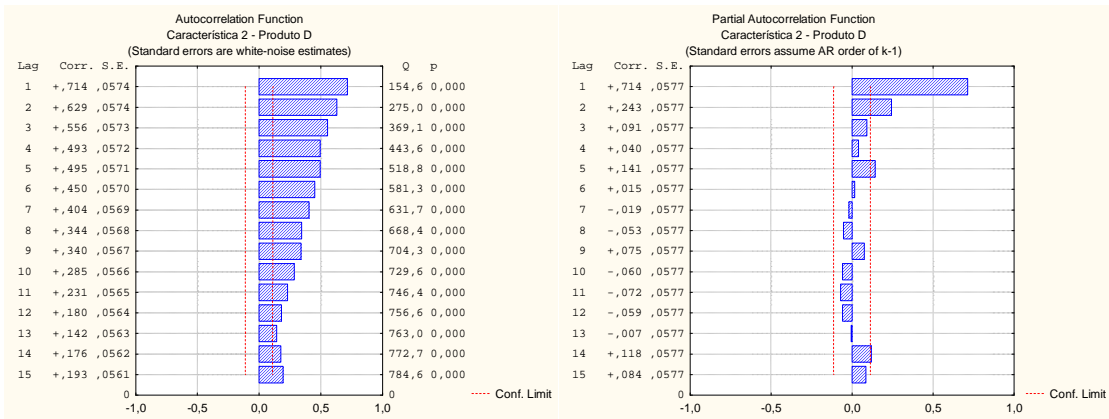


Figura IV.24 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto D.

Quadro IV.24 - Média referente à Característica 2 do Produto D.

Média
7,856

Quadro IV.25 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 2 do Produto D.

Característica 2 – Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,05825						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,541977	0,056366	9,615270	0,0000	0,431050	0,652903
ϕ_2	0,242577	0,056368	4,303469	0,0000	0,131647	0,353506

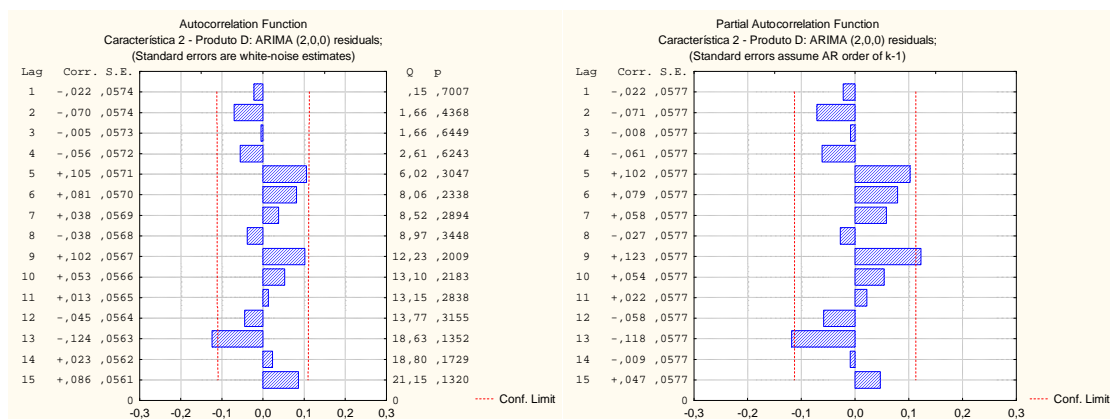


Figura IV.25 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto D.

IV.1.4.3 Característica 5

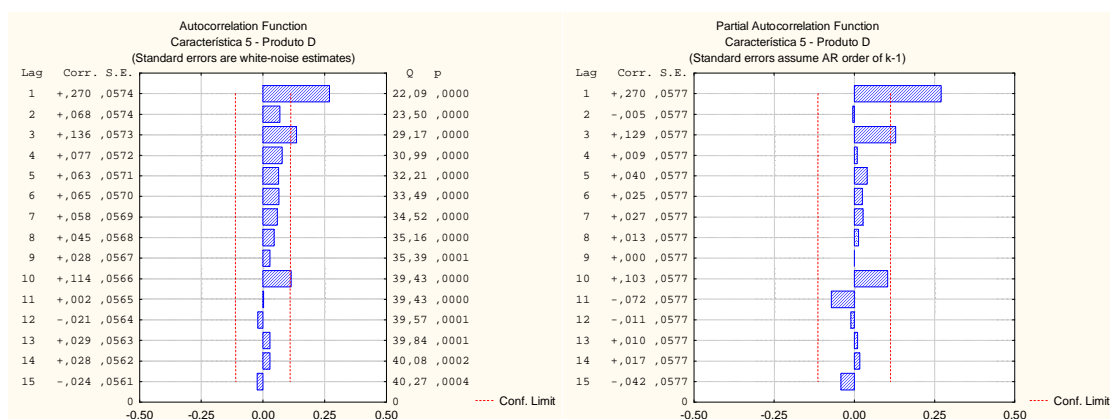


Figura IV.26 - FACE e FACPE referentes à Característica 5 do Produto D.

Quadro IV.26 - Média referente à Característica 5 do Produto D.

Média

4,065

Quadro IV.27 - Parâmetros do modelo $AR(3)$ referentes à Característica 5 do Produto D.

Característica 5 – Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,00053						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,272080	0,057640	4,720334	0,000004	0,158645	0,385514
ϕ_3	0,129112	0,057744	2,235925	0,026099	0,015472	0,242752

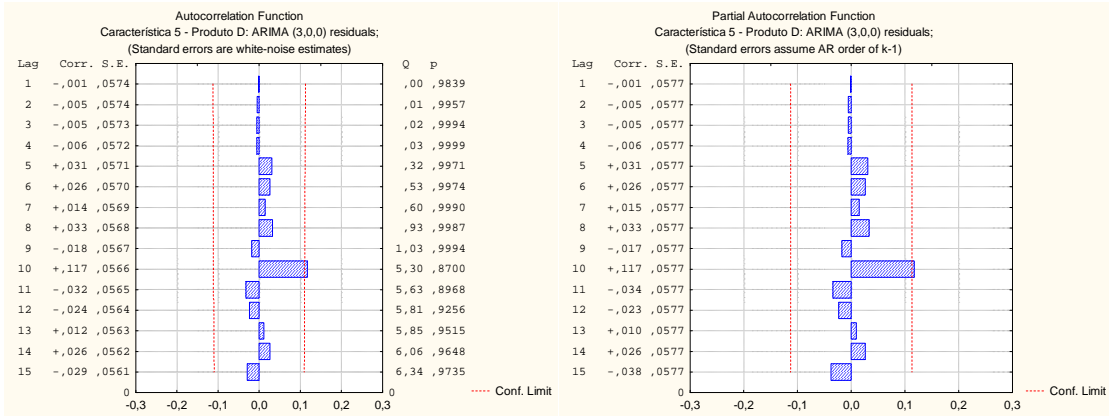


Figura IV.27 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 5 do Produto D.

IV.1.4.4 Característica 6

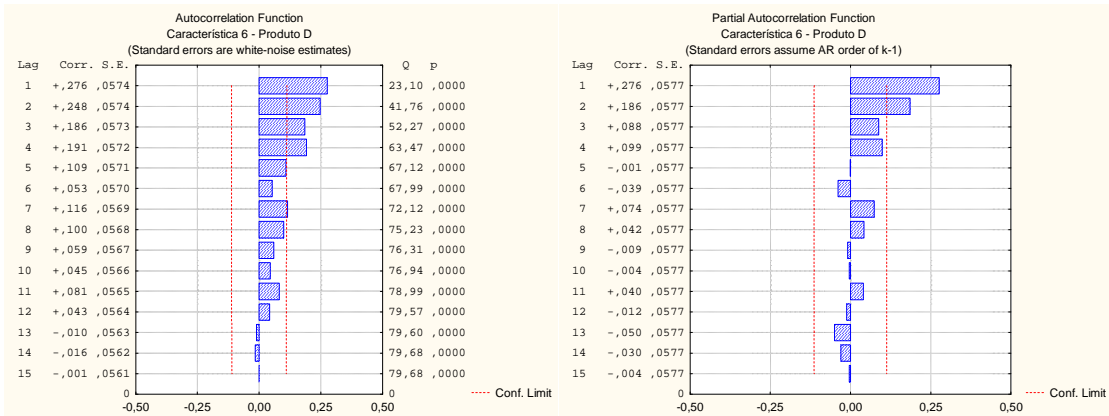


Figura IV.28 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto D.

Quadro IV.28 - Média referente à Característica 6 do Produto D.

Média
0,473

Quadro IV.29 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 6 do Produto D.

Característica 6 - Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,00093						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,225558	0,057118	3,948954	0,000098	0,113152	0,337965
ϕ_2	0,186220	0,057120	3,260185	0,001242	0,073812	0,298629

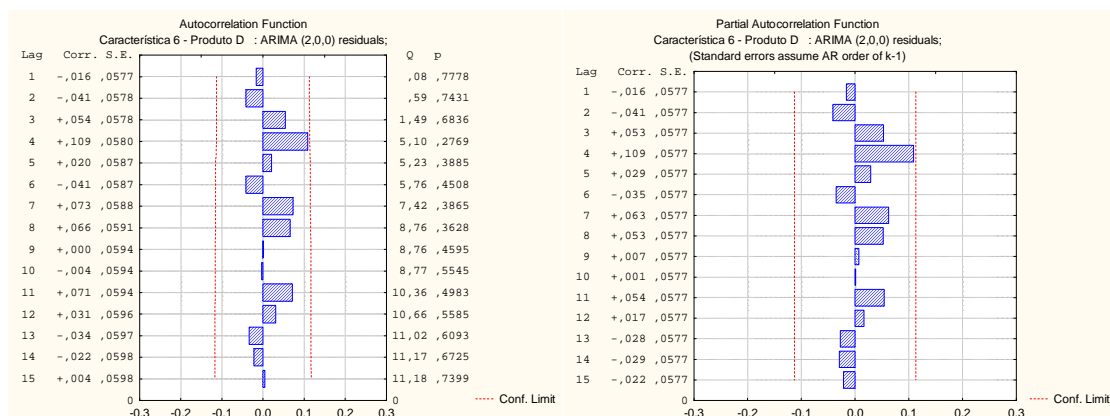


Figura IV.29 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto D.

IV.1.5 Produto E

IV.1.5.1 Característica 1

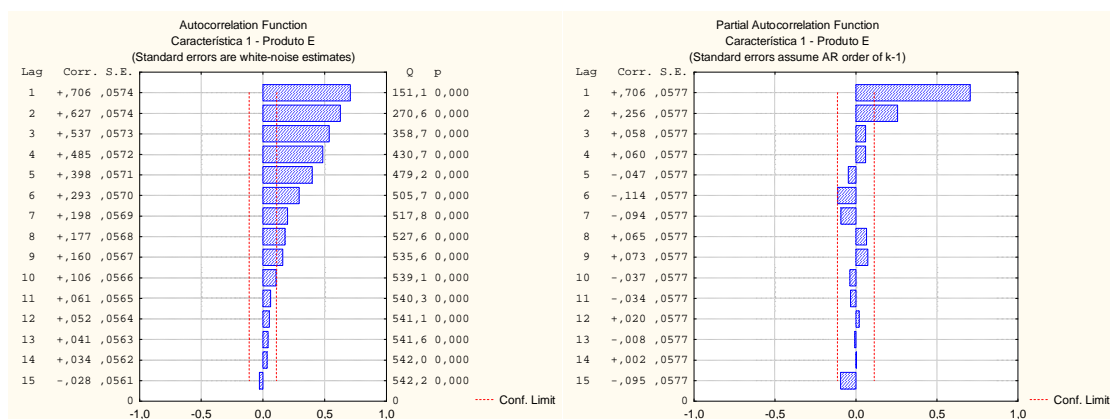


Figura IV.30 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto E.

Quadro IV.30 - Média referente à Característica 1 do Produto E.

Média

30,762

Quadro IV.31 - Parâmetros do modelo $AR(2)$ referentes à Característica 1 do Produto E.

Característica 1 – Produto E						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,11070						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,524790	0,056071	9,359363	0,000000	0,414444	0,635135
ϕ_2	0,258008	0,056147	4,595187	0,000006	0,147512	0,368504

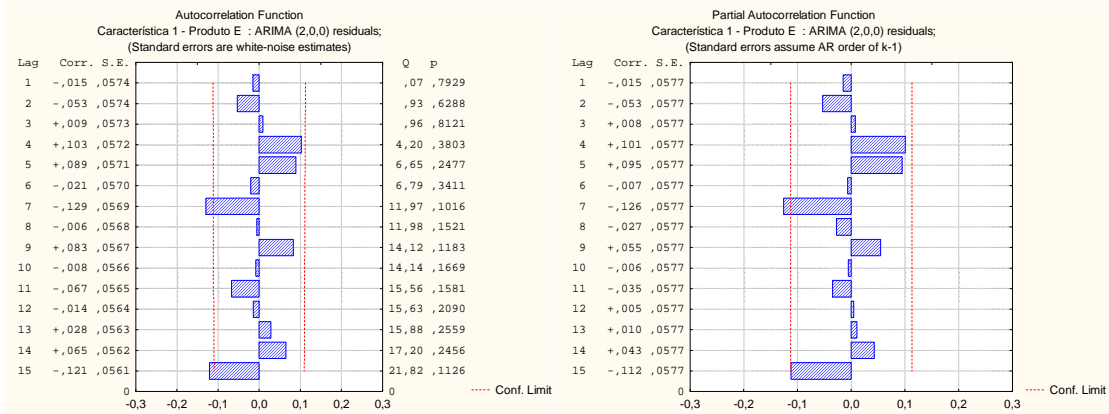


Figura IV.31 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto E.

IV.1.5.2 Característica 4

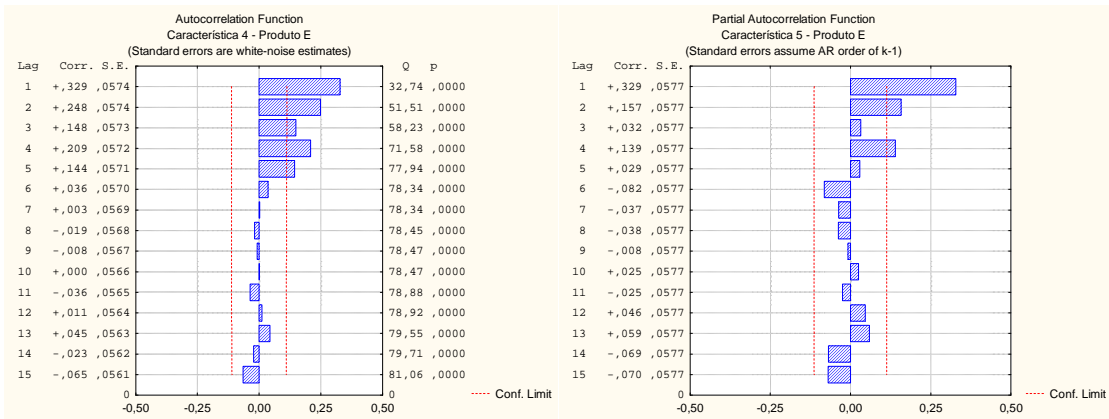


Figura IV.32 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto E.

Quadro IV.32 - Média referente à Característica 4 do Produto E.

Média
0,737

Quadro IV.33 - Parâmetros do modelo AR(4) referentes à Característica 4 do Produto E.

Característica 4 – Produto E						
Transformação: Não						
Modelo: (4,0,0) MS Residual = 0,00040						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,267539	0,057739	4,63356	0,000005	0,153907	0,381171
ϕ_2	0,127939	0,059886	2,13637	0,033469	0,010082	0,245795
ϕ_4	0,139910	0,057801	2,42057	0,016099	0,026158	0,253663

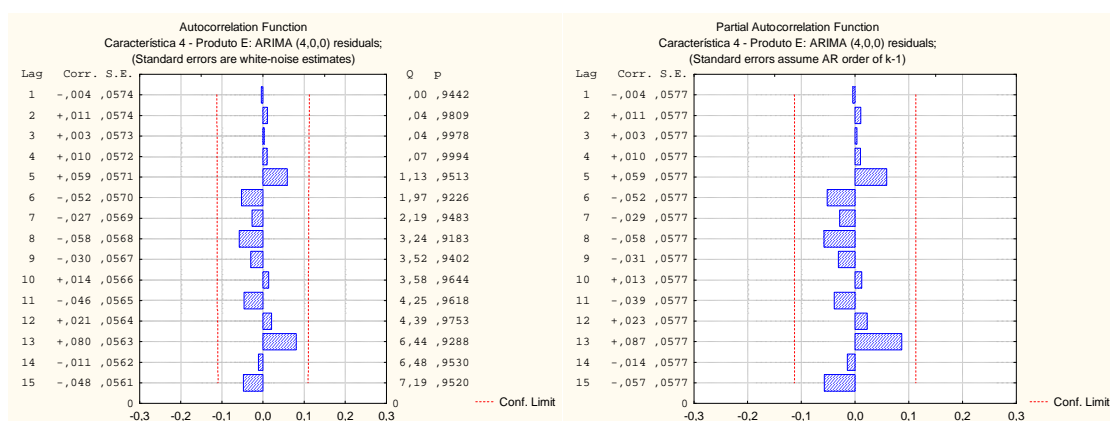


Figura IV.33 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto E.

IV.1.5.3 Característica 6

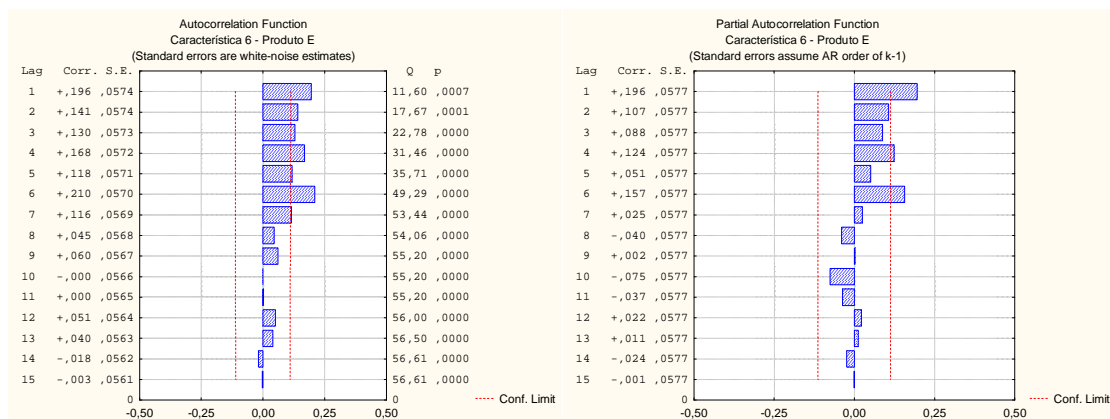


Figura IV.34 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto E.

Quadro IV.34 - Média referente à Característica 6 do Produto E.

Média

1,687

Quadro IV.35 - Parâmetros do modelo $AR(6)$ referentes à Característica 6 do Produto E.

Característica 6 – Produto E						
Transformação: Não						
Modelo: (6,0,0) MS Residual = 0,00091						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,139925	0,057719	2,424262	0,0159	0,026331	0,253520
ϕ_6	0,157489	0,057863	2,721749	0,0069	0,043610	0,271367

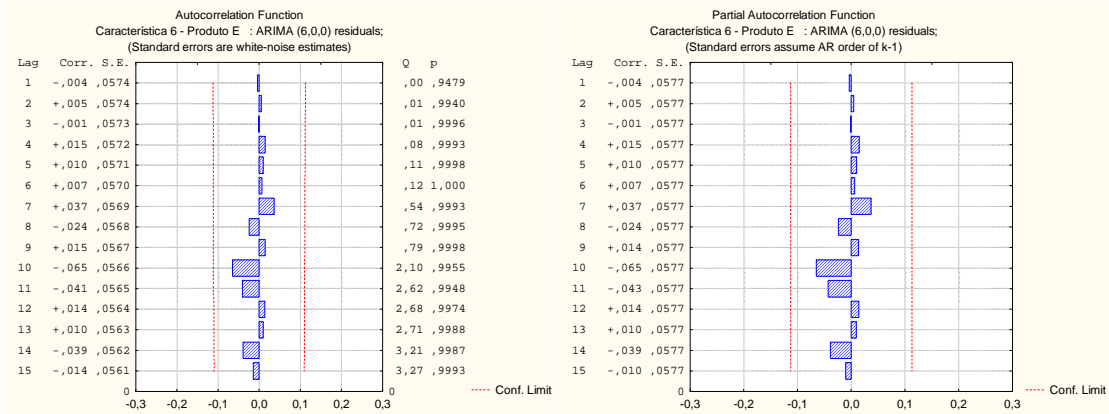


Figura IV.35 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto E.

IV.2 Produto Acabado

IV.2.1 Produto B

IV.2.1.1 Característica 1

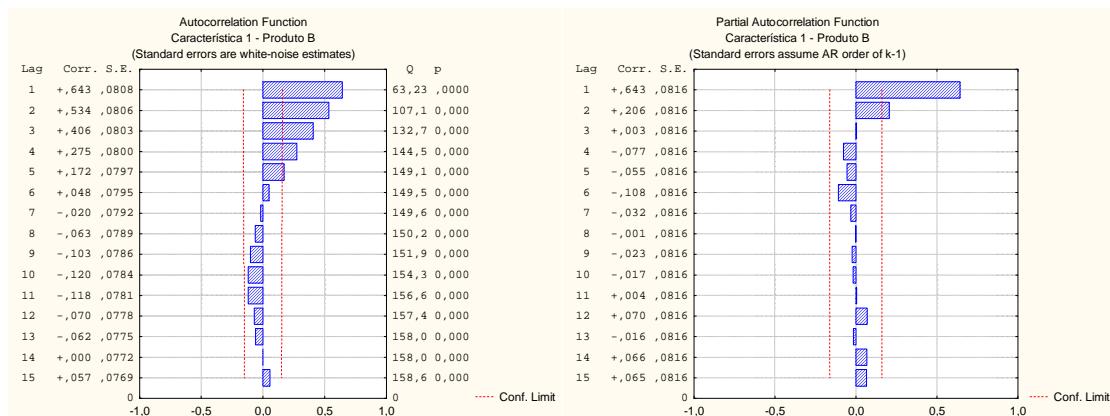


Figura IV.36 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto B.

Quadro IV.36 - Média referente à Característica 1 do Produto B.

Média
23,933

Quadro IV.37 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 1 do Produto B.

Característica 1 – Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,26219						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,512178	0,080842	6,3355	0,0000	0,352424	0,671932
ϕ_2	0,205631	0,080852	2,5433	0,0120	0,045857	0,365406

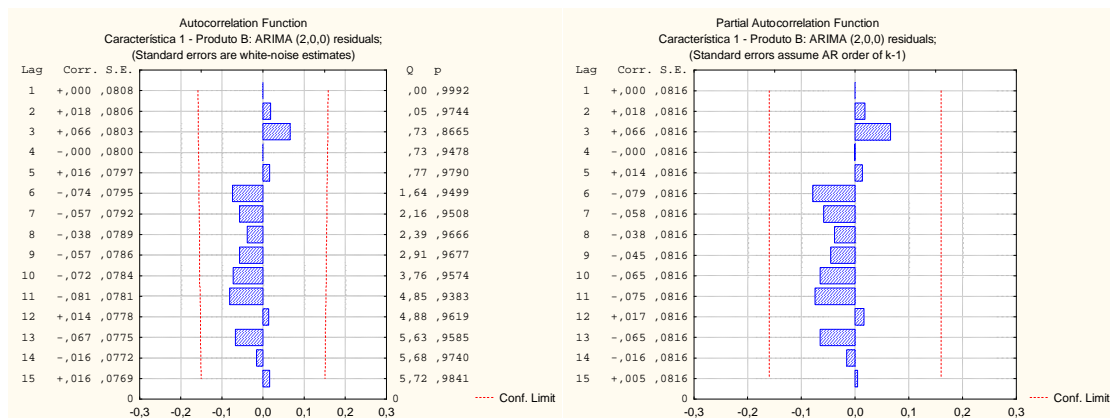


Figura IV.37 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto B.

IV.2.1.2 Característica 3

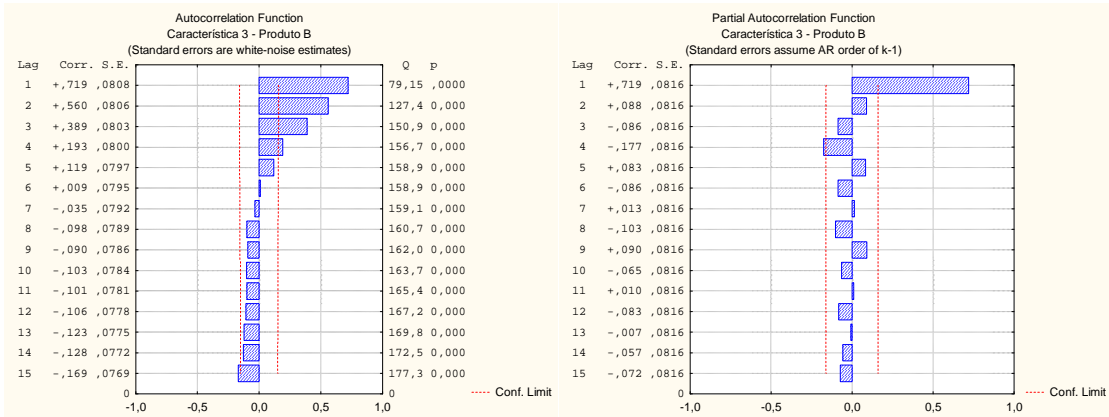


Figura IV.38 - FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto B.

Quadro IV.38 - Média referente à Característica 3 do Produto B.

Média
10,950

Quadro IV.39 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 3 do Produto B.

Característica 3 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,31290						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,721914	0,057066	12,6505	0,000	0,609150	0,834677

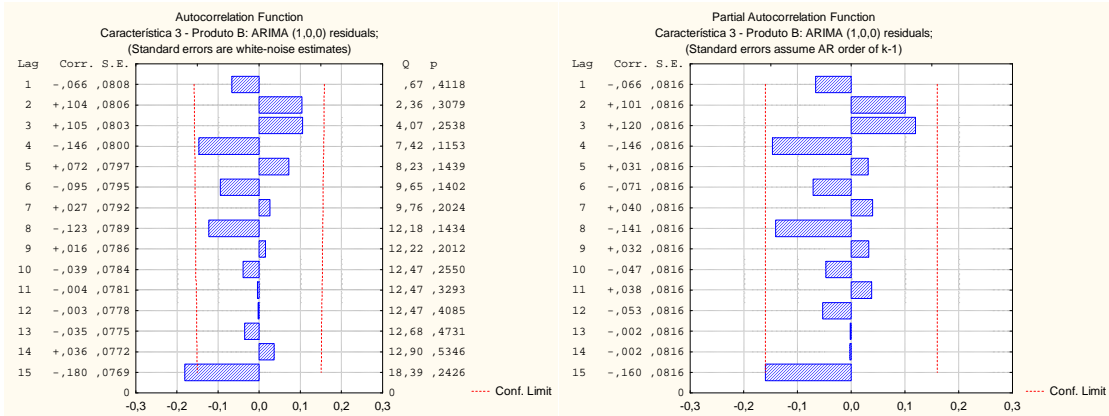


Figura IV.39 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto B.

IV.2.1.3 Característica 4

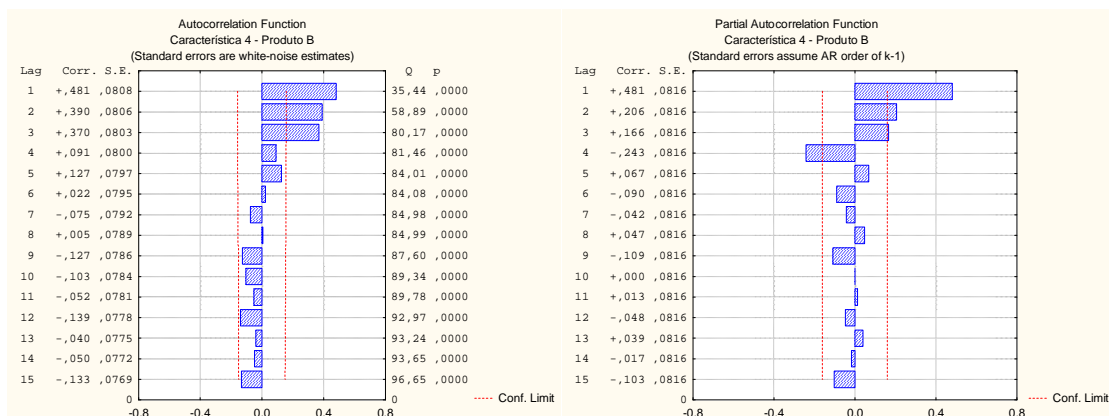


Figura IV.40 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto B.

Quadro IV.40 - Média referente à Característica 4 do Produto B.

Média

1,308

Quadro IV.41 - Parâmetros do modelo $MA(3)$ referentes à Característica 4 do Produto B.

Característica 4 - Produto B
Transformação: Não
Modelo: (0,0,3) MS Residual = 0,00134

	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
θ_1	-0,393637	0,080826	-4,87018	0,00000	-0,553368	-0,233906
θ_2	-0,260494	0,077177	-3,37530	0,00094	-0,413013	-0,107975
θ_3	-0,365863	0,071674	-5,10455	0,00000	-0,507507	-0,224219

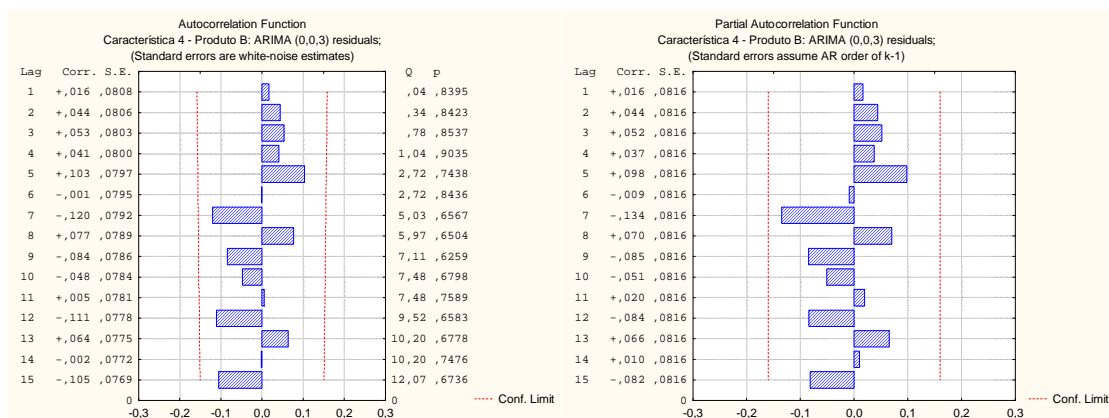


Figura IV.41 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto B.

IV.2.1.4 Característica 6

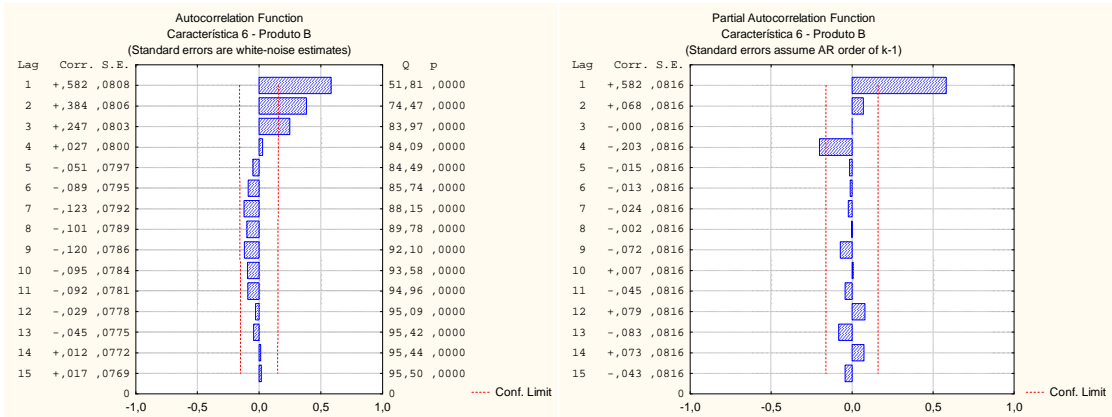


Figura IV.42 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto B.

Quadro IV.42 - Média referente à Característica 6 do Produto B.

Média
2,786

Quadro IV.43 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 6 do Produto B.

Característica 6 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00661						
Parâmetro		Desvio padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,584673	0,066926	8,736109	0,00000	0,452426	0,716920

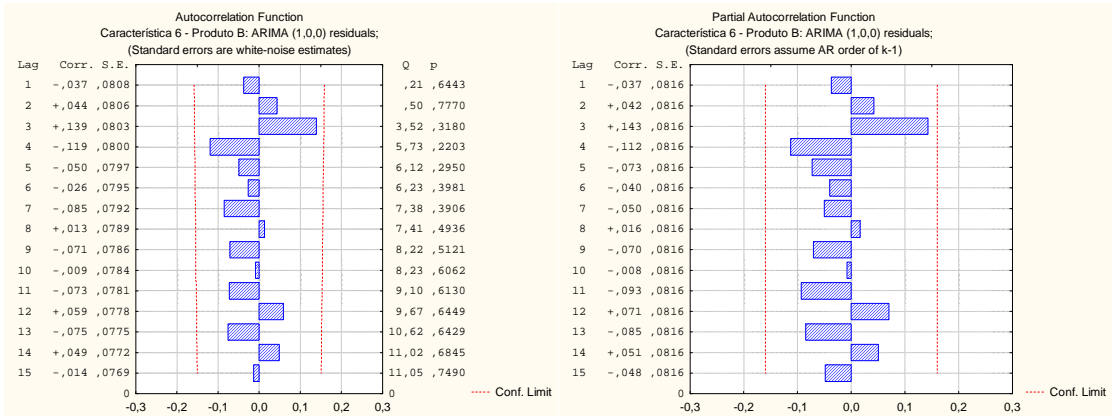


Figura IV.43 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto B.

IV.2.2 Produto F

IV.2.2.1 Característica 1

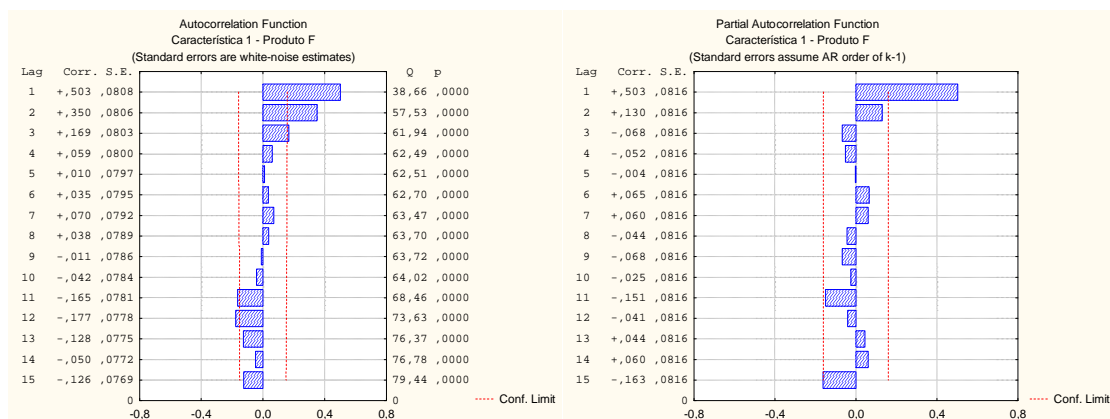


Figura IV.44 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto F.

Quadro IV.44 - Média referente à Característica 1 do Produto F.

Média
39,085

Quadro IV.45 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 1 do Produto F.

Característica 1 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,60662						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,504043	0,071129	7,086366	0,00000	0,363492	0,644594

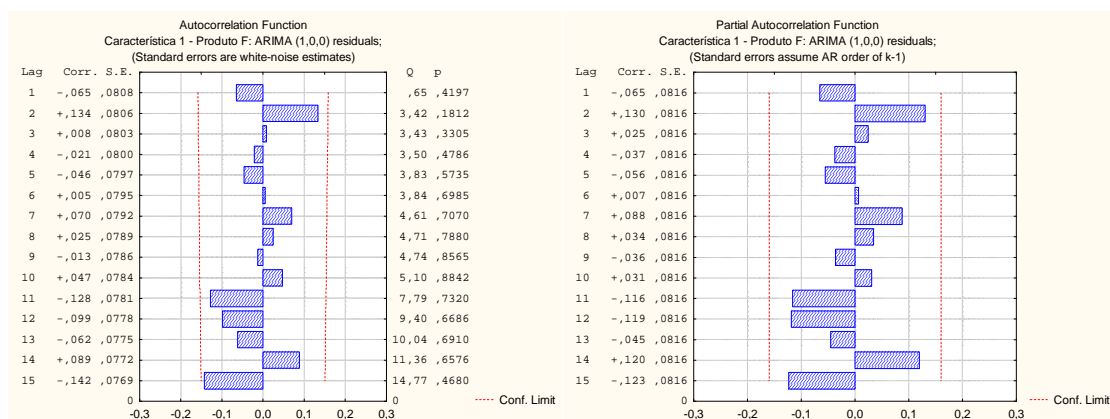


Figura IV.45 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto F.

IV.2.2.2 Característica 3

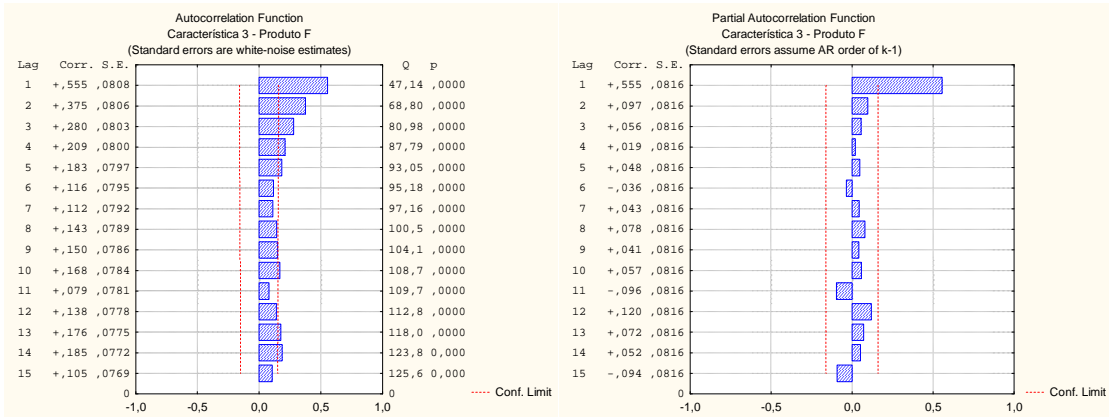


Figura IV.46 - FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto F.

Quadro IV.46 - Média referente à Característica 3 do Produto F.

Média
10,426

Quadro IV.47 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 3 do Produto F.

Característica 3 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,39084						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,561324	0,068589	8,183890	0,00000	0,425792	0,696857

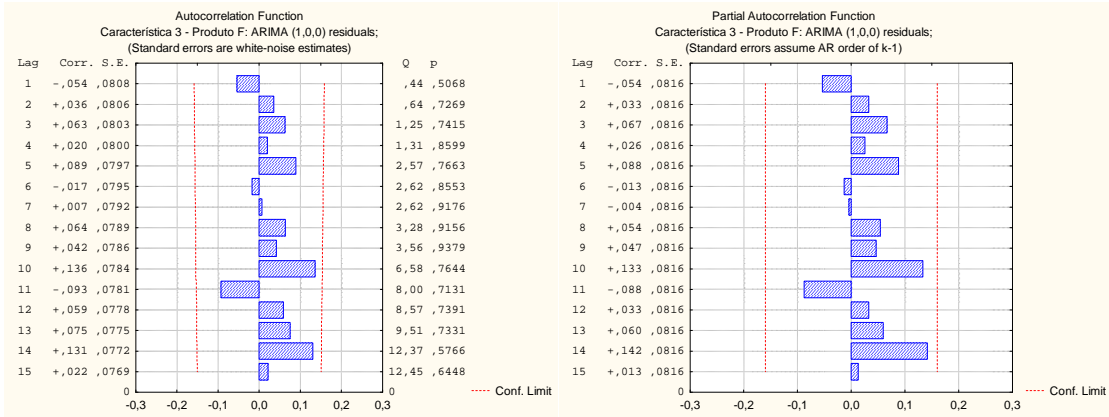


Figura IV.47 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto F.

IV.2.2.3 Característica 4

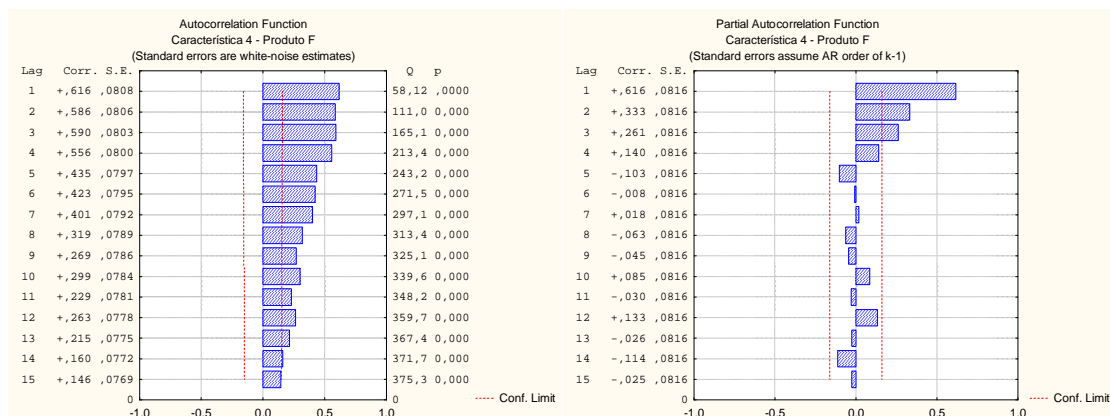


Figura IV.48 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto F.

Quadro IV.48 - Média referente à Característica 4 do Produto F.

Média

1,634

Quadro IV.49 - Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 4 do Produto F.

Característica 4 - Produto F

Transformação: Não

Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,00133

	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,326269	0,080018	4,077421	0,00007	0,168134	0,484404
ϕ_2	0,220014	0,083237	2,643217	0,00910	0,055518	0,384511
ϕ_3	0,265993	0,080718	3,295322	0,00123	0,106475	0,425512

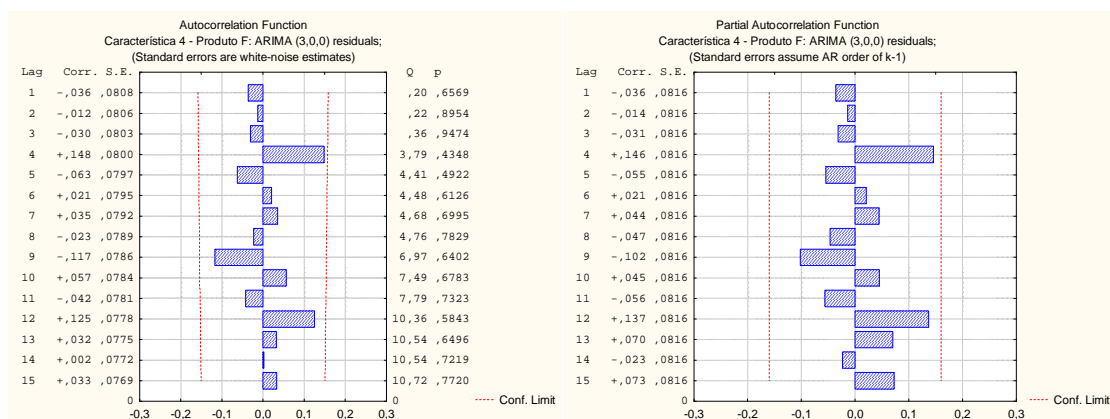


Figura IV.49 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto F.

IV.2.2.4 Característica 6

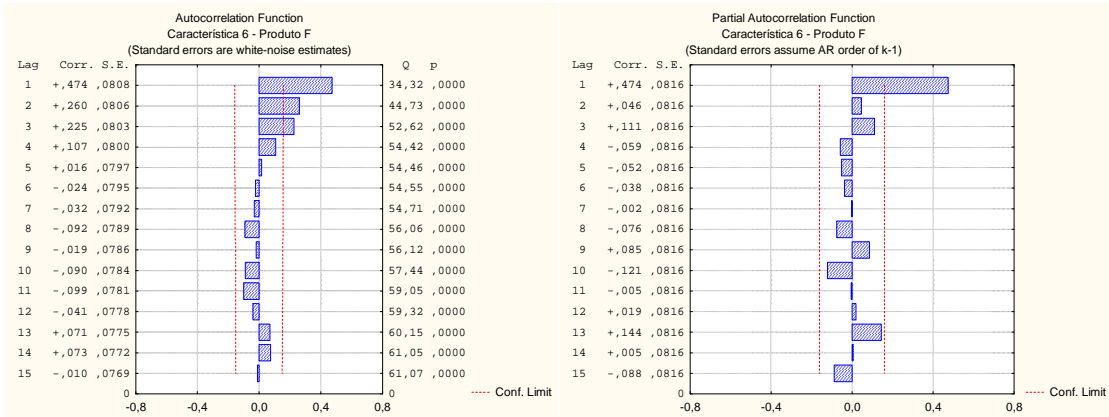


Figura IV.50 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto F.

Quadro IV.50 - Média referente à Característica 6 do Produto F.

Média
3,438

Quadro IV.51 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 6 do Produto F.

Característica 6 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,01287						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,476726	0,072569	6,569255	0,0000	0,333328	0,620124

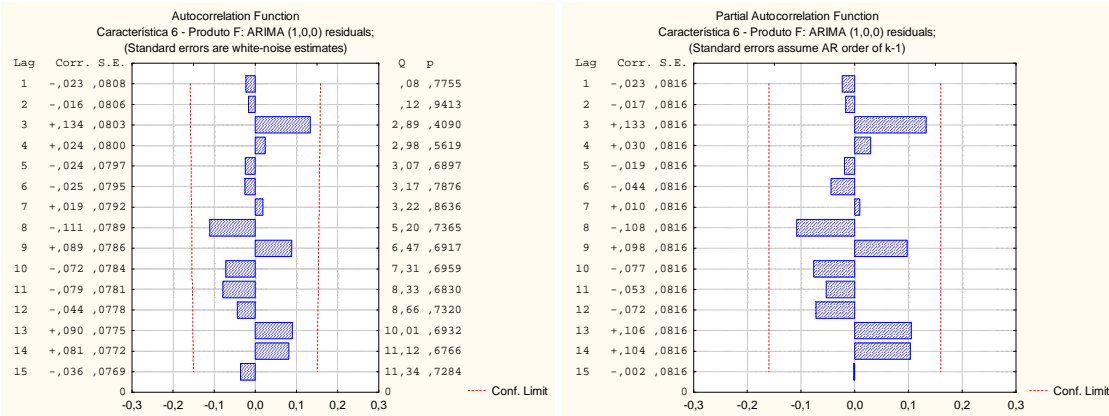


Figura IV.51 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto F.

IV.2.3 Produto J

IV.2.3.1 Característica 1

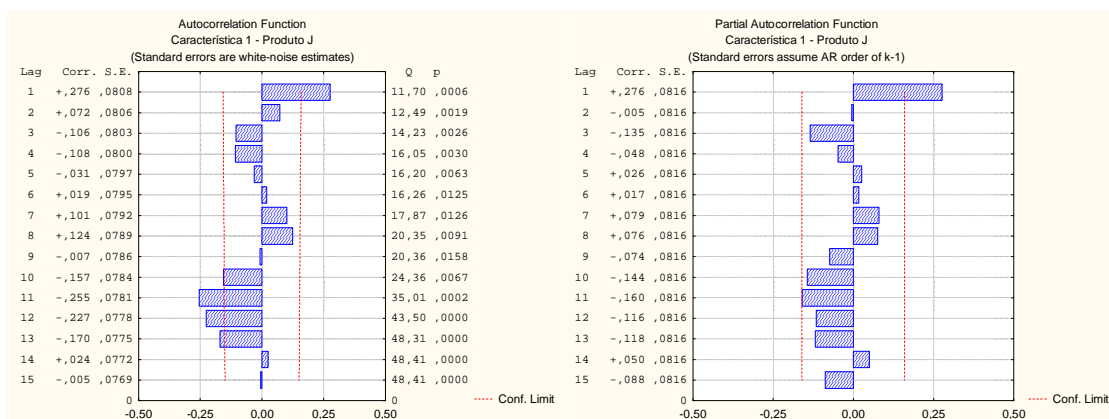


Figura IV.52 – FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto J.

Quadro IV.52 - Média referente à Característica 1 do Produto J.

Média
32,295

Quadro IV.53 – Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 1 do Produto J.

Característica 1 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,38849						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,278094	0,079208	3,51096	0,00059	0,121579	0,434609

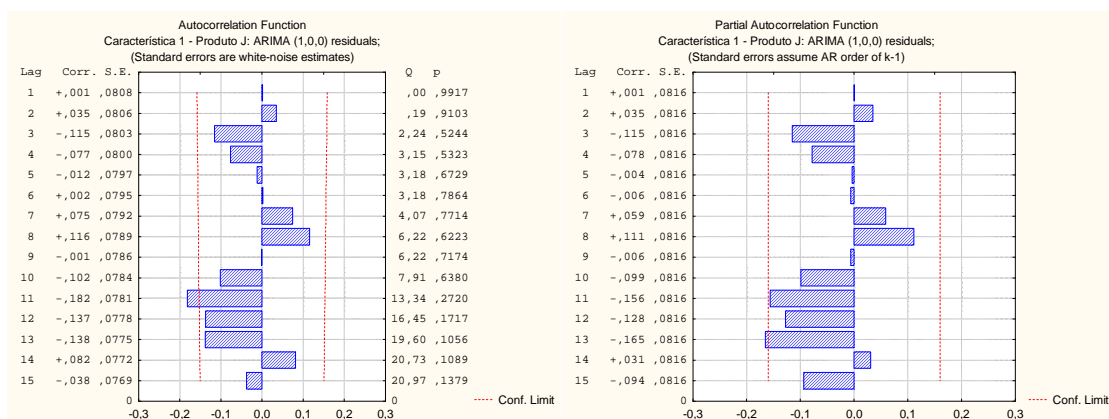


Figura IV.53 – FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto J.

IV.2.3.2 Característica 3

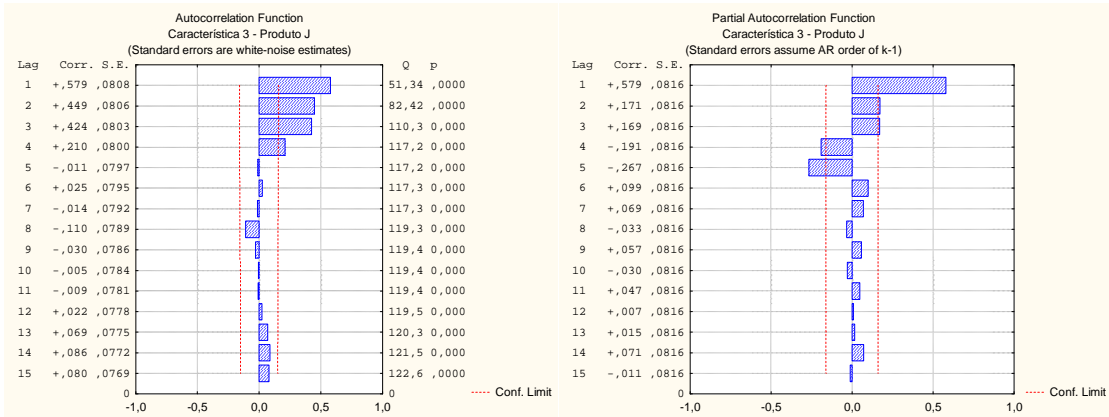


Figura IV.54 - FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto J.

Quadro IV.54 - Média referente à Característica 3 do Produto J.

Média
13,465

Quadro IV.55 - Parâmetros do modelo MA(4) referentes à Característica 3 do Produto J.

Característica 3 - Produto J Transformação: Não Modelo: (0,0,4) MS Residual = 0,87089						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
θ_1	-0,459266	0,080485	-5,70625	0,00000	-0,618331	-0,300200
θ_2	-0,386017	0,078700	-4,90494	0,00000	-0,541554	-0,230479
θ_3	-0,482669	0,072743	-6,63527	0,00000	-0,626434	-0,338904
θ_4	-0,344318	0,092484	-3,72299	0,00028	-0,527099	-0,161537

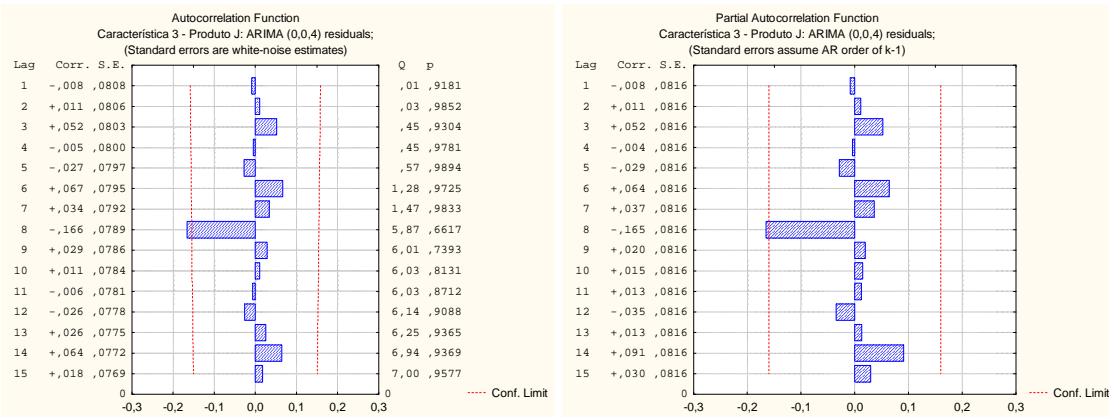


Figura IV.55 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto J.

IV.2.3.3 Característica 4

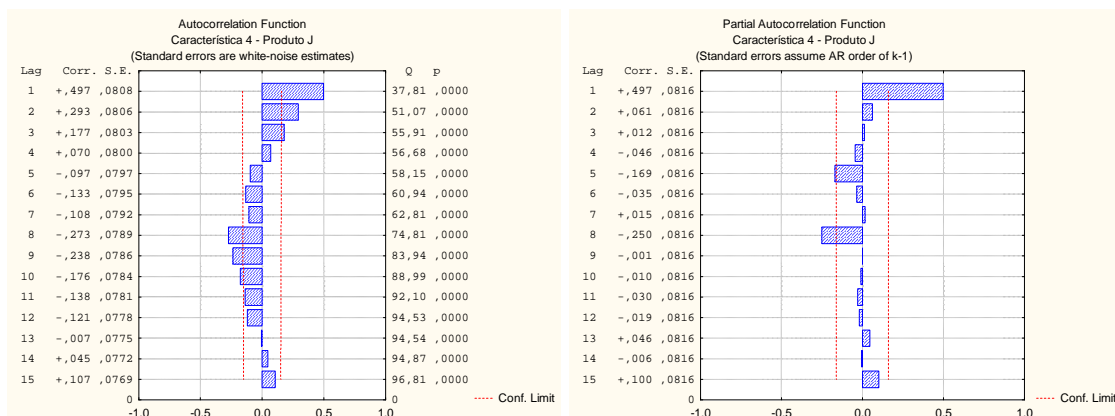


Figura IV.56 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto J.

Quadro IV.56 - Média referente à Característica 4 do Produto J.

Média

0,718

Quadro IV.57 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 4 do Produto J.

Característica 4 - Produto J

Transformação: Não

Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00107

	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,498950	0,071414	6,986727	0,000000	0,357835	0,640065

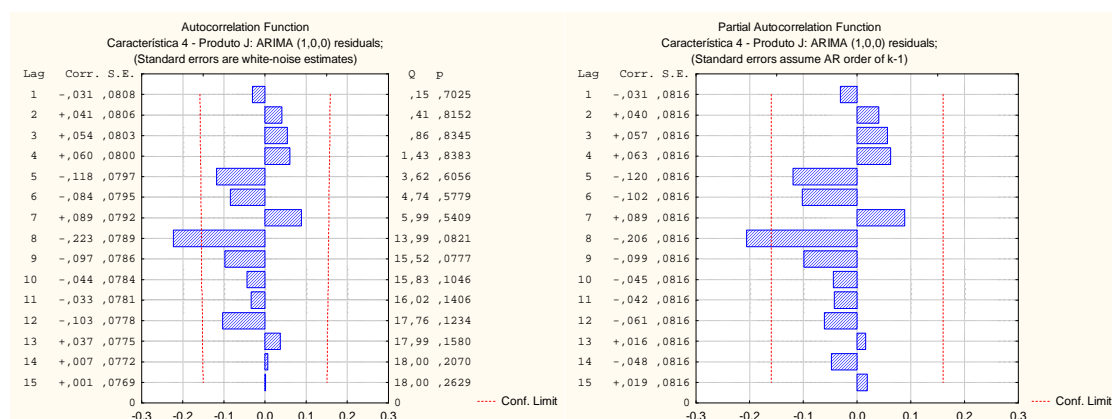


Figura IV.57 – FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto J.

IV.2.3.4 Característica 6

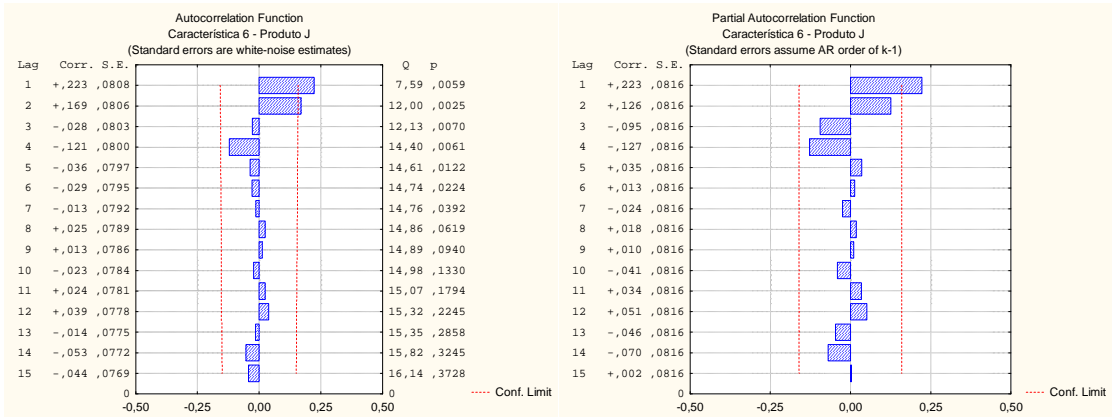


Figura IV.58 – FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto J.

Quadro IV.58 - Média referente à Característica 6 do Produto J.

Média
1,665

Quadro IV.59 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 6 do Produto J.

Característica 6 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00299						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
φ ₁	0,223045	0,080187	2,78157	0,00611	0,064595	0,381494

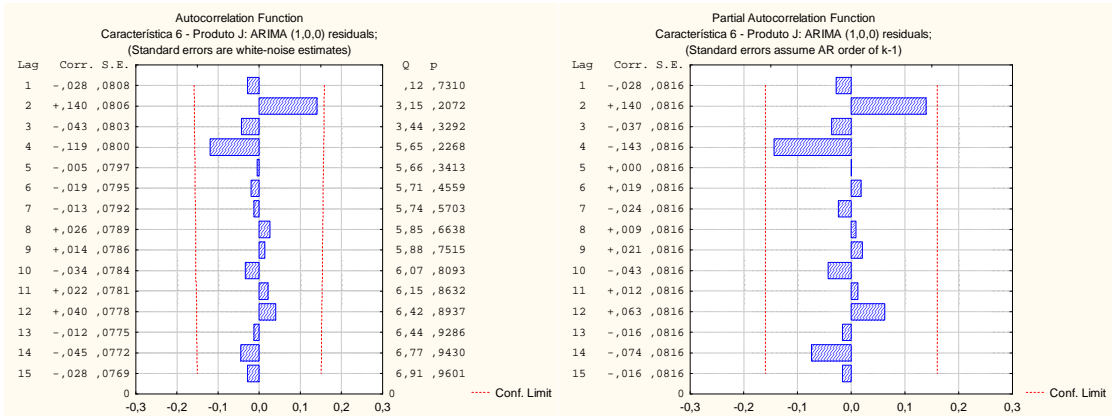


Figura IV.59 – FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto J.

Anexo V – Modelos após Tratamento de *Outliers*

- Preparação de Fórmulas
- Produto Acabado

V.1 Preparação de Fórmula

V.1.1 Produto A

V.1.1.1 Característica 1

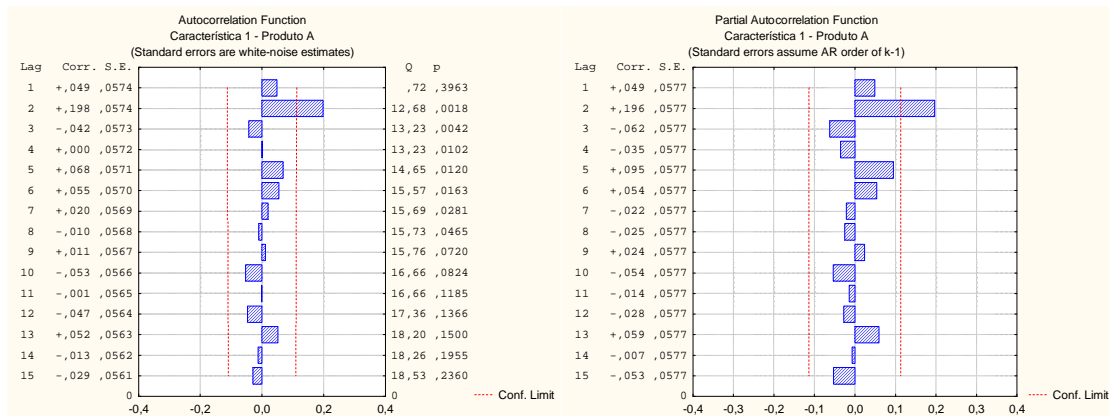


Figura V.1 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto A após tratamento de Outliers.

Quadro V.1 - Média referente à Característica 6 do Produto A após tratamento de Outliers.

Média
28,977

Quadro V.2 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 1 do Produto A após tratamento de Outliers.

Característica 1 - Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,06058						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_2	0,205046	0,056993	3,597731	0,000376	0,092886	0,317206

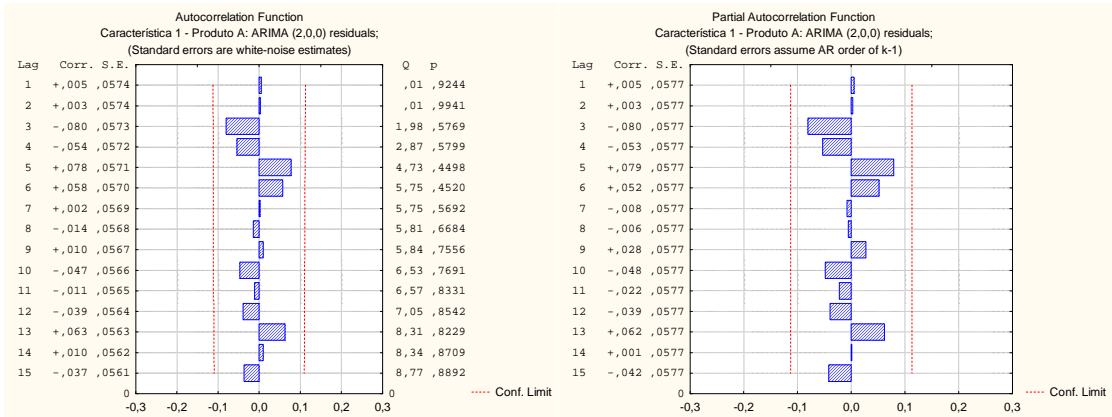


Figura V.2 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto A após tratamento de Outliers.

V.1.1.2 Característica 2

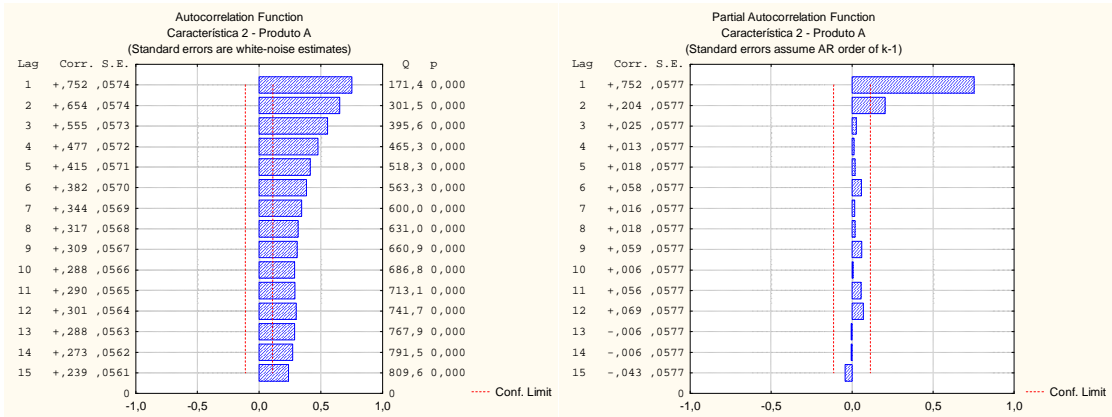


Figura V.3 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto A após tratamento de Outliers.

Quadro V.3 - Média referente à Característica 2 do Produto A após tratamento de Outliers.

Média
7,173

Quadro V.4 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 2 do Produto A após tratamento de Outliers.

Característica 2 - Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,06158						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,599966	0,056899	10,54435	0,000000	0,487991	0,711942
ϕ_2	0,204949	0,056917	3,60083	0,000371	0,092938	0,316959

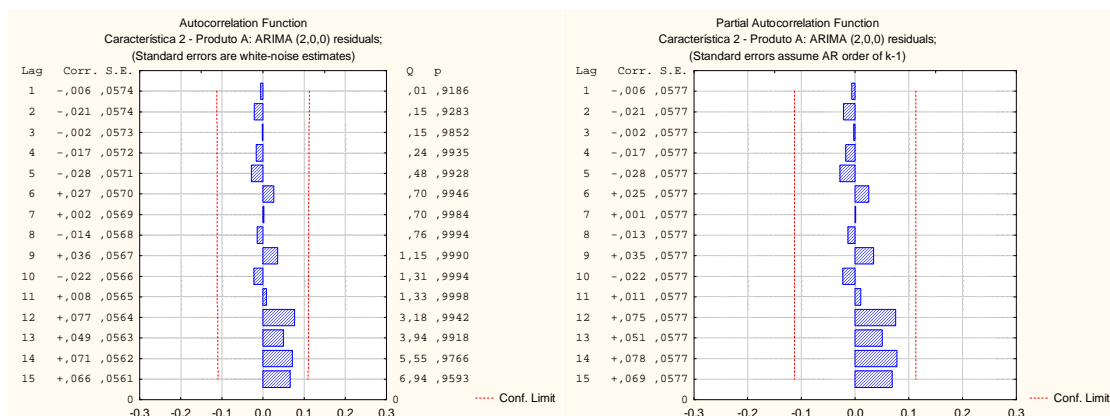


Figura V.4 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto A após tratamento de Outliers.

V.1.1.3 Característica 4

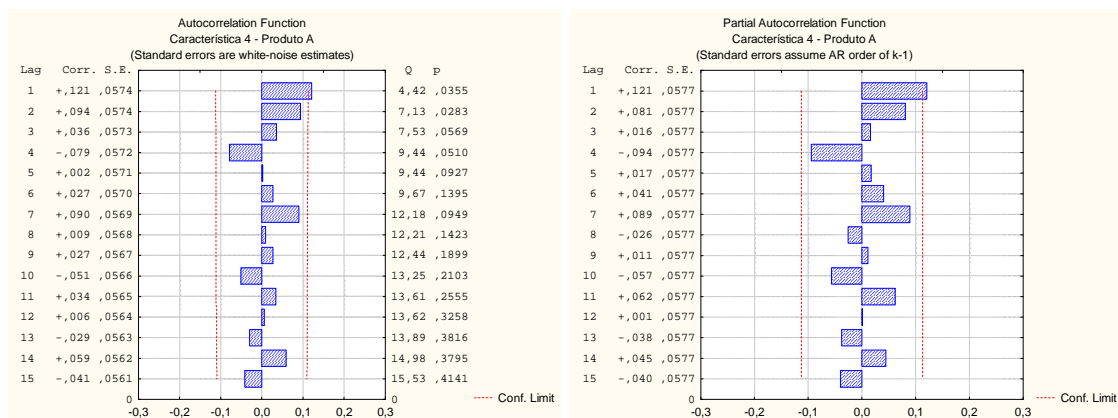


Figura V.5 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto A após tratamento de Outliers.

Quadro V.5 - Média referente à Característica 4 do Produto A após tratamento de Outliers.

Média

1,512

Quadro V.6 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 4 do Produto A após tratamento de Outliers.

Característica 4 - Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00027						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,145579	0,05739	2,53682	0,01170	0,032646	0,258511

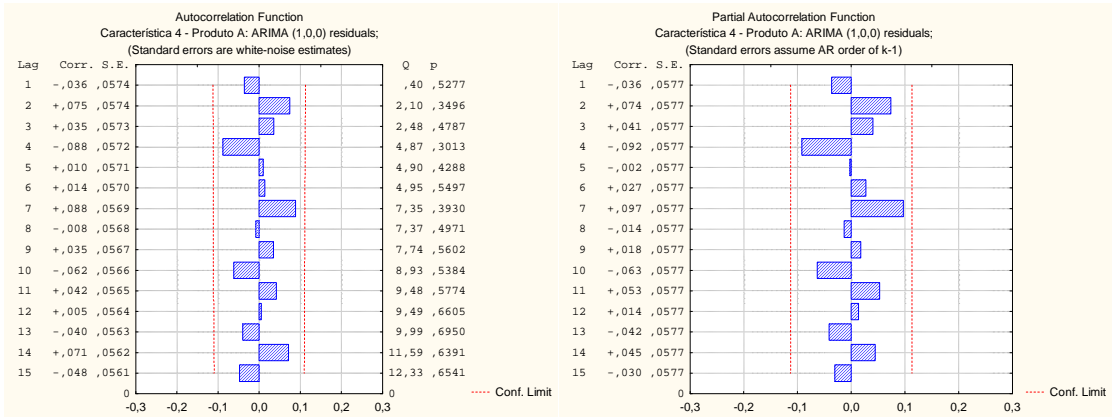


Figura V.6 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto A após tratamento de Outliers.

V.1.1.4 Característica 6

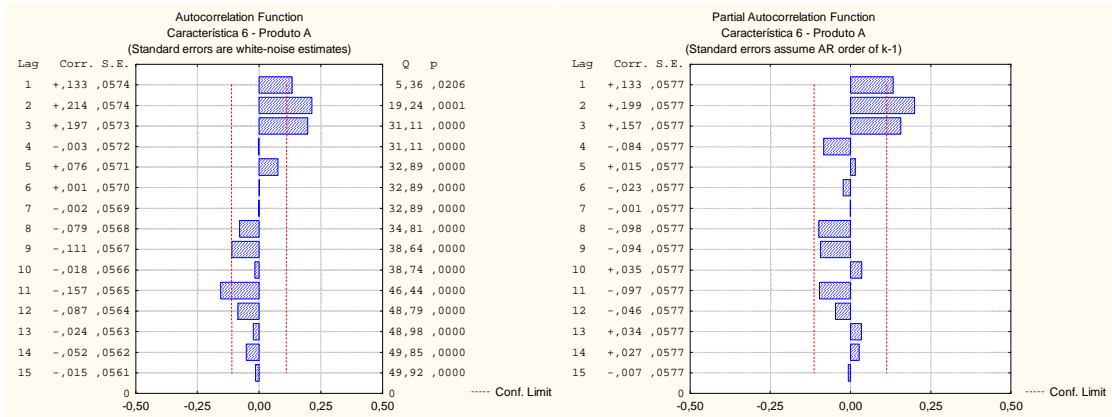


Figura V.7 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto A após tratamento de Outliers.

Quadro V.7 - Média referente à Característica 6 do Produto A após tratamento de Outliers.

Média
2,312

Quadro V.8 - Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 6 do Produto A após tratamento de Outliers.

Característica 6 - Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,00068						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_2	0,184971	0,057113	3,2387	0,0013	0,072573	0,297369
ϕ_3	0,160387	0,057967	2,7669	0,0060	0,046309	0,274466

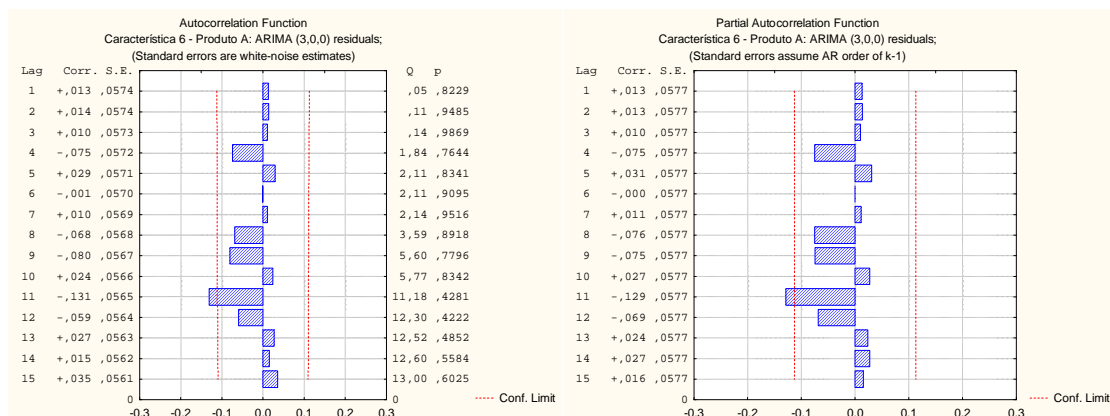


Figura V.8 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto A após tratamento de Outliers.

V.1.2 Produto B

V.1.2.1 Característica 1

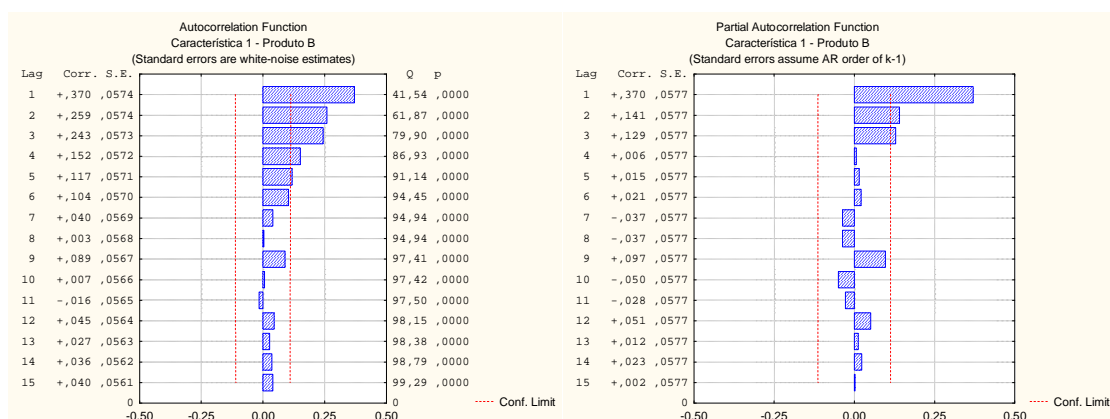


Figura V.9 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto B após tratamento de Outliers.

Quadro V.9 - Média referente à Característica 1 do Produto B após tratamento de Outliers.

Média

22,247

Quadro V.10 - Parâmetros do modelo $AR(2)$ referentes à Característica 1 do Produto B após tratamento de Outliers.

Característica 1 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,07432						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,327719	0,058097	5,640900	0,0000	0,213385	0,442052
ϕ_3	0,148061	0,058219	2,543172	0,0115	0,033487	0,262636

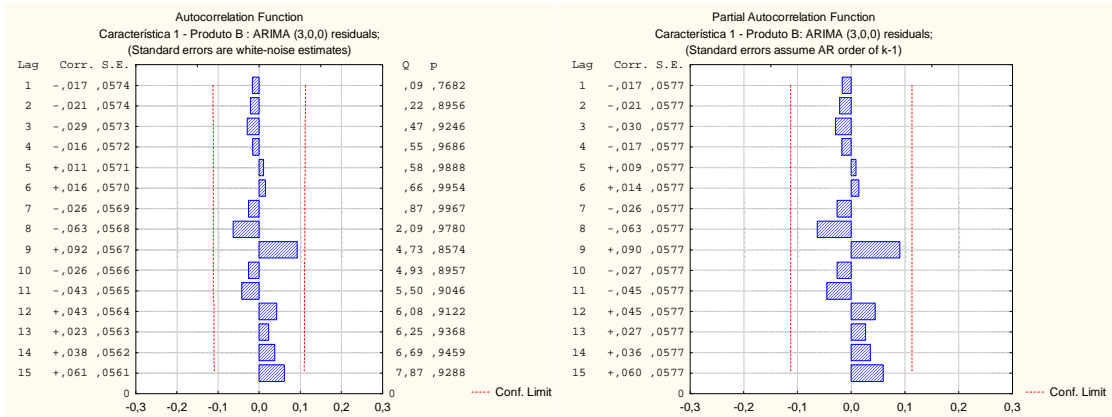


Figura V.10 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto B após tratamento de Outliers.

V.1.2.2 Característica 2

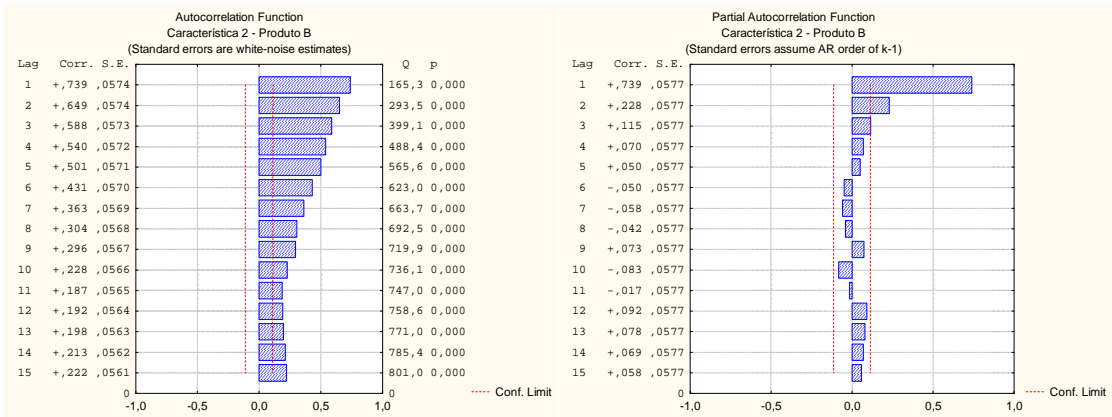


Figura V.11 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto B após tratamento de Outliers.

Quadro V.11 - Média referente à Característica 2 do Produto B após tratamento de Outliers.

Média
6,399

Quadro V.12 - Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 2 do Produto B após tratamento de Outliers.

Característica 2 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,05409						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,549631	0,057958	9,483241	0,000000	0,435570	0,663691
ϕ_2	0,159118	0,065679	2,422658	0,016006	0,029863	0,288374
ϕ_3	0,117661	0,058038	2,027314	0,043523	0,003443	0,231878

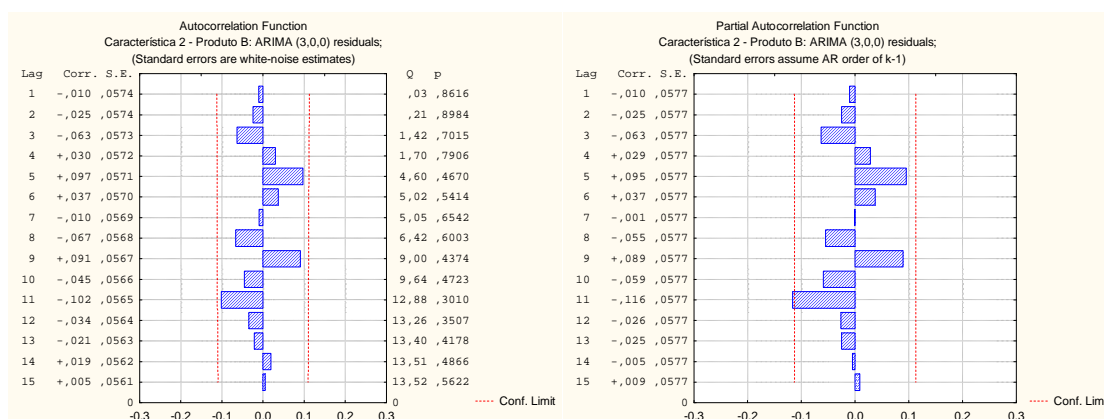


Figura V.12 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto B após tratamento de Outliers.

V.1.2.3 Característica 4

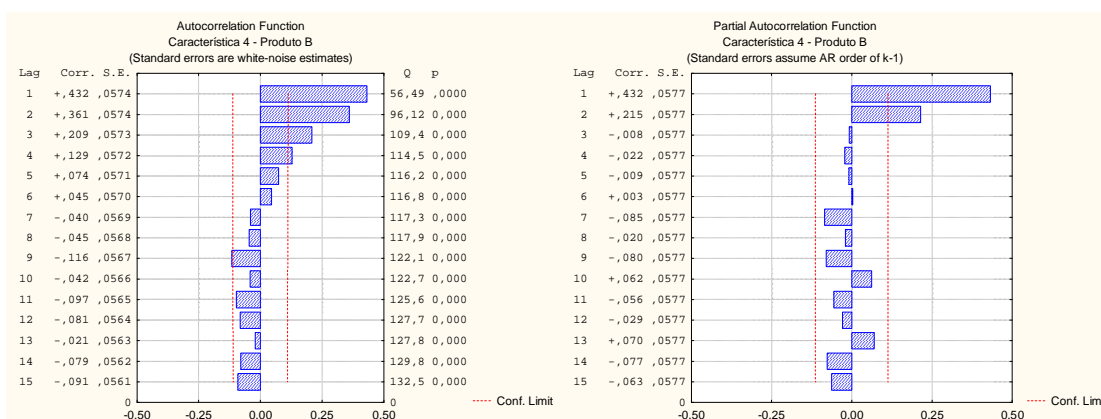


Figura V.13 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto B após tratamento de Outliers.

Quadro V.13 - Média referente à Característica 4 do Produto B após tratamento de Outliers.

Média

1,316

Quadro V.14 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 4 do Produto B após tratamento de Outliers.

Característica 4 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,00069						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança de 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,342708	0,056742	6,039713	0,000000	0,231041	0,454375
ϕ_2	0,217650	0,056757	3,834799	0,000153	0,105956	0,329344

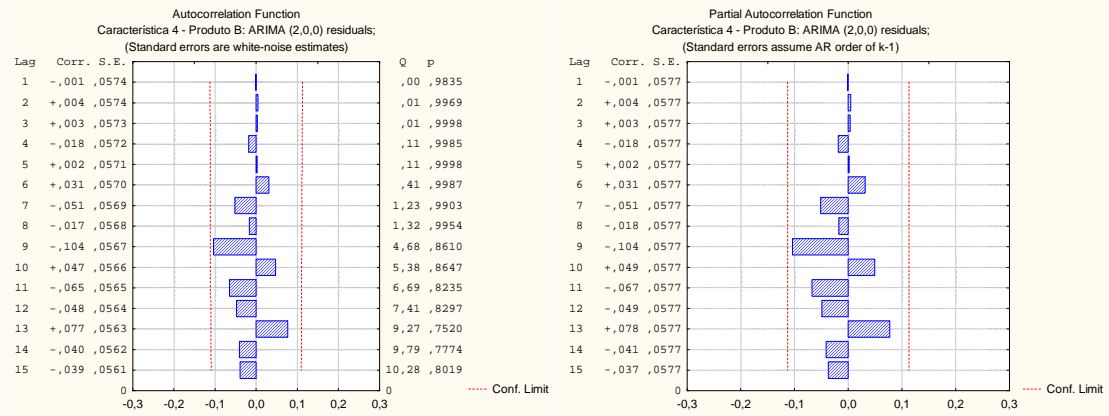


Figura V.14 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto B após tratamento de Outliers.

V.1.2.4 Característica 6

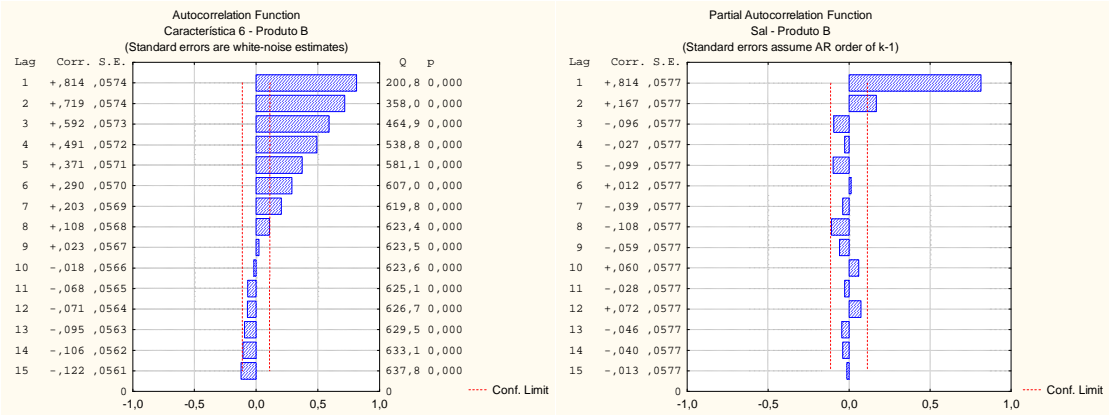


Figura V.15 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto B após tratamento de Outliers.

Quadro V.15 - Média referente à Característica 6 do Produto B após tratamento de Outliers.

Média
2,727

Quadro V.16 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 6 do Produto B após tratamento de Outliers.

Característica 6 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,00119						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança de 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,682269	0,057499	11,86570	0,000000	0,569113	0,795425
ϕ_2	0,164547	0,057508	2,86131	0,004518	0,051375	0,277720

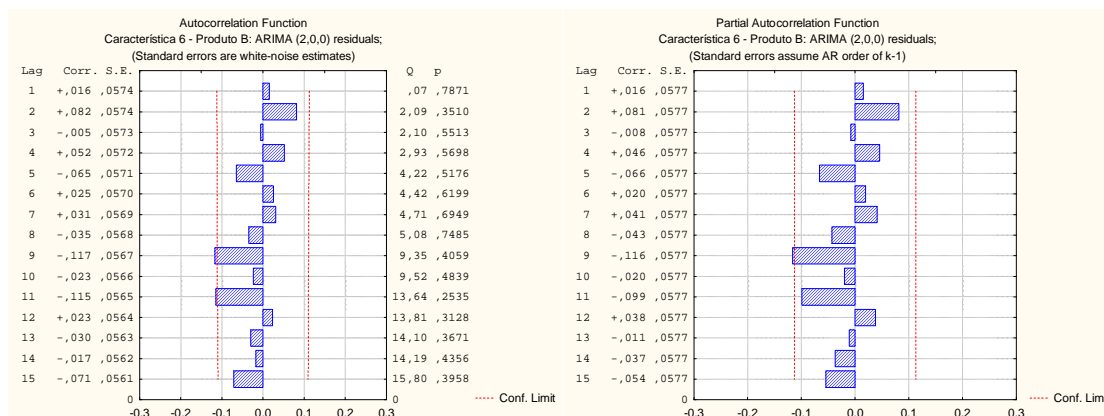


Figura V.16 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto B após tratamento de Outliers.

V.1.3 Produto C

V.1.3.1 Característica 1

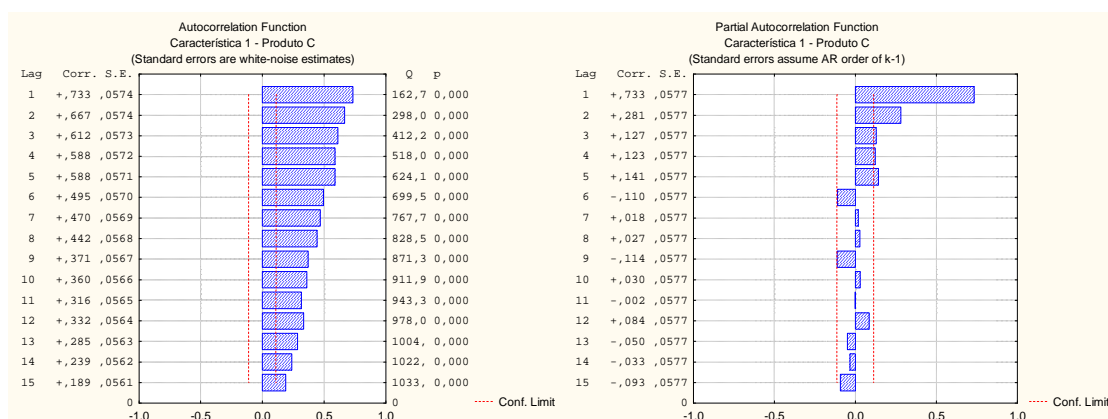


Figura V.17 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto C após tratamento de Outliers.

Quadro V.17 - Média referente à Característica 1 do Produto C após tratamento de Outliers.

Média

11,208

Quadro V.18 - Parâmetros do modelo $AR(5)$ referentes à Característica 1 do Produto C após tratamento de Outliers.

Característica 1 - Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (5,0,0) MS Residual = 0,07045						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,459250	0,057813	7,943781	0,000000	0,345473	0,573027
ϕ_2	0,184926	0,063684	2,903825	0,003965	0,059594	0,310258
ϕ_5	0,145824	0,058033	2,512764	0,012512	0,031612	0,260036

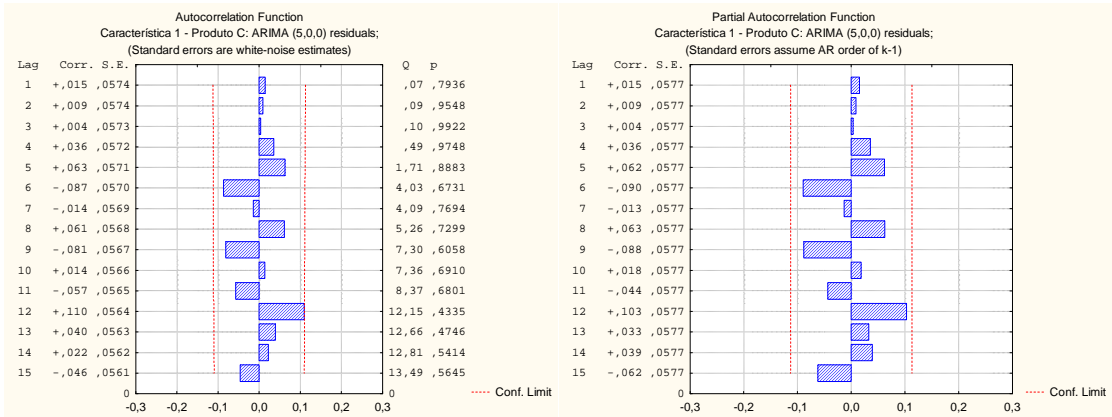


Figura V.18 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto C após tratamento de Outliers.

V.1.3.2 Característica 2

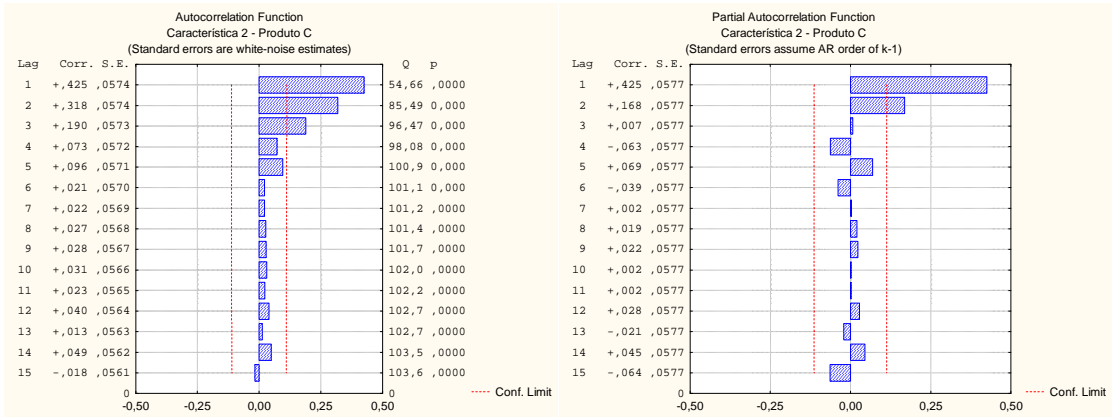


Figura V.19 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto C após tratamento de Outliers.

Quadro V.19 - Média referente à Característica 2 do Produto C após tratamento de Outliers.

Média
8,331

Quadro V.20 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 2 do Produto C após tratamento de Outliers.

Característica 2 - Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,03102						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,414874	0,056470	7,346793	0,000000	0,303743	0,526004
ϕ_2	0,230084	0,056473	4,074255	0,000059	0,118948	0,341220

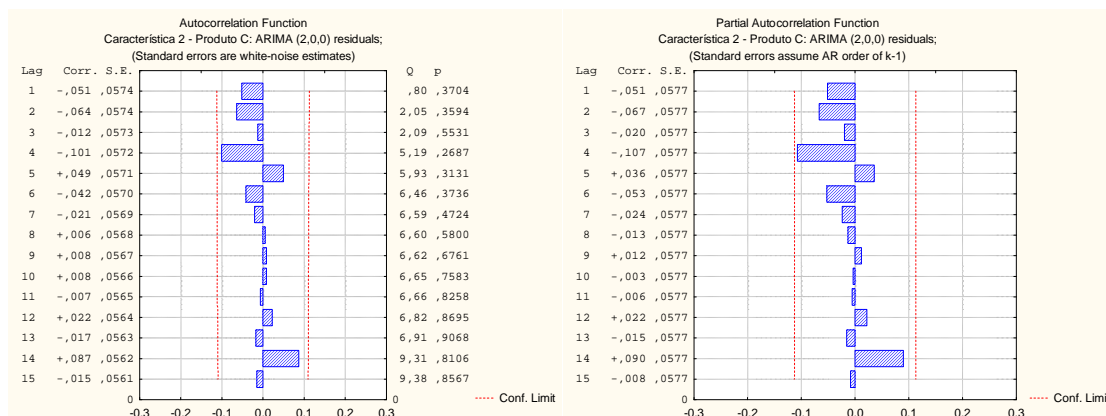


Figura V.20 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto C após tratamento de Outliers.

V.1.3.3 Característica 5

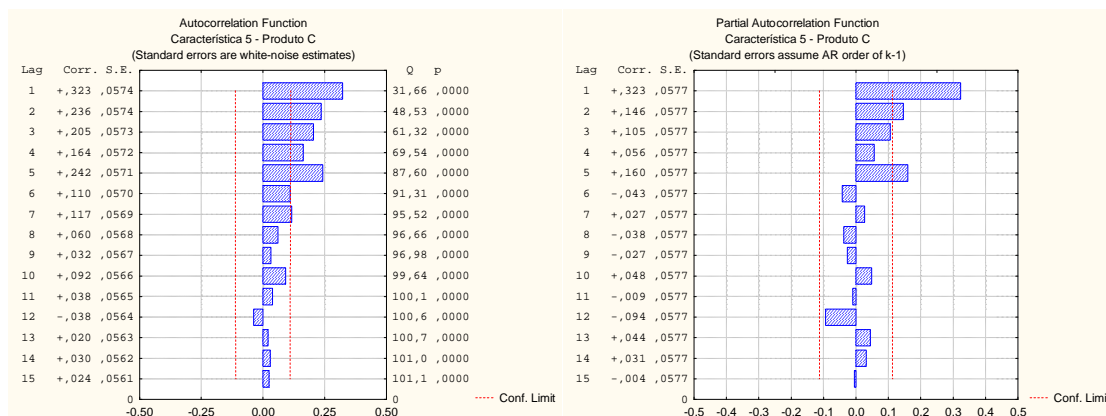


Figura V.21 - FACE e FACPE referentes à Característica 5 do Produto C após tratamento de Outliers.

Quadro V.21 - Média referente à Característica 5 do Produto C após tratamento de Outliers.

Média

4,066

Quadro V.22 - Parâmetros do modelo AR(5) referentes à Característica 5 do Produto C após tratamento de Outliers.

Característica 5 - Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (5,0,0) MS Residual = 0,00055						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança de 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,245290	0,057559	4,261525	0,000027	0,132011	0,358569
ϕ_5	0,161836	0,057756	2,802089	0,005413	0,048171	0,275501

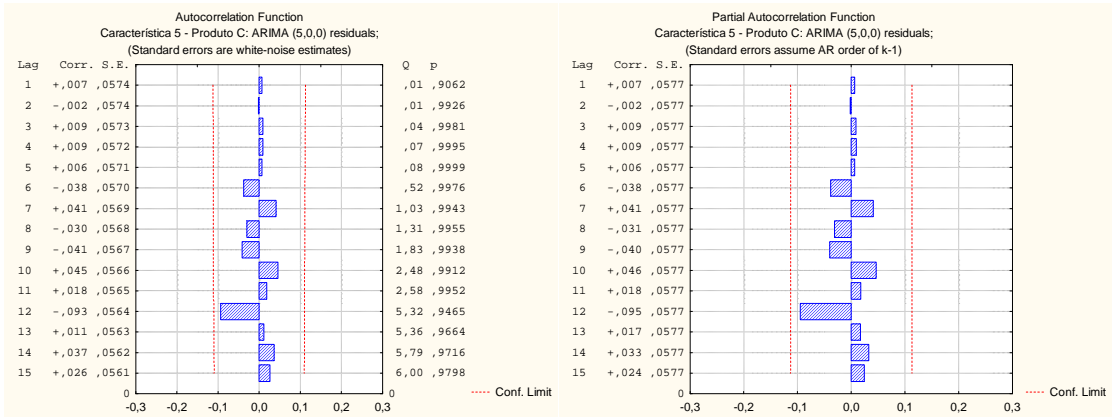


Figura V.22 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 5 do Produto C após tratamento de Outliers.

V.1.4 Produto D

V.1.4.1 Característica 1

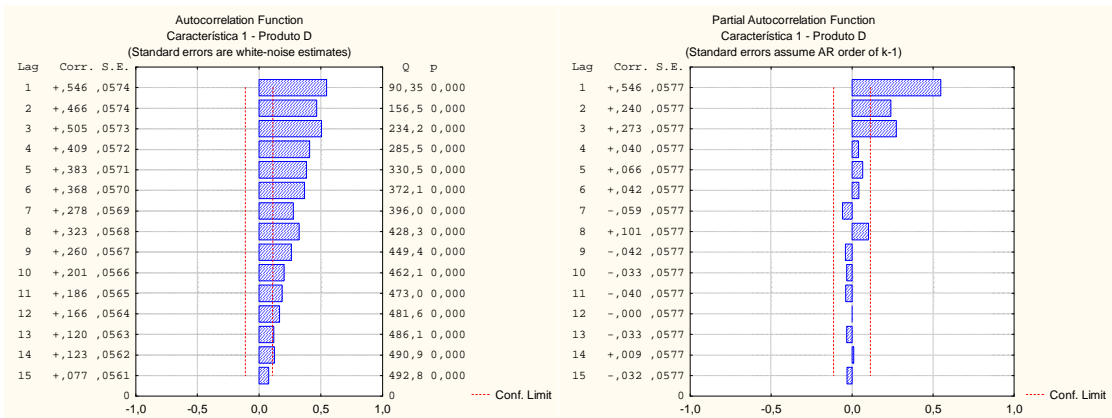


Figura V.23 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto D após tratamento de Outliers.

Quadro V.23 - Média referente à Característica 1 do Produto D após tratamento de Outliers.

Média
11,152

Quadro V.24 - Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 1 do Produto D após tratamento de Outliers.

Característica 1 - Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,03598						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,360078	0,055799	6,453158	0,000000	0,250267	0,469889
ϕ_2	0,134504	0,059099	2,275899	0,023564	0,018198	0,250810
ϕ_3	0,285311	0,055820	5,111263	0,000001	0,175458	0,395163

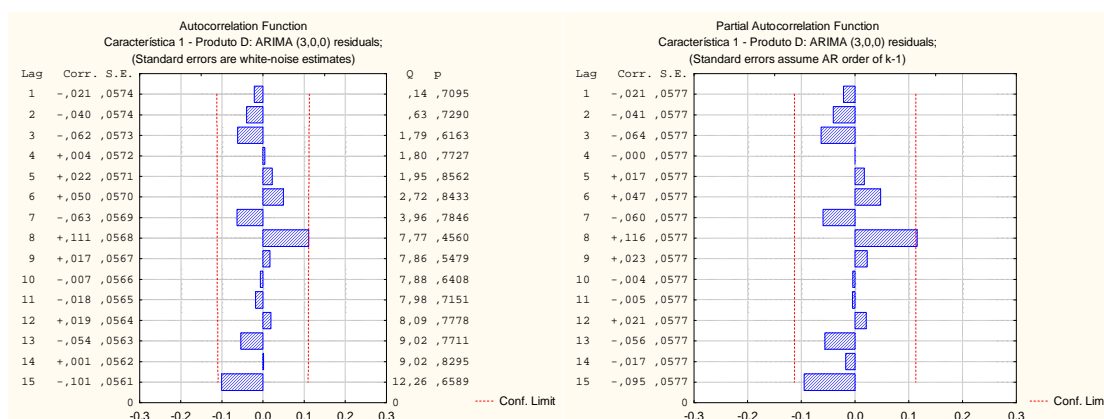


Figura V.24 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto D após tratamento de Outliers.

V.1.4.2 Característica 2

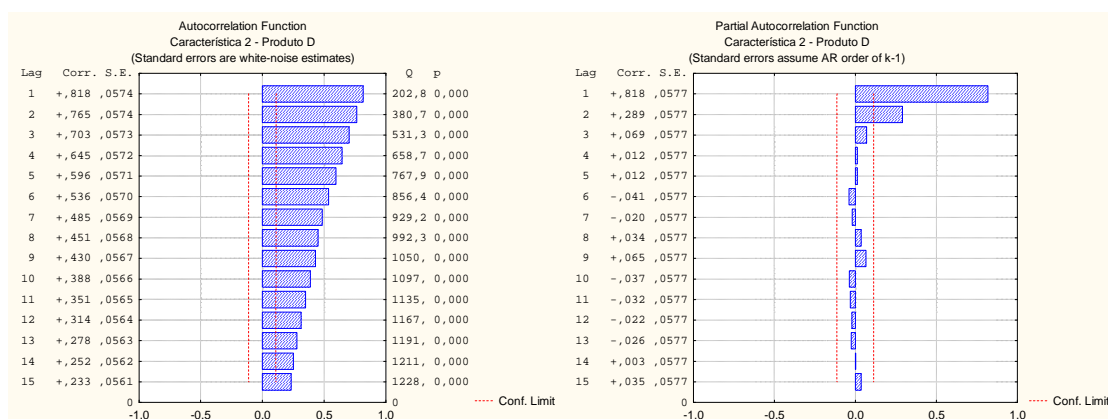


Figura V.25 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto D após tratamento de Outliers.

Quadro V.25 - Média referente à Característica 2 do Produto D após tratamento de Outliers.

Média

7,877

Quadro V.26 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 2 do Produto D após tratamento de Outliers.

Característica 2 - Produto D

Transformação: Não

Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,02717

	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,583005	0,055694	10,46796	0,000000	0,473401	0,692609
ϕ_2	0,288857	0,055695	5,18645	0,000000	0,179253	0,398462

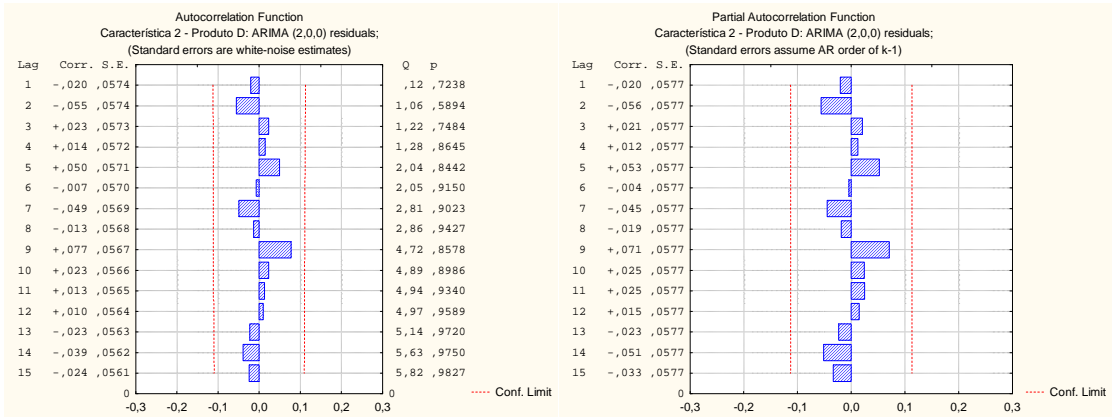


Figura V.26 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto D após tratamento de Outliers.

V.1.4.3 Característica 5

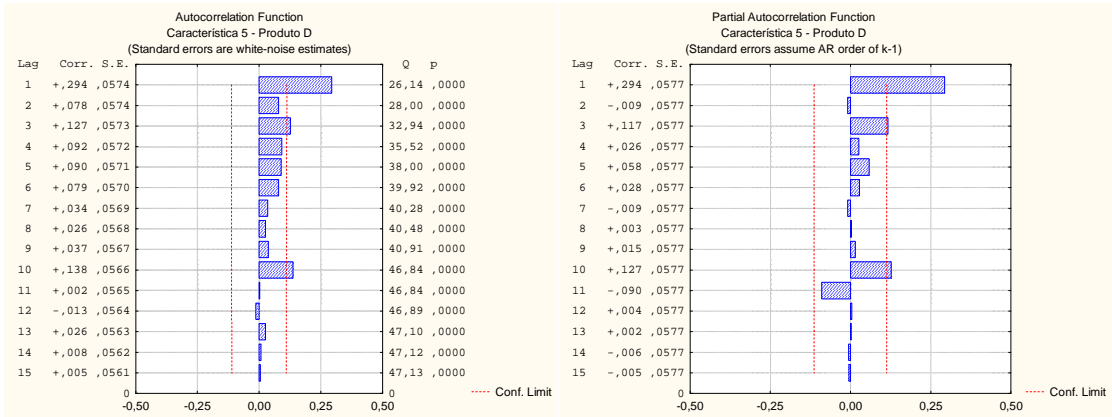


Figura V.27 - FACE e FACPE referentes à Característica 5 do Produto D após tratamento de Outliers.

Quadro V.27 - Média referente à Característica 5 do Produto D após tratamento de Outliers.

Média
4,065

Quadro V.28 - Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 5 do Produto D após tratamento de Outliers.

Característica 5 – Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,00051						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,297278	0,057727	5,149743	0,000000	0,183673	0,410884
ϕ_3	0,117075	0,057834	2,024314	0,043833	0,003258	0,230892

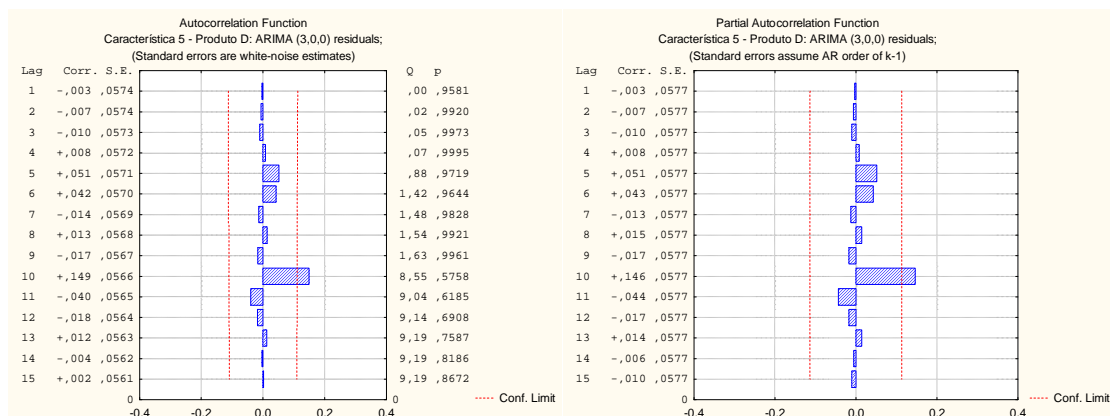


Figura V.28 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 5 do Produto D após tratamento de Outliers.

V.1.4.4 Característica 6

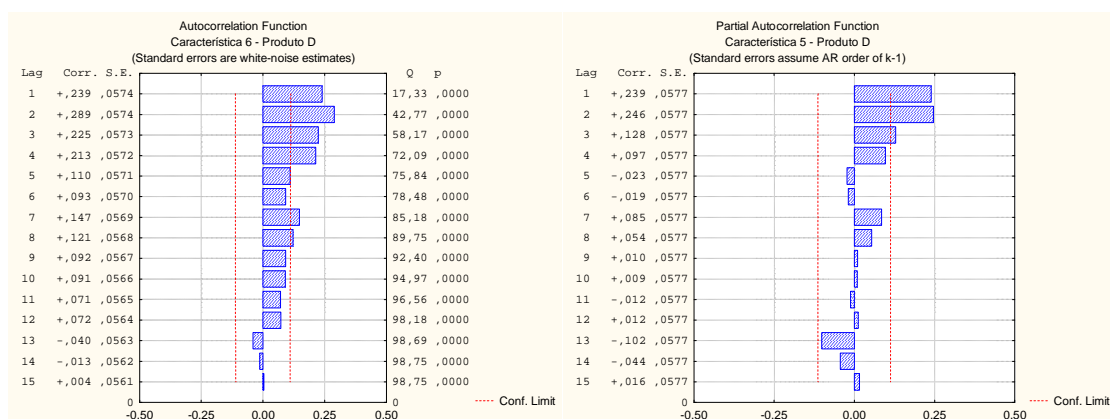


Figura V.29 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto D após tratamento de Outliers.

Quadro V.29 - Média referente à Característica 6 do Produto D após tratamento de Outliers.

Média

0,474

Quadro V.30 - Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 6 do Produto D após tratamento de Outliers.

Característica 6 - Produto D

Transformação: Não

Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,00088

	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança de 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,148860	0,057815	2,574749	0,010515	0,035080	0,262640
ϕ_2	0,223969	0,056934	3,933803	0,000104	0,111923	0,336015
ϕ_3	0,128597	0,057896	2,221185	0,027092	0,014659	0,242534

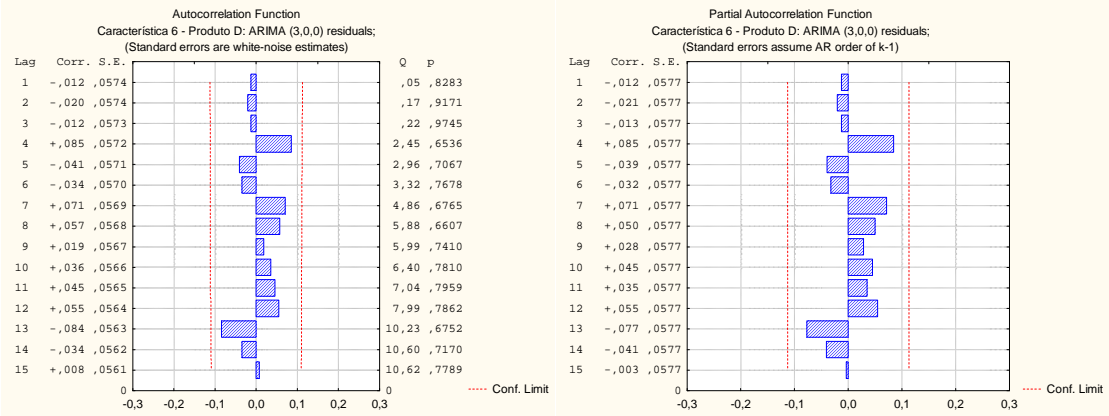


Figura V.30 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto D após tratamento de Outliers.

V.1.5 Produto E

V.1.5.1 Característica 1

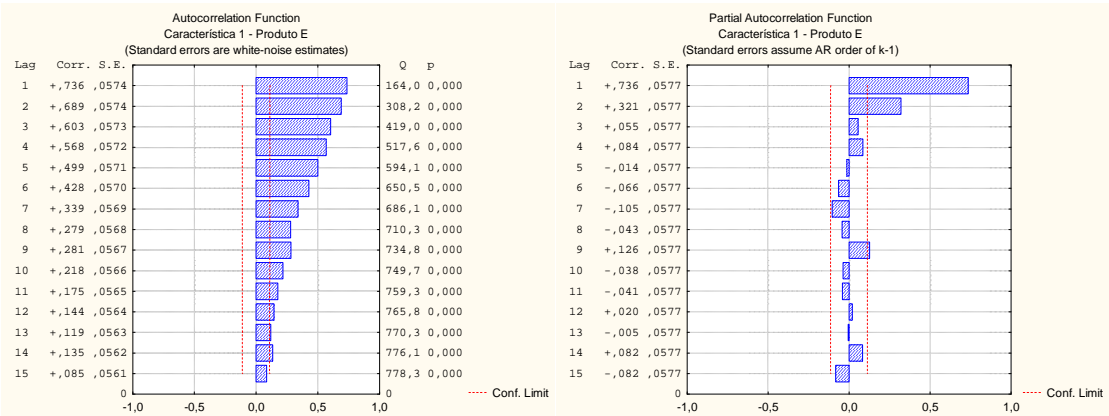


Figura V.31 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto E após tratamento de Outliers.

Quadro V.31 - Média referente à Característica 1 do Produto E após tratamento de Outliers.

Média
30,866

Quadro V.32 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 1 do Produto E após tratamento de Outliers.

Característica 1 - Produto E						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,05567						
Parâmetros		Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,507561	0,054819	9,2589	0,00000	0,399680	0,615442
ϕ_2	0,329290	0,054941	5,9935	0,00000	0,221169	0,437411

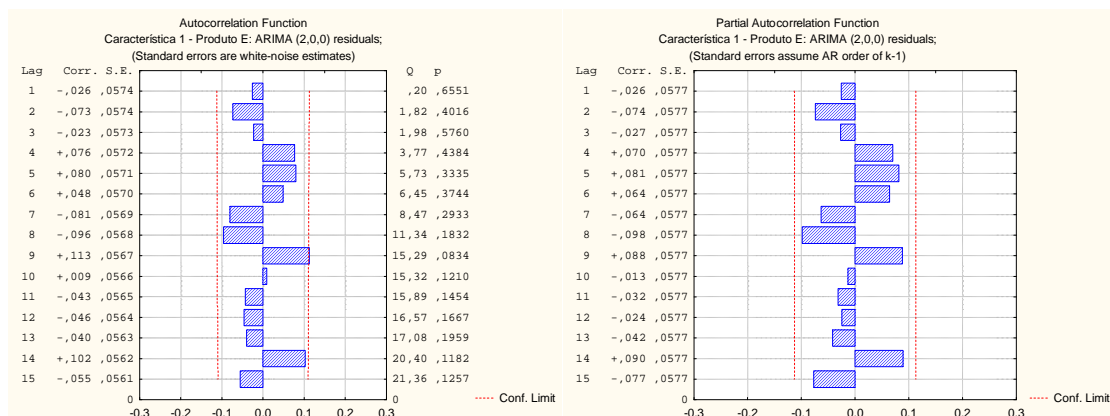


Figura V.32 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto E após tratamento de Outliers.

V.1.5.2 Característica 4

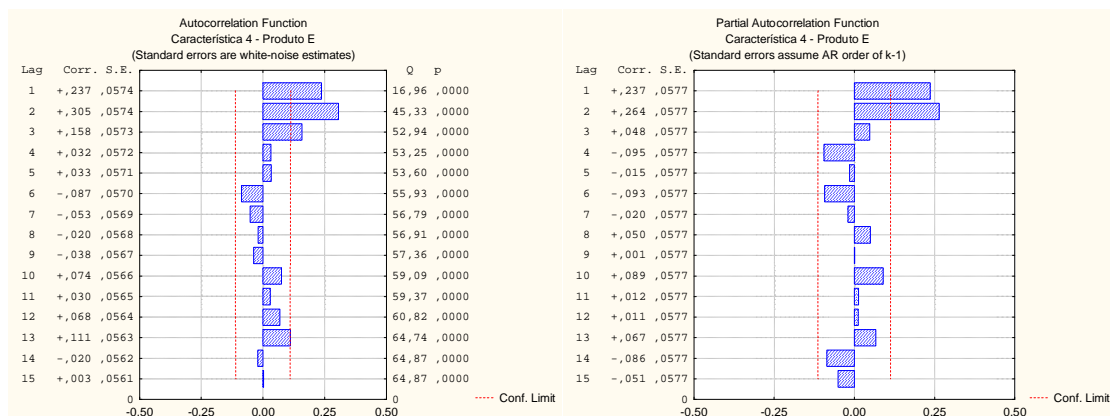


Figura V.33 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto E após tratamento de Outliers.

Quadro V.33 - Média referente à Característica 4 do Produto E após tratamento de Outliers.

Média

0,735

Quadro V.34 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 4 do Produto E após tratamento de Outliers.

Característica 4 - Produto E						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,00029						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança de 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,181106	0,055929	3,23813	0,0013	0,071040	0,291172
ϕ_2	0,271096	0,056013	4,83987	0,0000	0,160865	0,381327

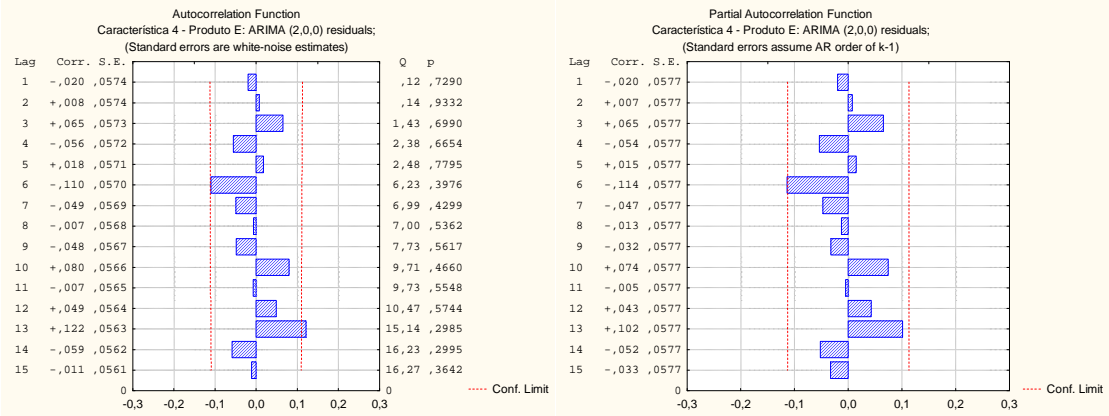


Figura V.34 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto E após tratamento de Outliers.

V.1.5.3 Característica 6

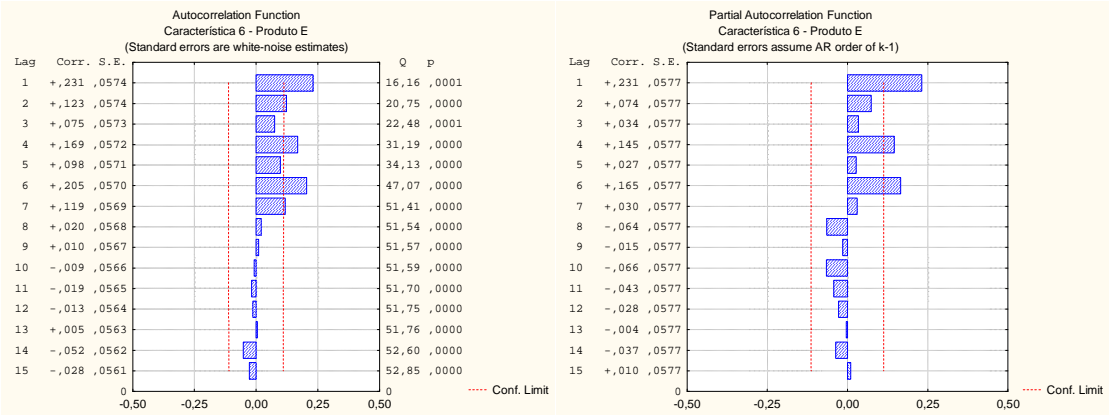


Figura V.35 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto E após tratamento de Outliers.

Quadro V.35 - Média referente à Característica 6 do Produto E após tratamento de Outliers.

Média
1,687

Quadro V.36 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 1 do Produto E após tratamento de Outliers.

Característica 6 - Produto E						
Transformação: Não						
Modelo: (6,0,0) MS Residual = 0,00077						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança de 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,198042	0,057682	3,433350	0,000682	0,084520	0,311563
ϕ_4	0,132094	0,059141	2,233549	0,026265	0,015701	0,248486
ϕ_6	0,167043	0,057821	2,888967	0,004152	0,053248	0,280839

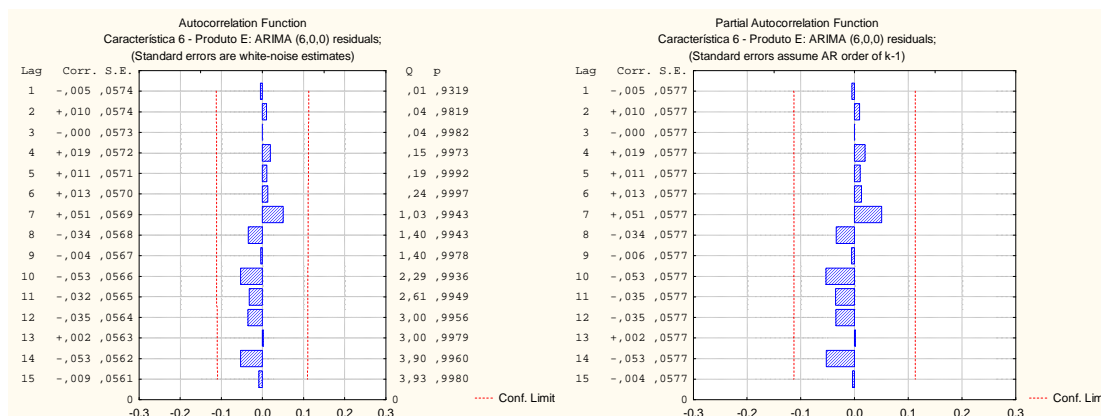


Figura V.36 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto E após tratamento de Outliers.

V.2 Produto Acabado

V.2.1 Produto B

V.2.1.1 Característica 1

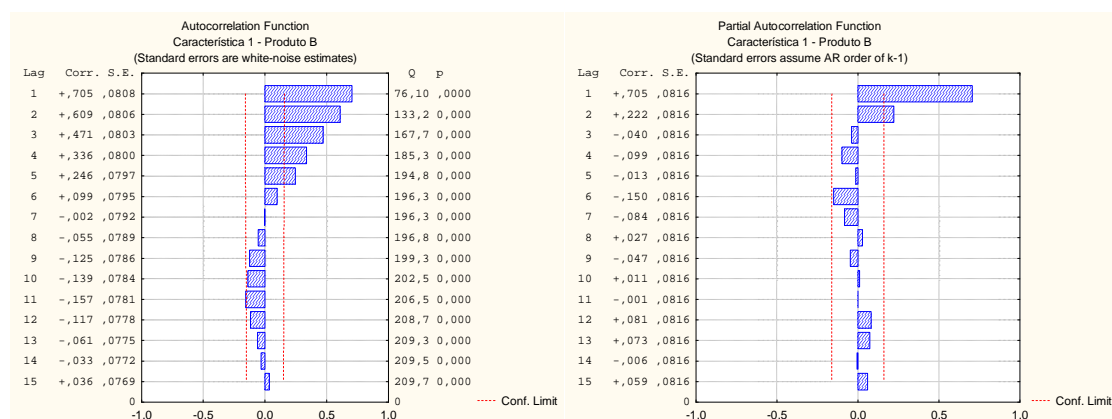


Figura V.37 – FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto B após tratamento de Outliers.

Quadro V.37 - Média referente à Característica 1 do Produto B após tratamento de Outliers.

Média

23,922

Quadro V.38 - Parâmetros do modelo $AR(2)$ referentes à Característica 1 do Produto B após tratamento de Outliers.

Característica 1 – Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,19857						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,550744	0,08059	6,83436	0,000	0,391499	0,709989
ϕ_2	0,221685	0,08060	2,75057	0,007	0,062417	0,380953

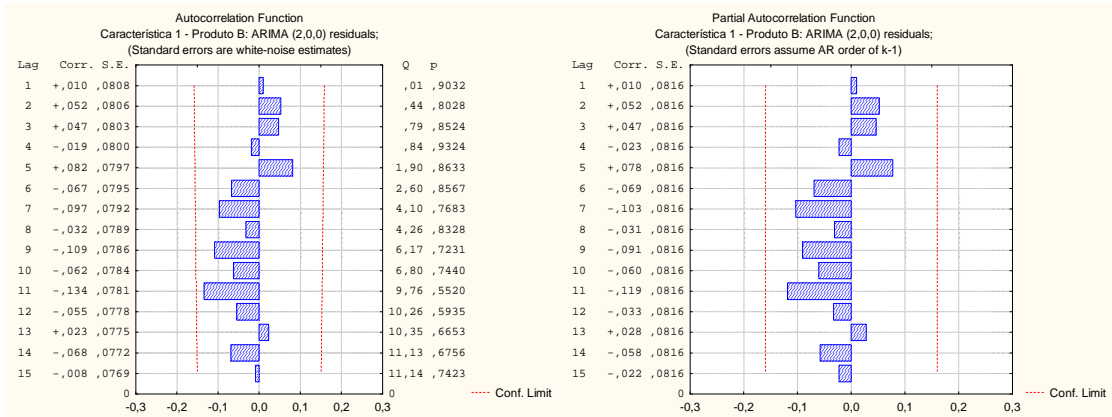


Figura V.38 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto B após tratamento de Outliers.

V.2.1.2 Característica 3

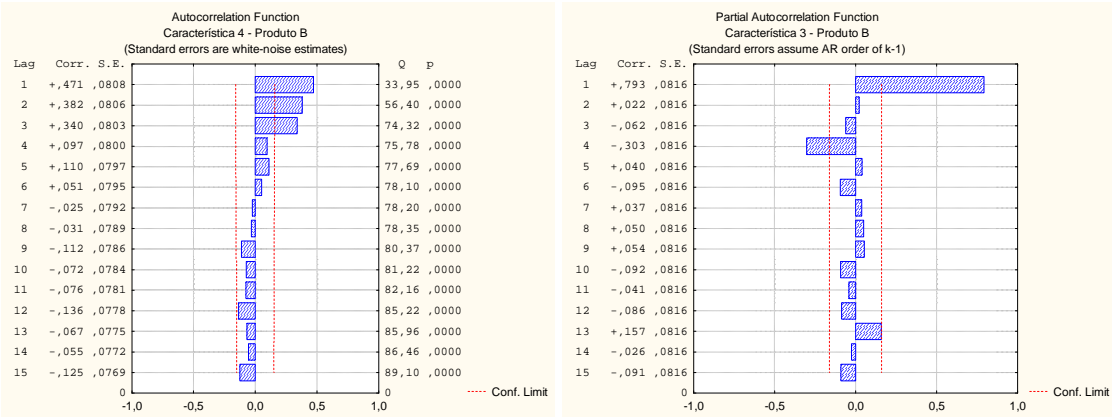


Figura V.39 - FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto B após tratamento de Outliers.

Quadro V.39 - Média referente à Característica 3 do Produto B após tratamento de Outliers.

Média
10,891

Quadro V.40 - Parâmetros do modelo AR(4) referentes à Característica 3 do Produto B após tratamento de Outliers.

Característica 3 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (4,0,0) MS Residual = 0,18909						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,760317	0,079033	9,62025	0,000000	0,604121	0,916514
ϕ_4	-0,311225	0,080028	-3,88894	0,000152	-0,469389	-0,153062

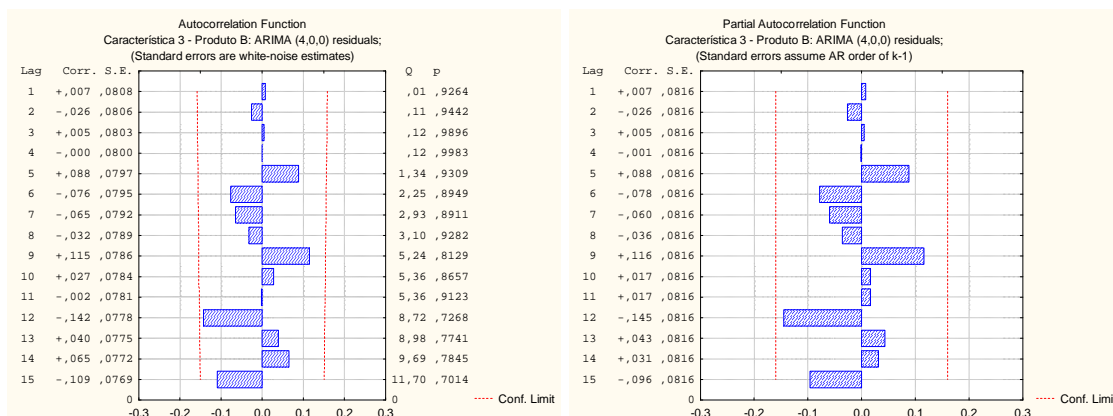


Figura V.40 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto B após tratamento de Outliers.

V.2.1.3 Característica 4

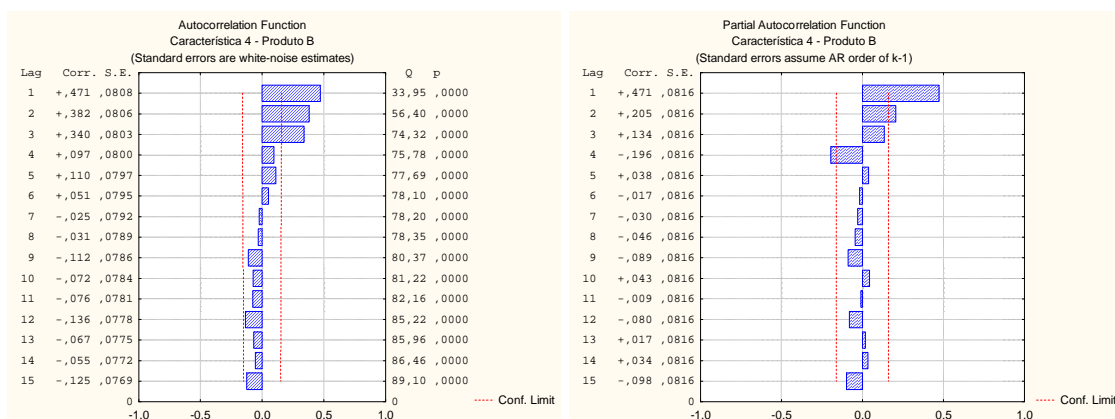


Figura V.41 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto B após tratamento de Outliers.

Quadro V.41 - Média referente à Característica 4 do Produto B após tratamento de Outliers.

Média

1,308

Quadro V.42 - Parâmetros do modelo AR(4) referentes à Característica 4 do Produto B após tratamento de Outliers.

Característica 4 - Produto B Transformação: Não Modelo: (0,0,3) MS Residual = 0,00135						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
θ_1	-0,387956	0,079875	-4,85705	0,0000	-0,545807	-0,230105
θ_2	-0,311103	0,084325	-3,68932	0,0003	-0,477750	-0,144457
θ_3	-0,333217	0,071664	-4,64973	0,0000	-0,474841	-0,191593

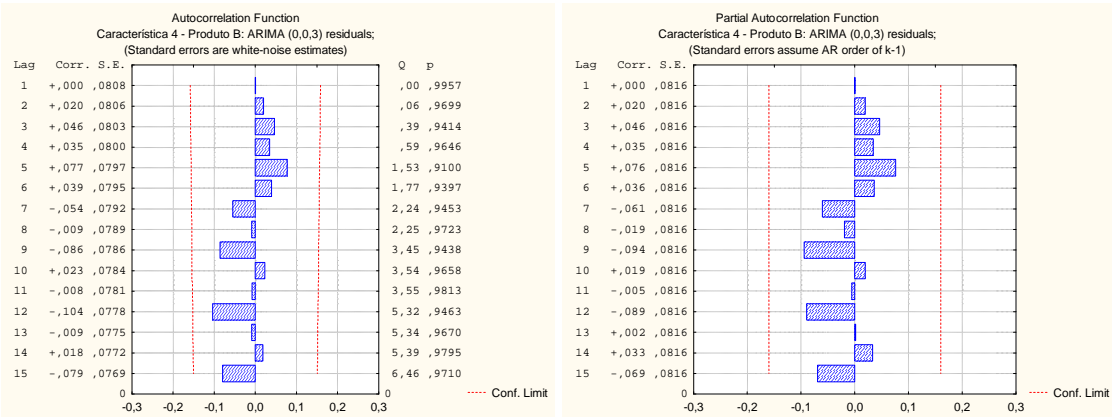


Figura V.42 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto B após tratamento de Outliers.

V.2.1.4 Característica 6

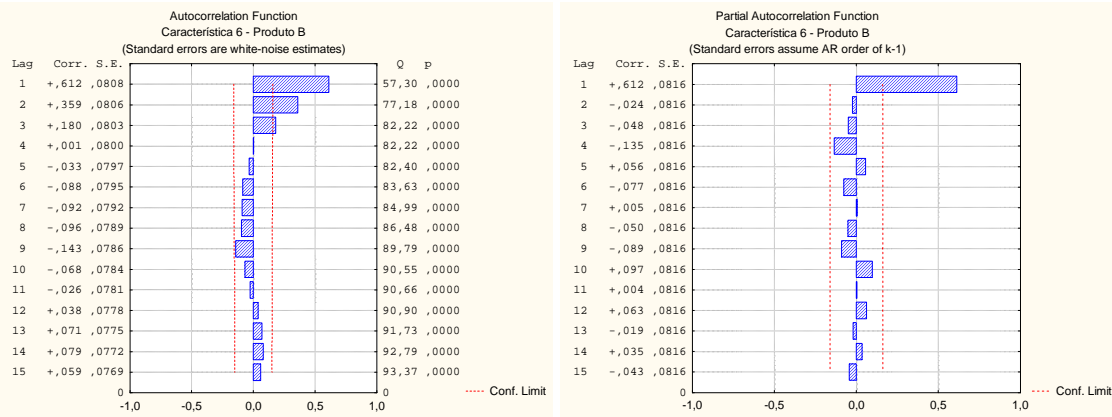


Figura V.43 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto B após tratamento de Outliers.

Quadro V.43 - Média referente à Característica 6 do Produto B após tratamento de Outliers.

Média
2,782

Quadro V.44 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 6 do Produto B após tratamento de Outliers.

Característica 6 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00506						
	Parâmetr o	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,616757	0,065008	9,48736	0,00000	0,488300	0,745214

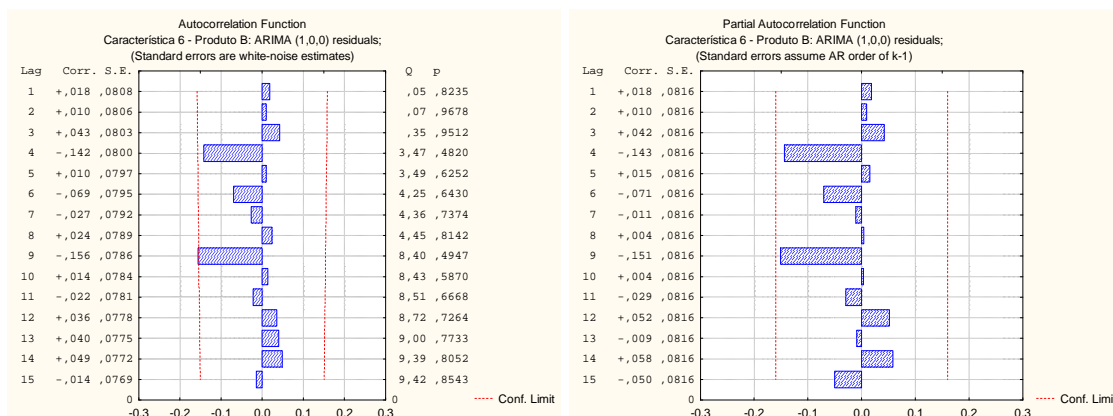


Figura V.44 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto B após tratamento de Outliers.

V.2.2 Produto F

V.2.2.1 Característica 1

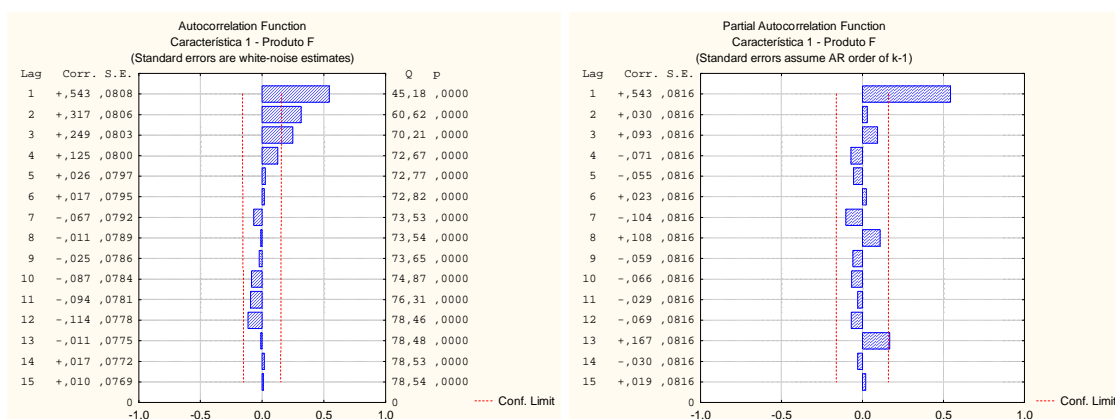


Figura V.45 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto F após tratamento de Outliers.

Quadro V.45 - Média referente à Característica 1 do Produto F após tratamento de Outliers.

Média

38,968

Quadro V.46 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 1 do Produto F após tratamento de Outliers.

Característica 1 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,23465						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,565739	0,068114	8,30574	0,00000	0,431145	0,700334

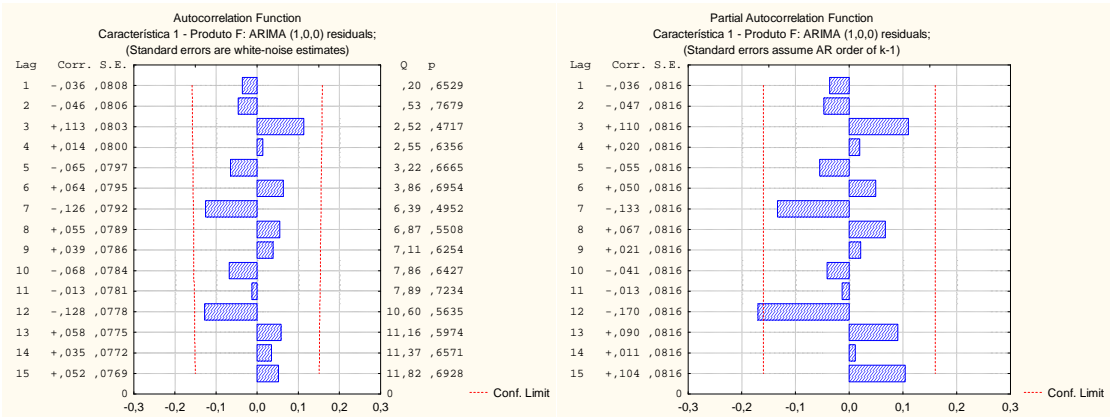


Figura V.46 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto F após tratamento de Outliers.

V.2.2.2 Característica 3

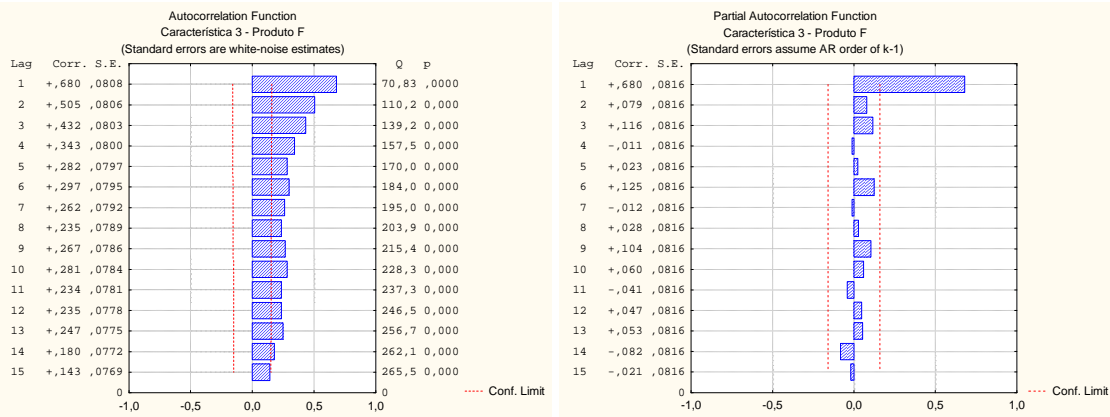


Figura V.47 - FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto F após tratamento de Outliers.

Quadro V.47 - Média referente à Característica 3 do Produto F após tratamento de Outliers.

Média
10,443

Quadro V.48 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 3 do Produto F após tratamento de Outliers.

Característica 3 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,15751						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
φ ₁	0,695029	0,060332	11,52011	0,00000	0,575812	0,814245

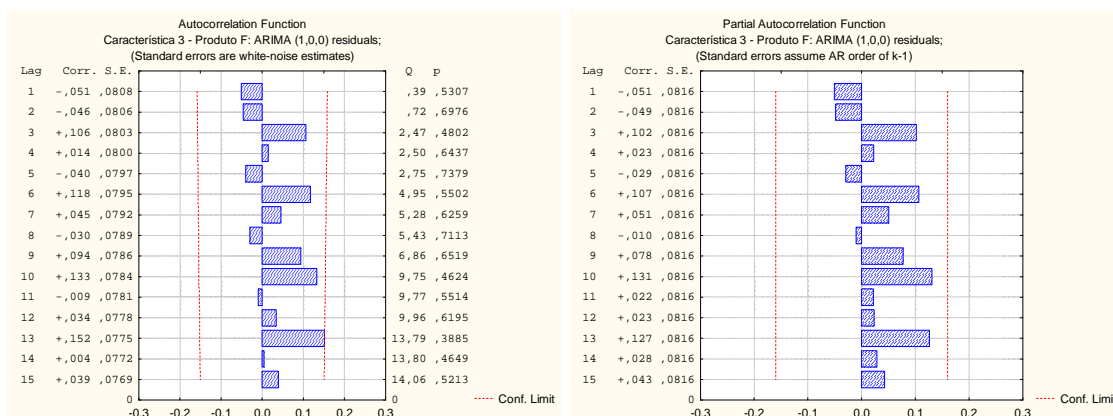


Figura V.48 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto F após tratamento de Outliers.

V.2.2.3 Característica 4

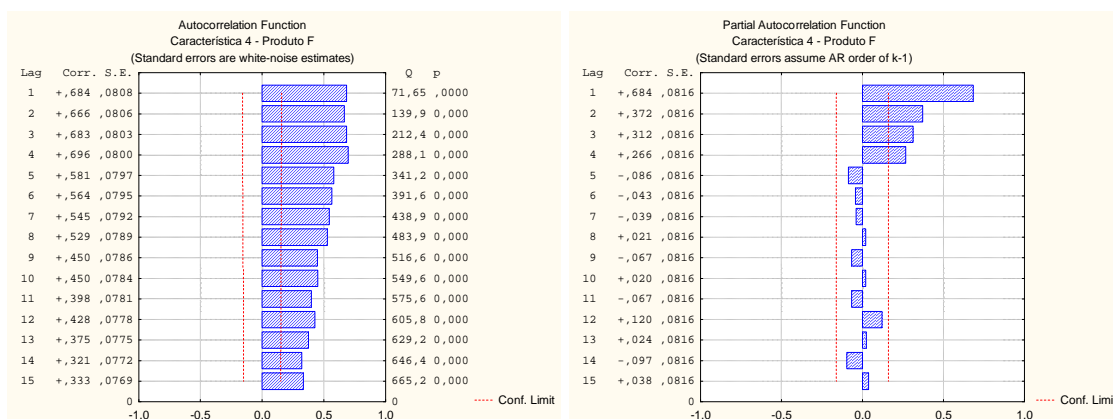


Figura V.49 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto F após tratamento de Outliers.

Quadro V.49 - Média referente à Característica 4 do Produto F após tratamento de Outliers.

Média

1,632

Quadro V.50 - Parâmetros do modelo AR(4) referentes à Característica 4 do Produto F após tratamento de Outliers.

Característica 4 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (4,0,0) MS Residual = 0,00094						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,226912	0,080268	2,826925	0,005359	0,068275	0,385550
ϕ_2	0,168549	0,080492	2,093998	0,037988	0,009470	0,327629
ϕ_3	0,237135	0,081639	2,904679	0,004248	0,075788	0,398481
ϕ_4	0,279506	0,081490	3,429952	0,000785	0,118454	0,440557

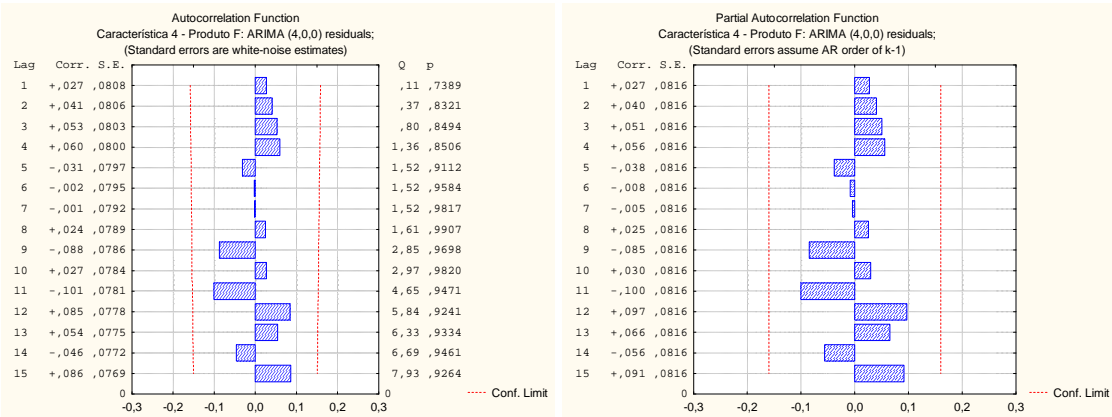


Figura V.50 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto F após tratamento de Outliers.

V.2.2.4 Característica 6

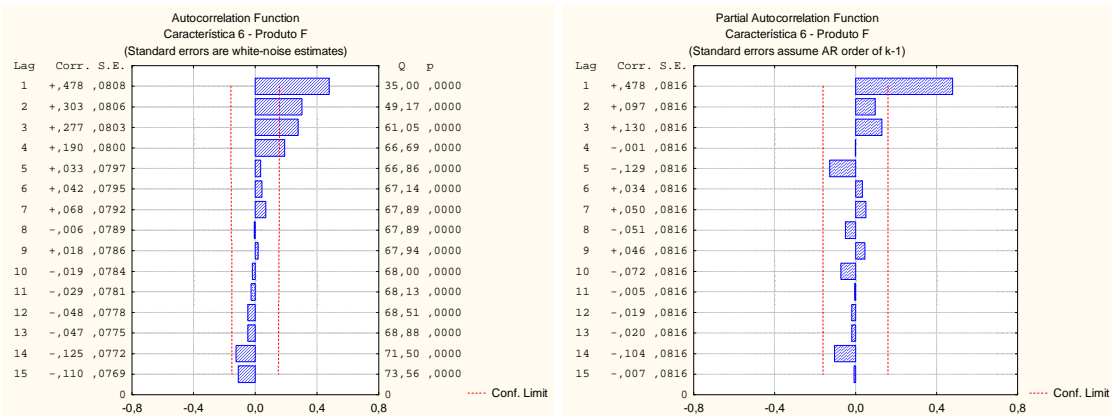


Figura V.51 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto F após tratamento de Outliers.

Quadro V.51 - Média referente à Característica 6 do Produto F após tratamento de Outliers.

Média
3,446

Quadro V.52 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 6 do Produto F após tratamento de Outliers.

Característica 6 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00996						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,485421	0,072267	6,717069	0,000000	0,342621	0,628221

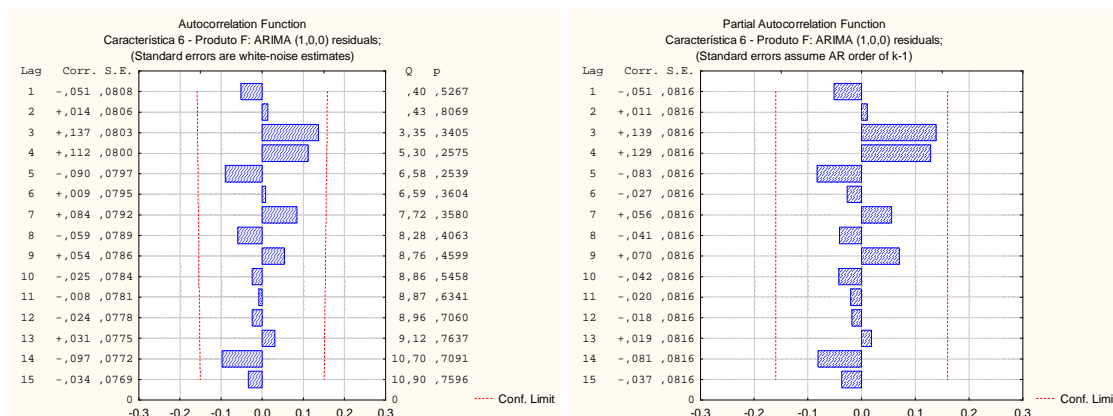


Figura V.52 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto F após tratamento de Outliers.

V.2.3 Produto J

V.2.3.1 Característica 1

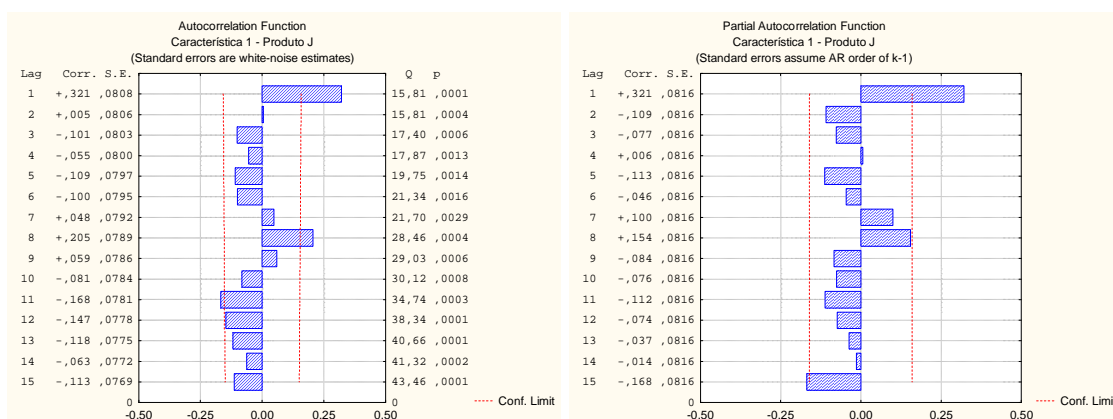


Figura V.53 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto J após tratamento de Outliers.

Quadro V.53 - Média referente à Característica 1 do Produto J após tratamento de Outliers.

Média

32,222

Quadro V.54 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 1 do Produto J após tratamento de Outliers.

Característica 1 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,19757						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,340889	0,077668	4,38906	0,00002	0,187416	0,494361

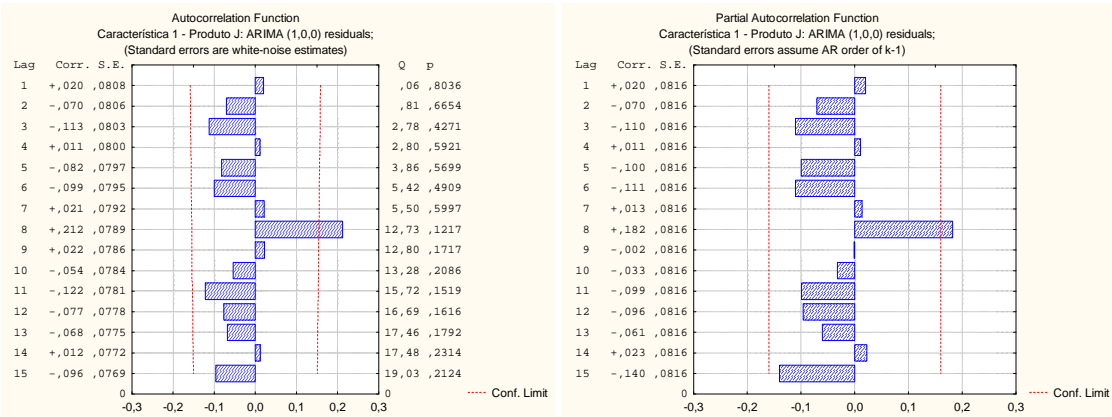


Figura V.54 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto J após tratamento de Outliers.

V.2.3.2 Característica 3

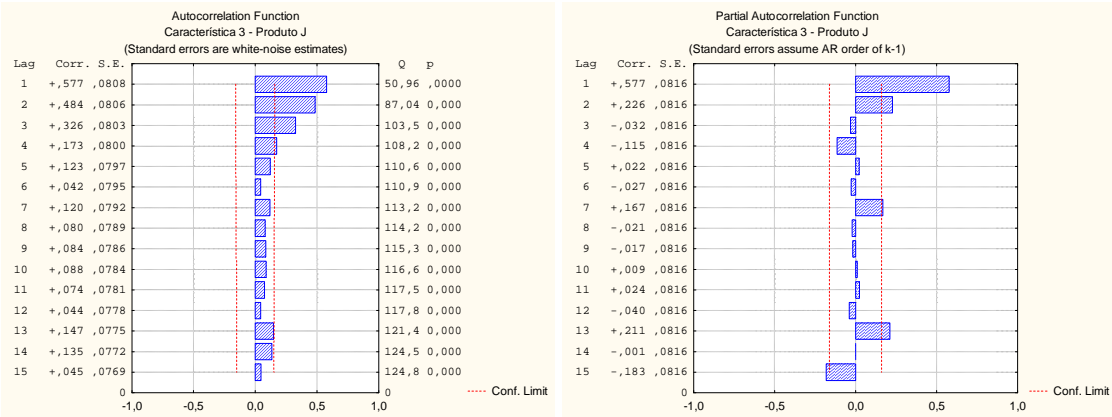


Figura V.55 - FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto J após tratamento de Outliers.

Quadro V.55 - Média referente à Característica 3 do Produto J após tratamento de Outliers.

Média
13,446

Quadro V.56 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 3 do Produto J após tratamento de Outliers.

Característica 3 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,63710						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,444926	0,080270	5,54286	0,0000	0,286302	0,603549
ϕ_2	0,232441	0,080740	2,87888	0,0046	0,072889	0,391993

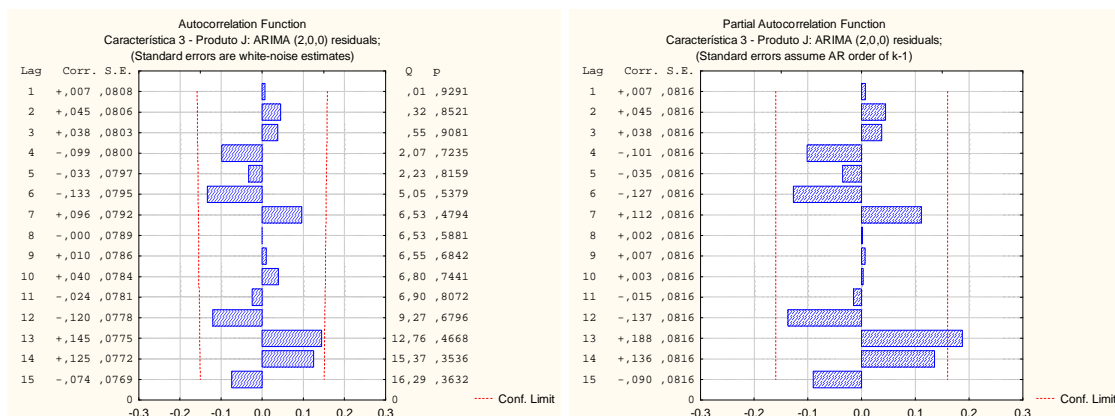


Figura V.56 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto J após tratamento de Outliers.

V.2.3.3 Característica 4

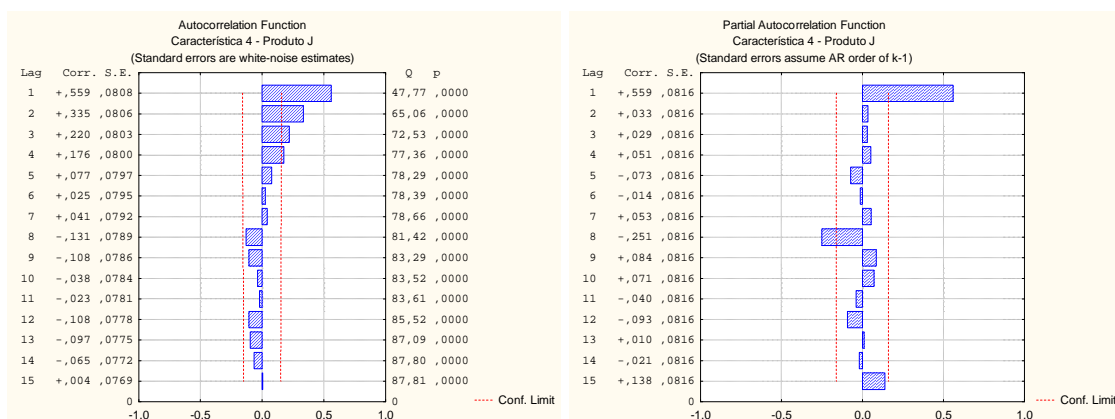


Figura V.57 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto J após tratamento de Outliers.

Quadro V.57 - Média referente à Característica 4 do Produto J após tratamento de Outliers.

Média

0,717

Quadro V.58 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 4 do Produto J após tratamento de Outliers.

Característica 4 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00089						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,561204	0,068237	8,22433	0,00000	0,426366	0,696041

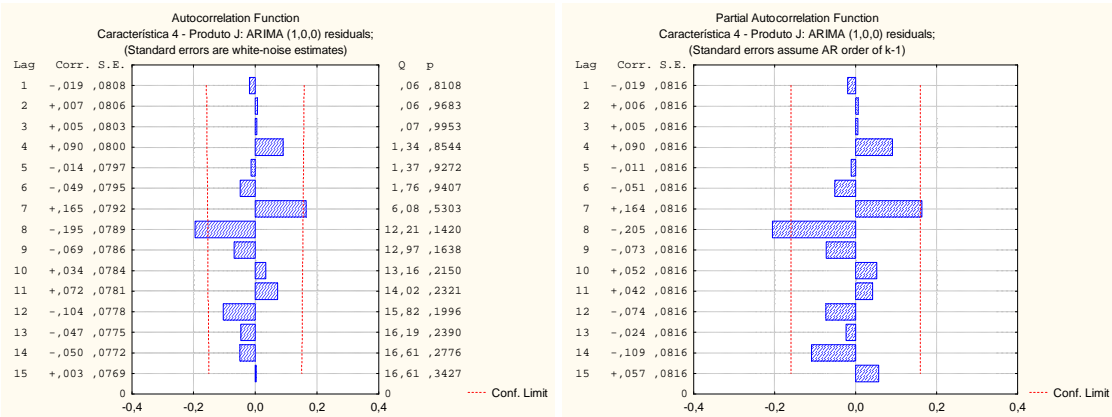


Figura V.58 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto J após tratamento de Outliers.

V.2.3.4 Característica 6

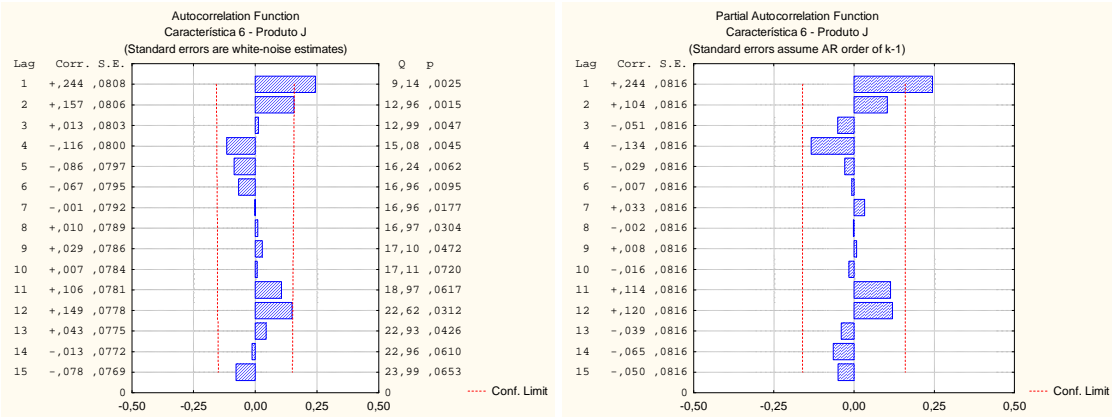


Figura V.59 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto J após tratamento de Outliers.

Quadro V.59 - Média referente à Característica 6 do Produto J após tratamento de Outliers.

Média
1,662

Quadro V.60 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 6 do Produto J após tratamento de Outliers.

Característica 6 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00236						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,249367	0,079676	3,12978	0,00211	0,091927	0,406807

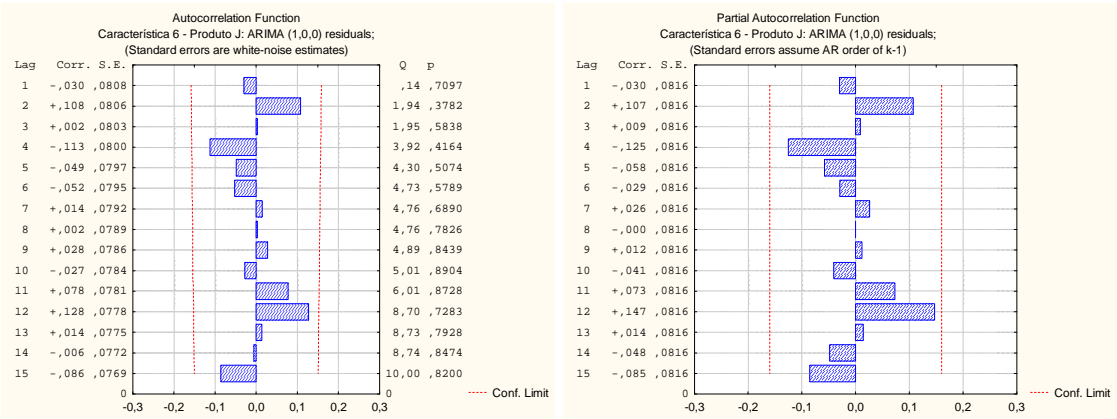


Figura V.60 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto J após tratamento de Outliers.

Anexo VI - Fase I na Preparação de Fórmulas

- Produtos A, B, C, D e E
 - Cartas de Controlo aplicadas aos Resíduos
 - Estudo da Normalidade
 - Análise da Capacidade do Processo

VI.1 Produto A

VI.1.1 Característica 1

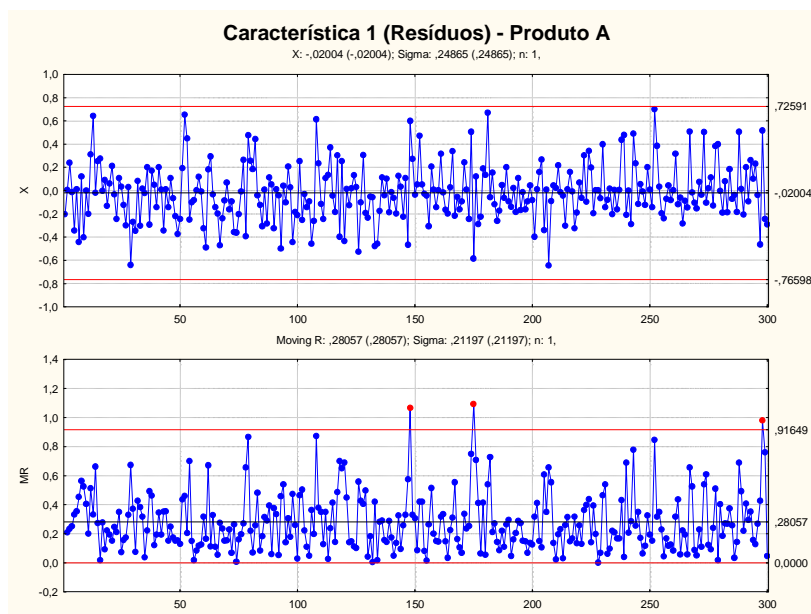


Figura VI.1 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto A.

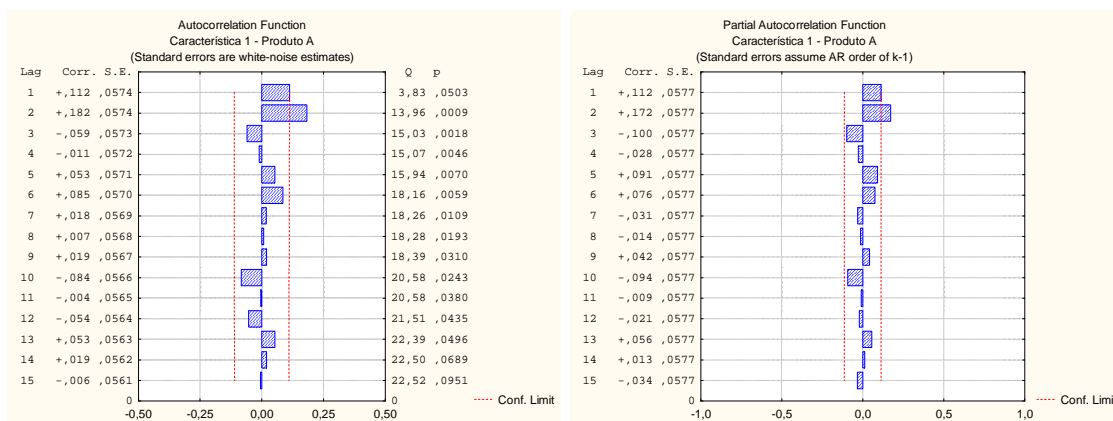


Figura VI.2 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto A após Revista.

Quadro VI.1 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 1 do Produto A Revista.

Característica 1 - Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,05743						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_2	0,181403	0,057262	3,167952	0,001695	0,068714	0,294092

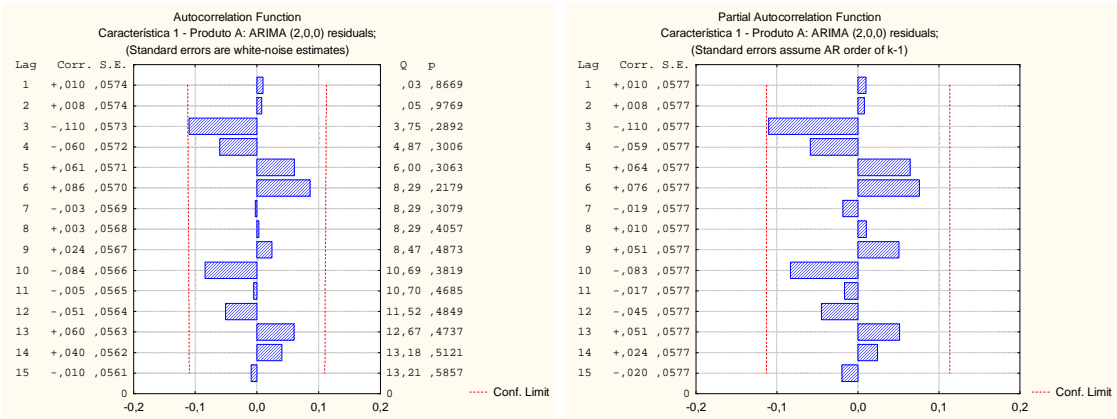


Figura VI.3 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto A Revista.

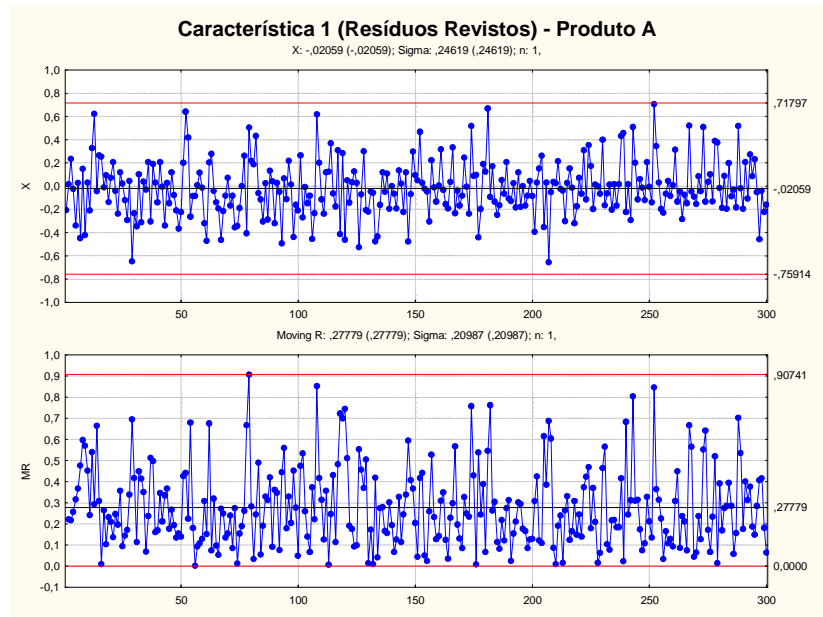


Figura VI.4 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto A.

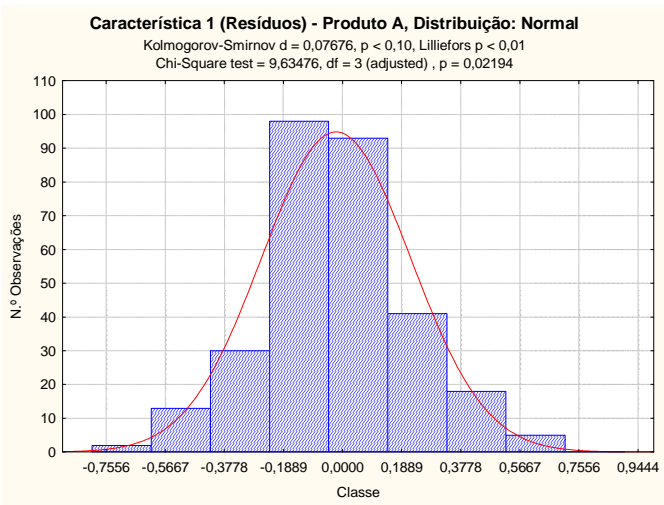


Figura VI.5 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto A.

Quadro VI.2 – Testes para verificar a Normalidade.

Kolmogorov-Smirnov	Qui-Quadrado
$d < 0,05115$	$p > 0,05$

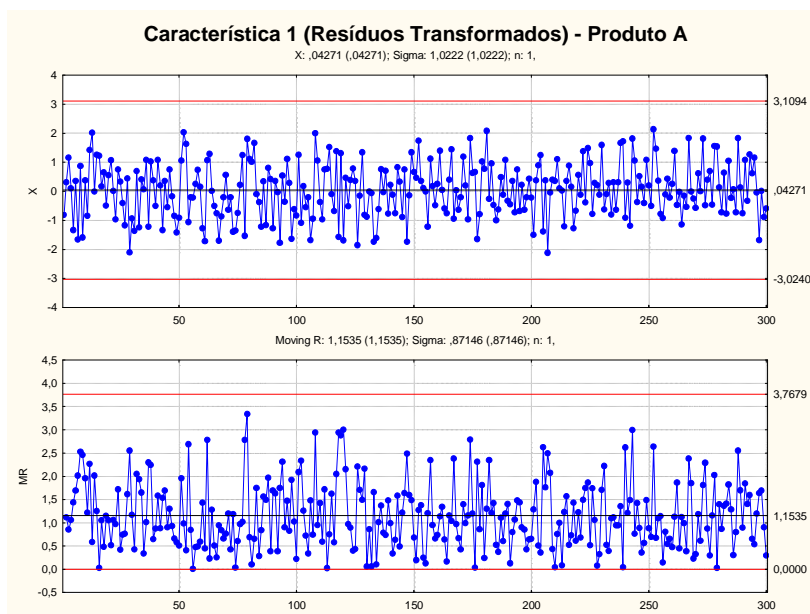


Figura VI.6 - Carta de controle e – MR dos resíduos transformados para a Característica 1 do Produto A.

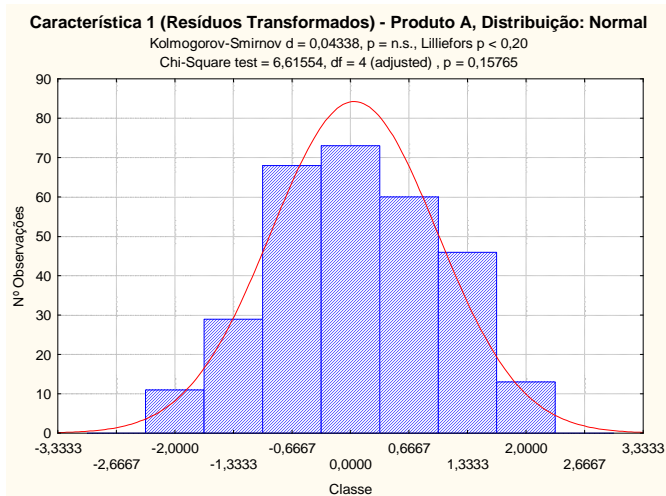


Figura VI.7 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados referentes à Característica 1 do produto A.

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.3 – Estudo da capacidade para a Característica 1 do produto A.

Produto	Caract.	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
A	1	-0,668	-0,034	0,844	1,521	1,349	1,761	1,349

VI.1.2 Característica 2

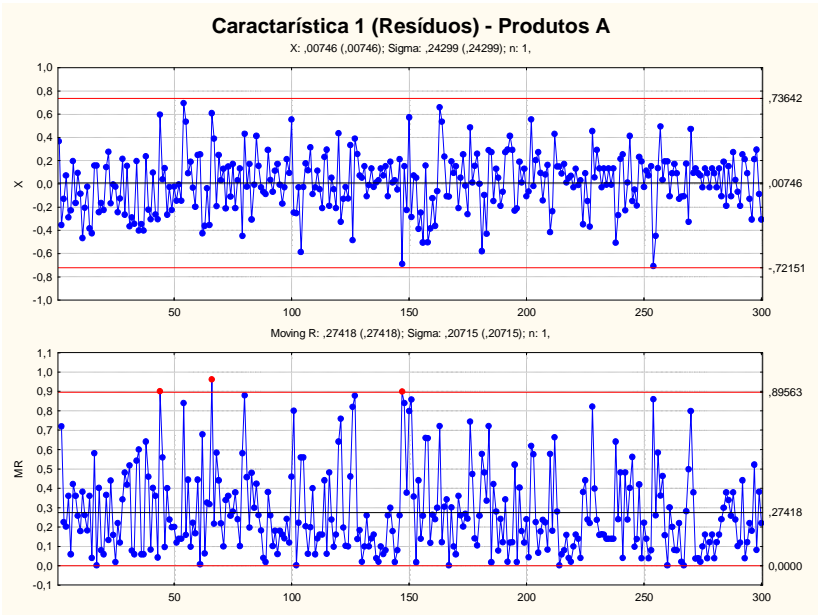


Figura VI.8 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto A.

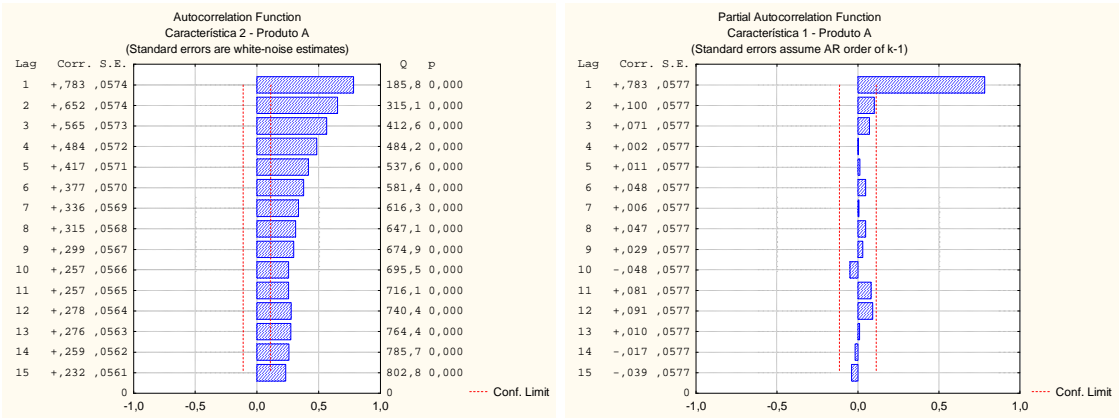


Figura VI.9 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto A após Revista.

Quadro VI.4 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 2 do Produto A Revista.

Característica 2 - Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,05749						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
φ ₁	0,784729	0,035925	21,84350	0,0000	0,714031	0,855427

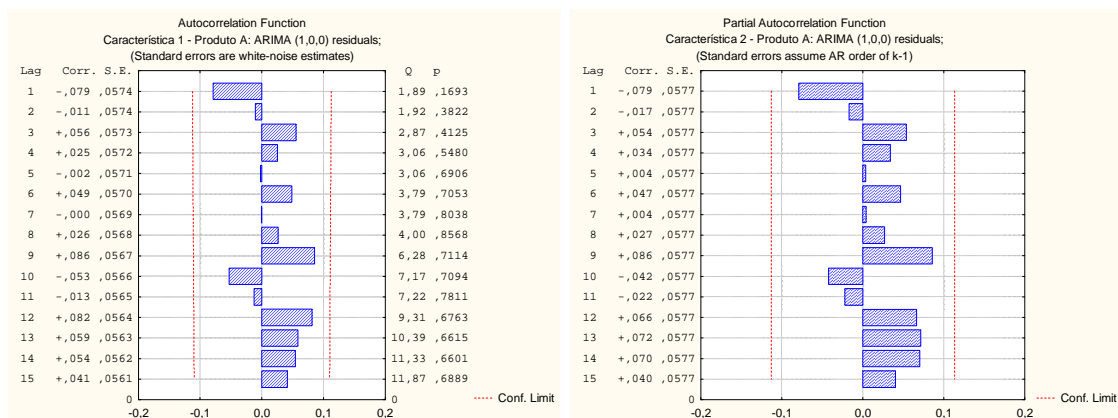


Figura VI.10 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto A Revista.

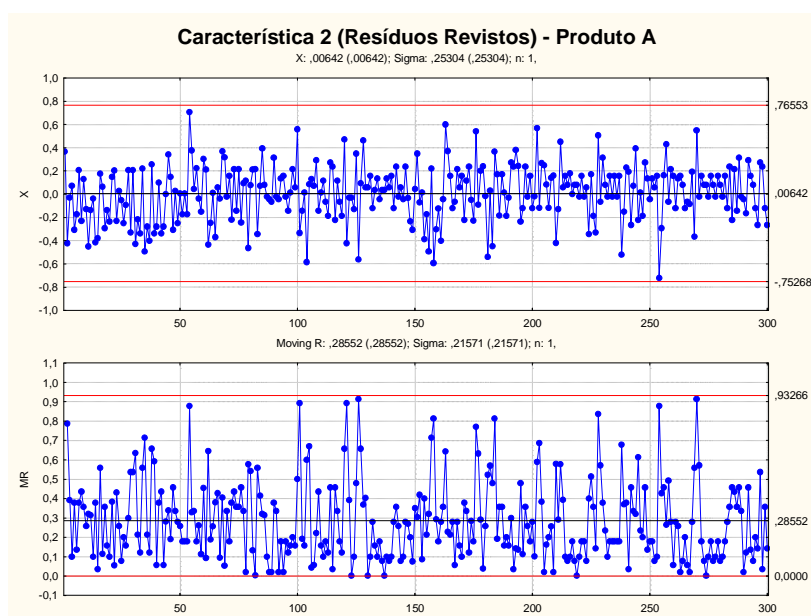


Figura VI.11 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto A.

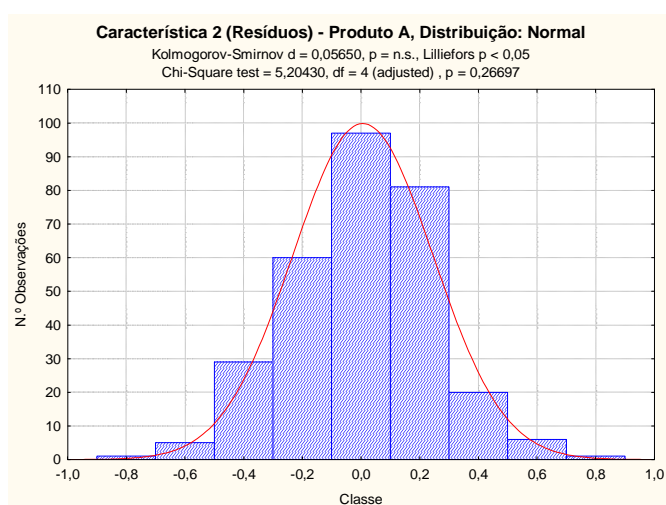


Figura VI.12 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 2 do produto A.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.5 - Parâmetros referentes à Característica 2 do produto A.

		Modelo			Carta de Controle		Processo	
Estimativa		$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro		7,165	0,785	0,783	0,286	0,286	7,165	0,408

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.6 - Estudo da capacidade para a Característica 2 do Produto A.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,227	1,091	1,361	1,091

VI.1.3 Característica 4

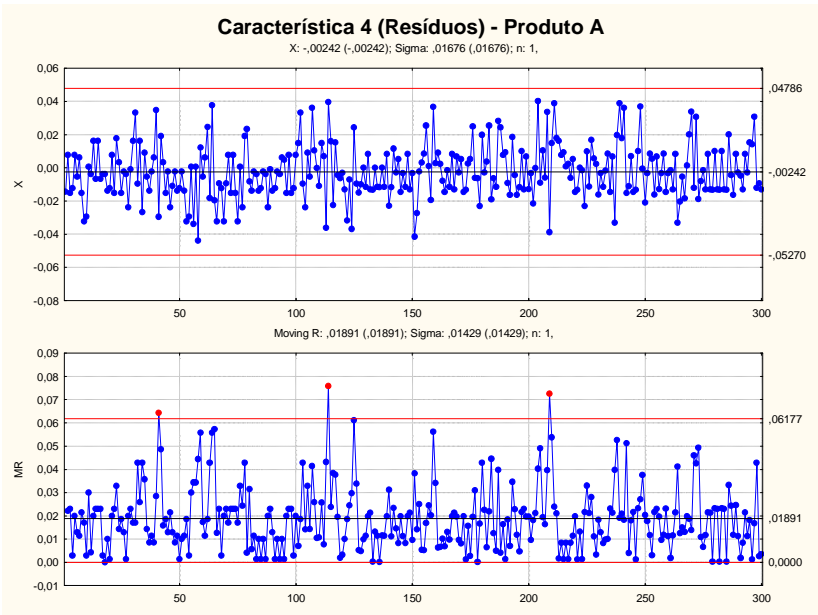


Figura VI.13 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 4 do Produto A.

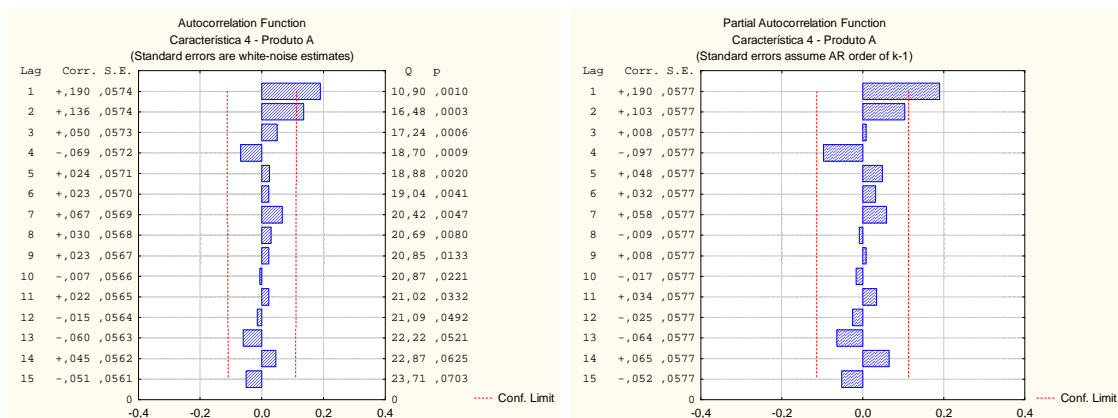


Figura VI.14 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto A após Revista.

Quadro VI.7 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 4 do Produto A Revista.

Característica 4 - Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00025						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,213362	0,056673	3,764757	0,0002	0,101832	0,324891

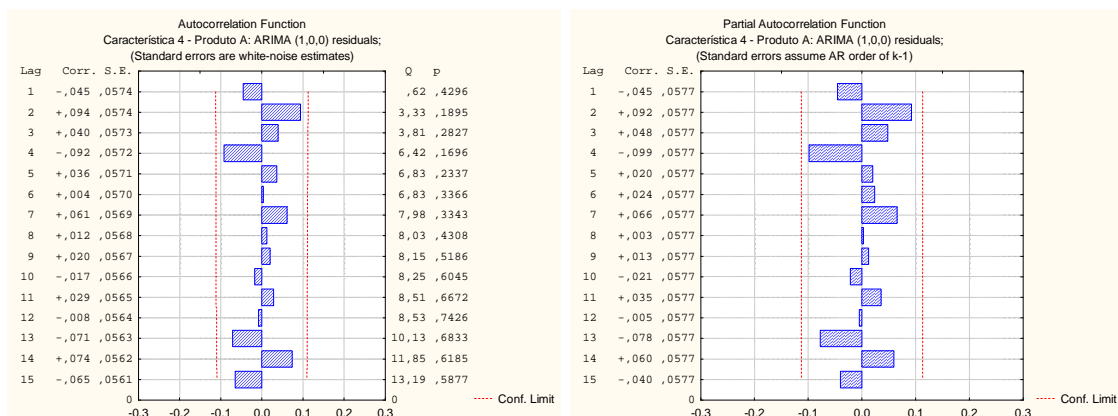


Figura VI.15 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto A Revista.

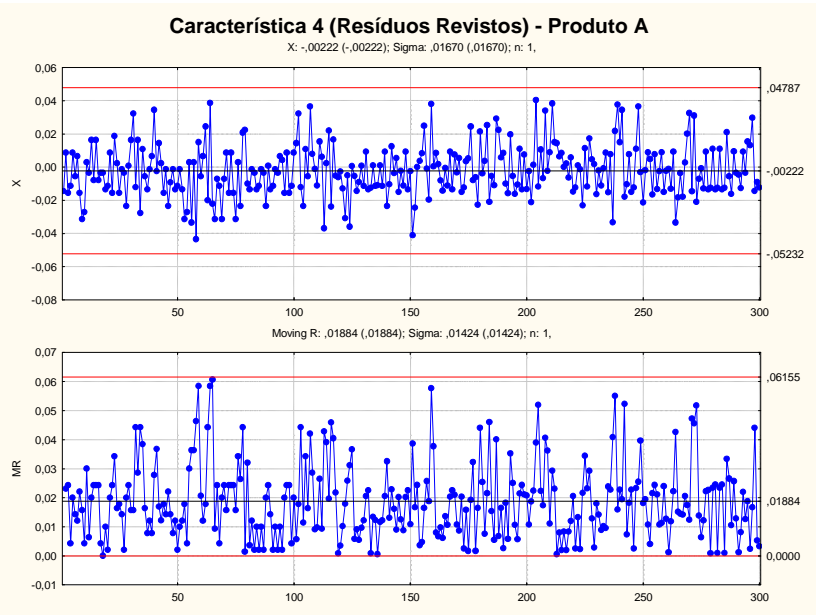


Figura VI.16 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 4 do Produto A.

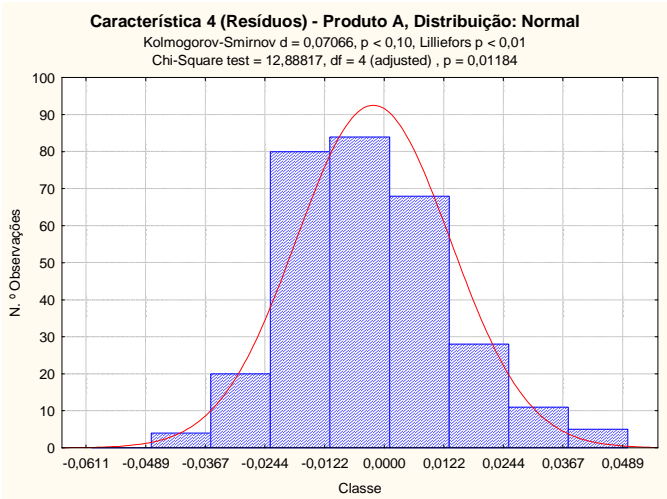


Figura VI.17 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 4 do produto A.

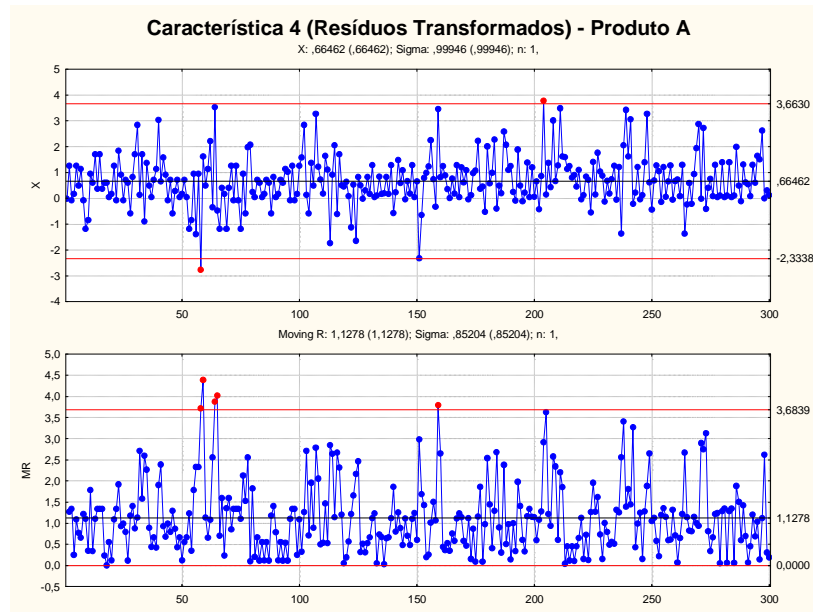


Figura VI.18 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados para a Característica 1 do Produto A.

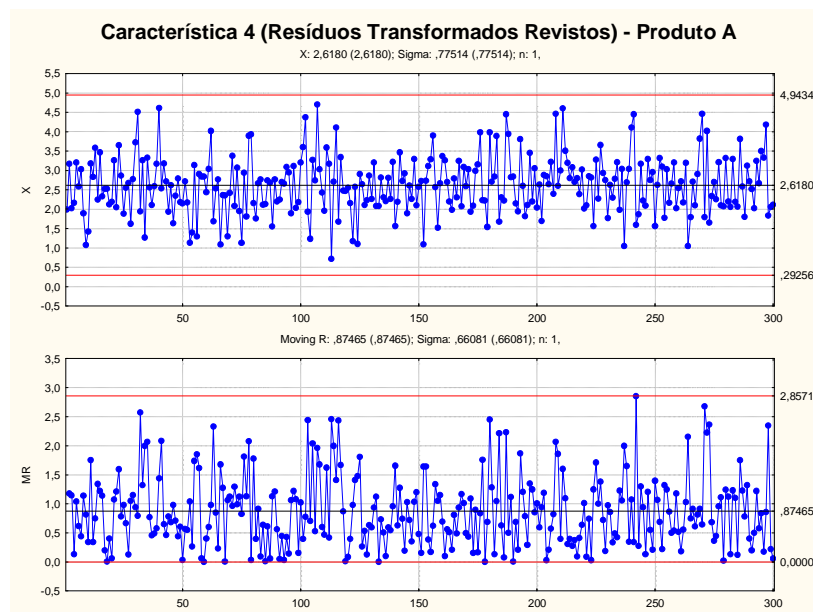


Figura VI.19 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados (Revistos) para a Característica 1 do Produto A.

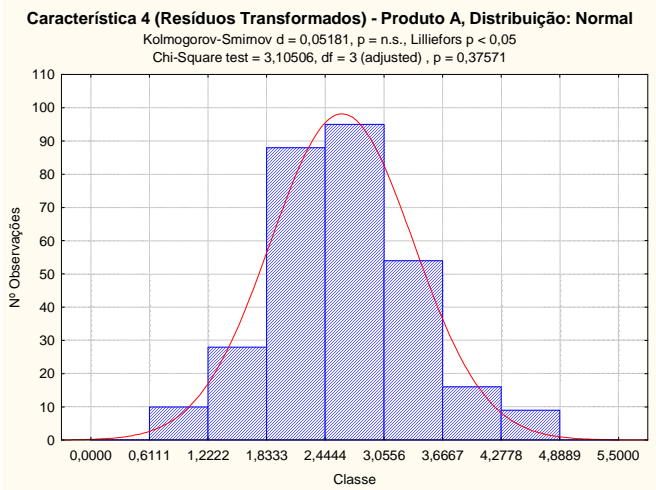


Figura VI.20 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados referentes à Característica 4 do produto A.

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.8 - Estudo da capacidade para a Característica 4 do produto A.

Produto	Caract.	P _{0,135}	\tilde{M}	P _{99,865}	C _{cp}	C _{cpk}	(C _{cpk}) _I	(C _{cpk}) _S
A	4	-0,042	-0,003	0,053	2,098	1,836	2,476	1,836

VI.1.4 Característica 6

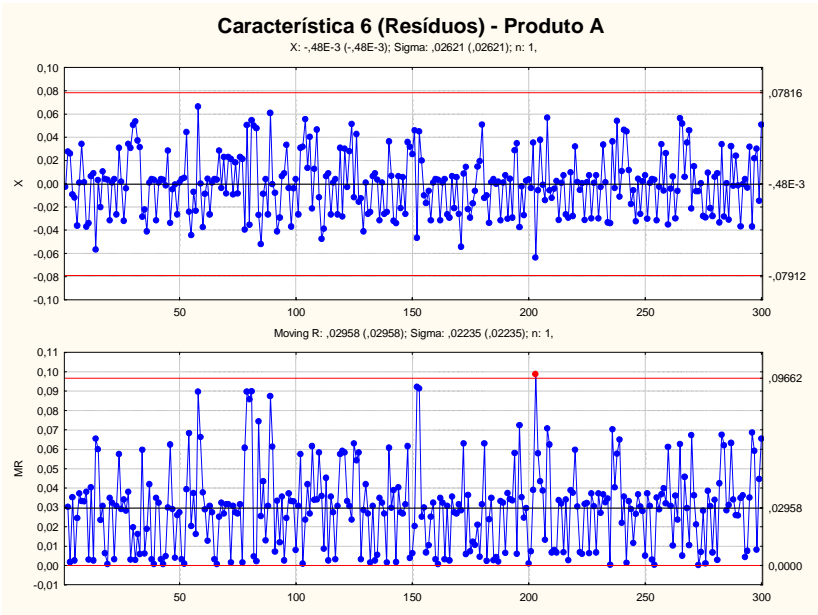


Figura VI.21 - Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 6 do Produto A.

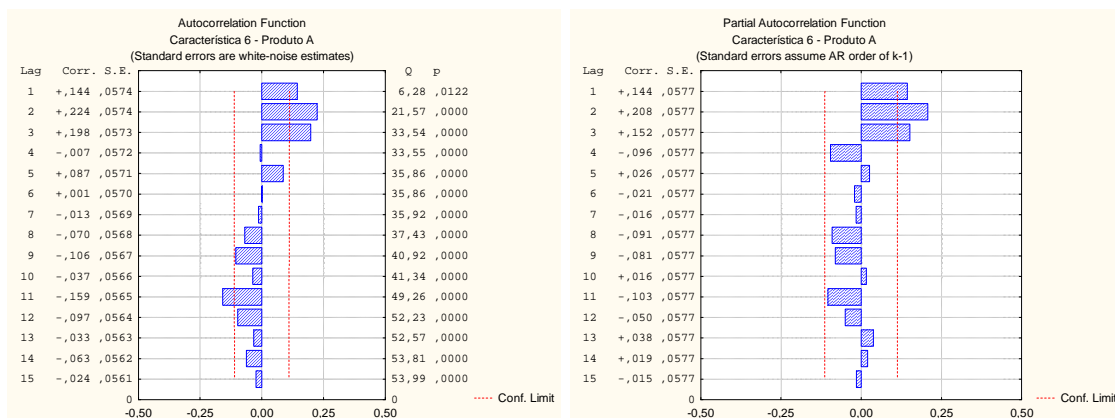


Figura VI.22 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto A após Revista.

Quadro VI.9 - Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 3 do Produto A Revista.

Característica 6 - Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,00067						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_2	0,192563	0,057128	3,370730	0,000849	0,080136	0,304991
ϕ_3	0,155327	0,058027	2,676797	0,007846	0,041130	0,269524

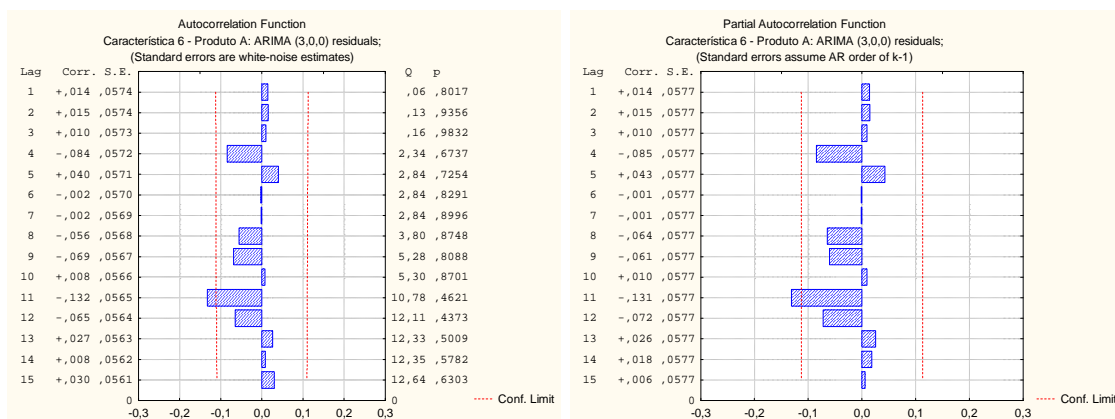


Figura VI.23 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto A Revista.

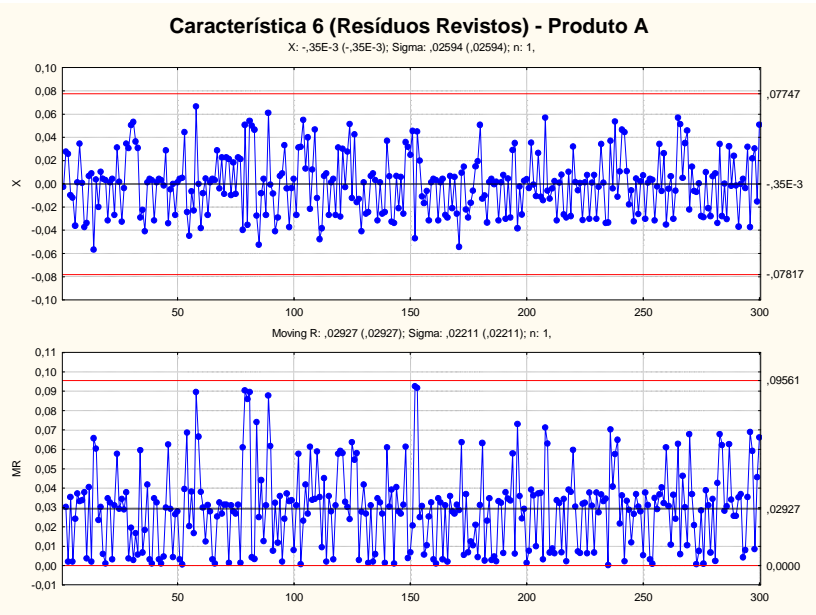


Figura VI.24 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 6 do Produto A.

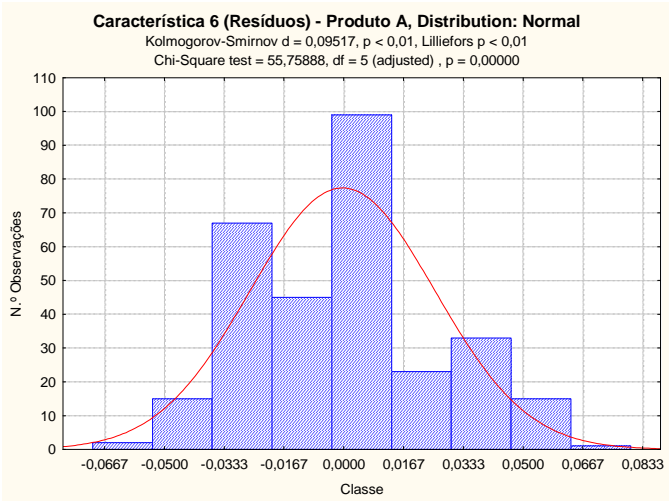


Figura VI.25 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 6 do produto A.

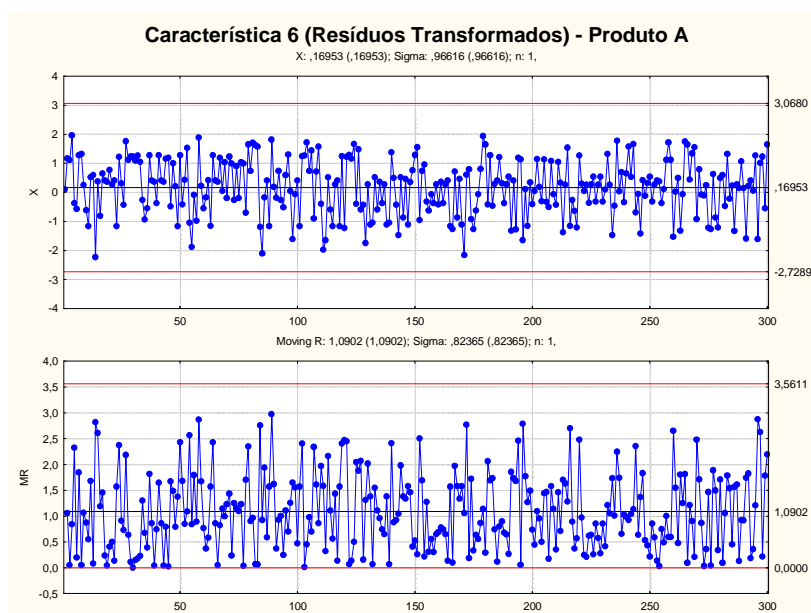


Figura VI.26 - Carta de controle e – MR dos resíduos transformados para a Característica 6 do Produto A.

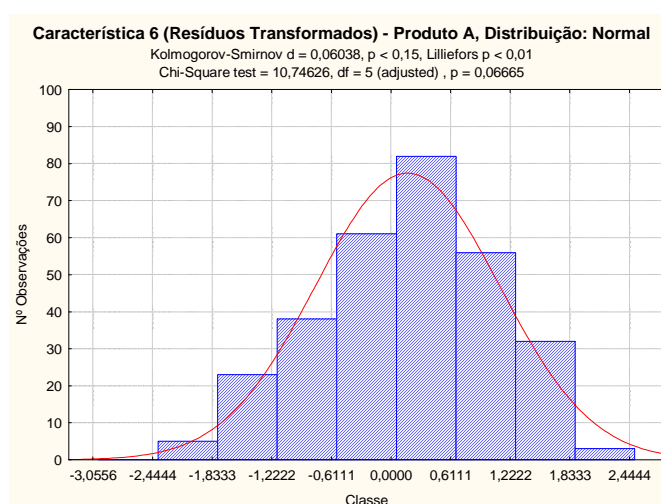


Figura VI.27 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados referentes à Característica 6 do produto A.

Análise de Capacidade do Processo

Quadro VI.10 - Estudo da capacidade para a Característica 6 do produto A.

Produto	Caract.	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
A	6	-0,054	-0,002	0,073	2,357	2,021	2,845	2,021

VI.2 Produto B

VI.2.1 Característica 1

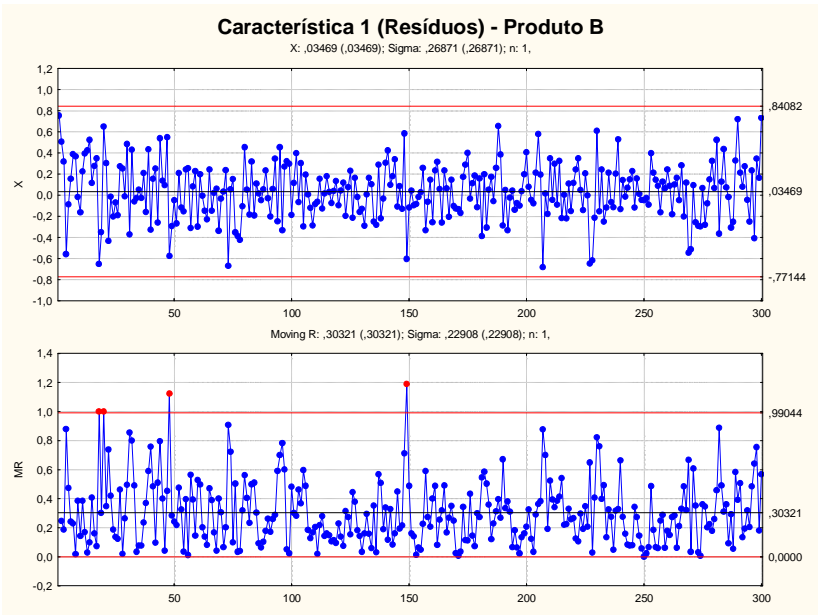


Figura VI.28 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto B.

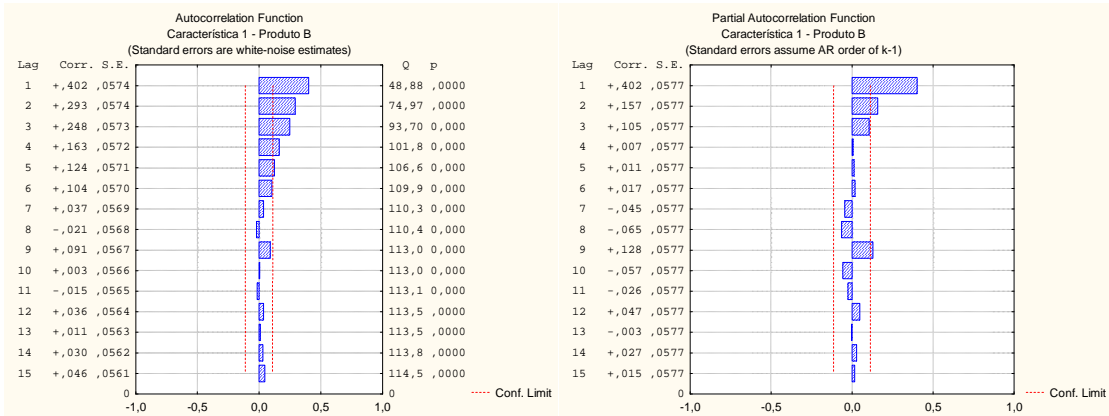


Figura VI.29 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto B após Revista.

Quadro VI.11 - Parâmetros do modelo $AR(2)$ referentes à Característica 1 do Produto B Revista.

Característica 1 – Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,07021						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,373055	0,057714	6,463827	0,000000	0,259476	0,486634
ϕ_2	0,182955	0,057798	3,165434	0,001709	0,069211	0,296698

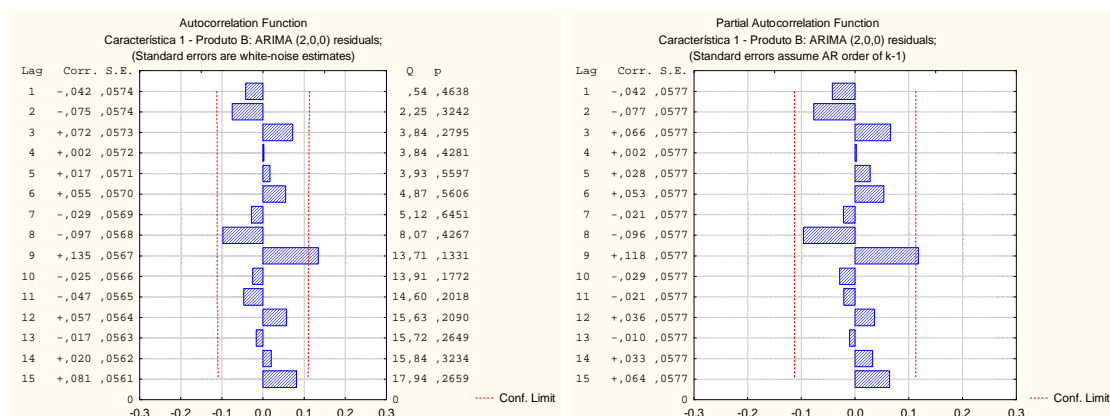


Figura VI.30 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto B Revista.

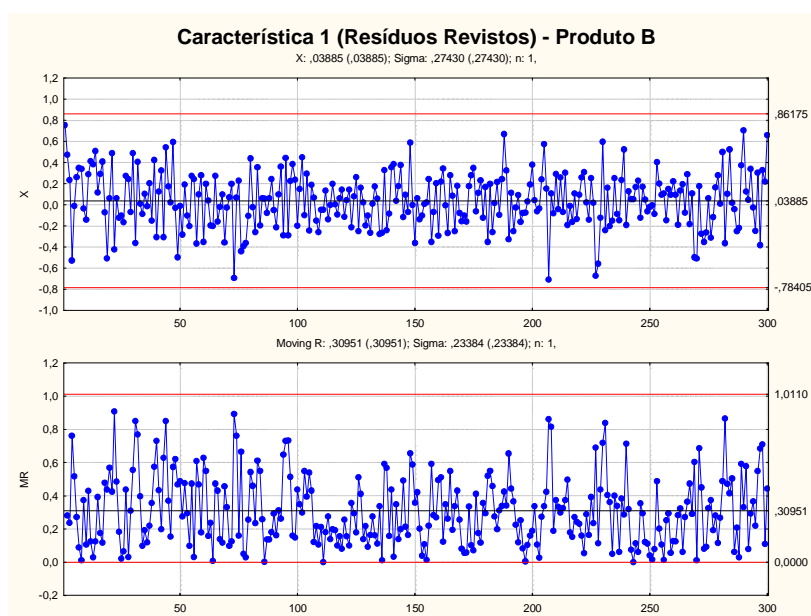


Figura VI.31 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto B.

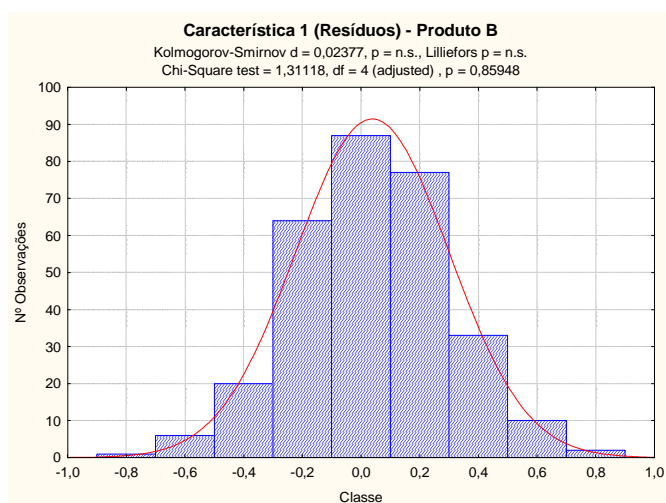


Figura VI.32 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto B.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.12 - Parâmetros referentes à Característica 1 do produto B.

Modelo						Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\rho}_2$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	22,331	0,373	0,402	0,183	0,157	0,310	0,274	22,331	0,303

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.13 - Estudo da capacidade para a Característica 1 do Produto B.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,431	1,397	1,465	1,397

VI.2.2 Característica 2

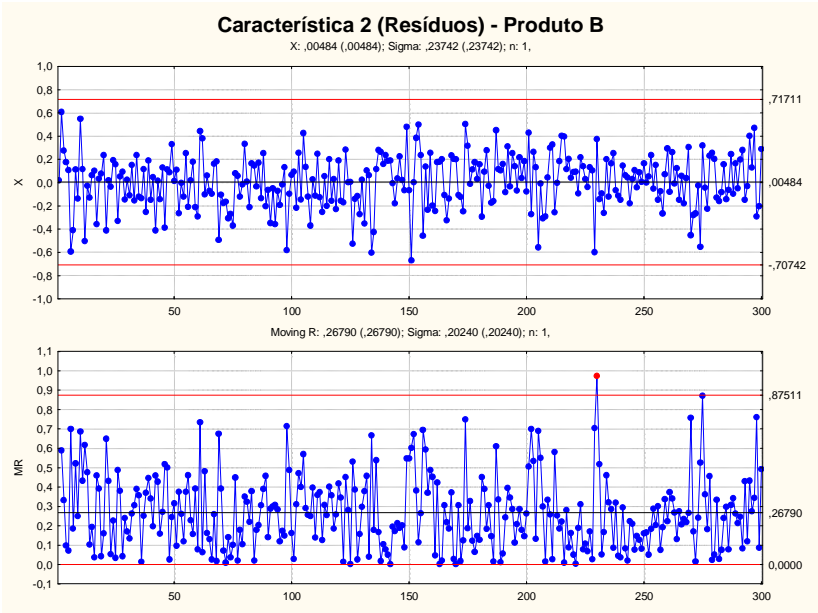


Figura VI.33 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto B.

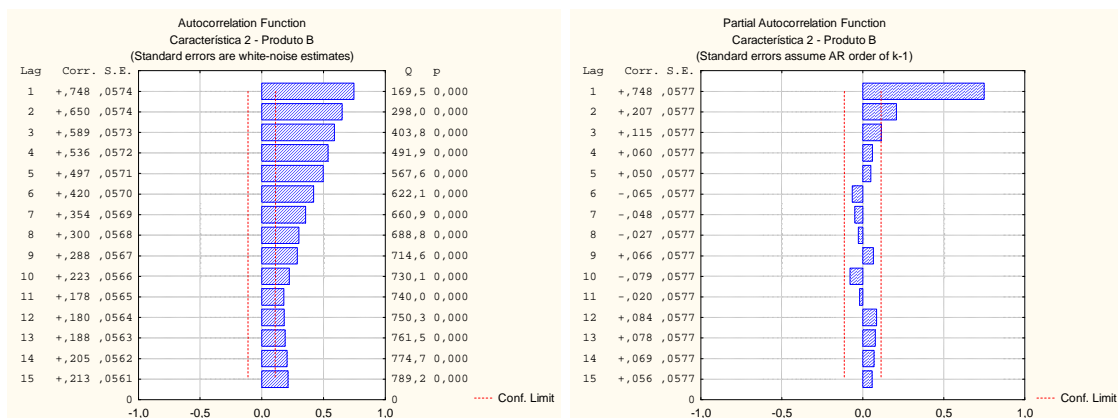


Figura VI.34 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto B após Revista.

Quadro VI.14 - Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 2 do Produto B Revista.

Característica 2 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,05314						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,576017	0,057965	9,93729	0,0000	0,461943	0,690092
ϕ_2	0,133869	0,066645	2,00867	0,0455	0,002713	0,265024
ϕ_3	0,117889	0,058046	2,03097	0,0431	0,003656	0,232122

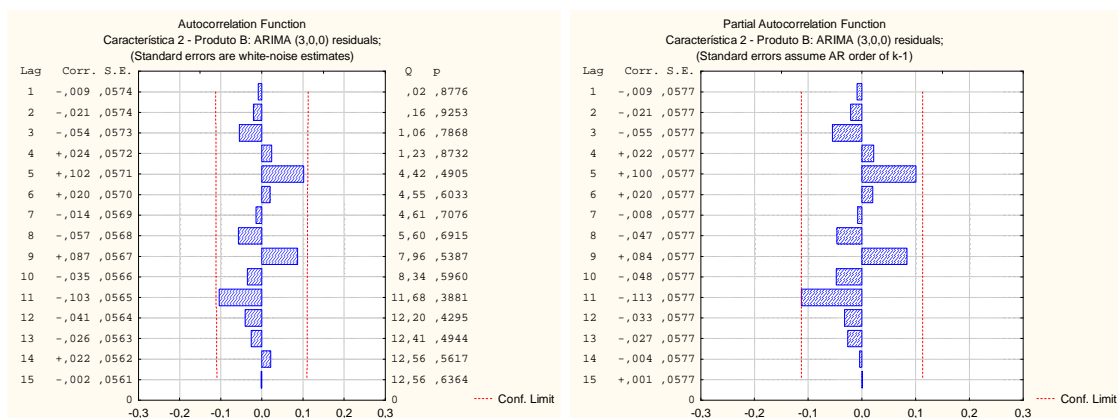


Figura VI.35 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto B Revista.

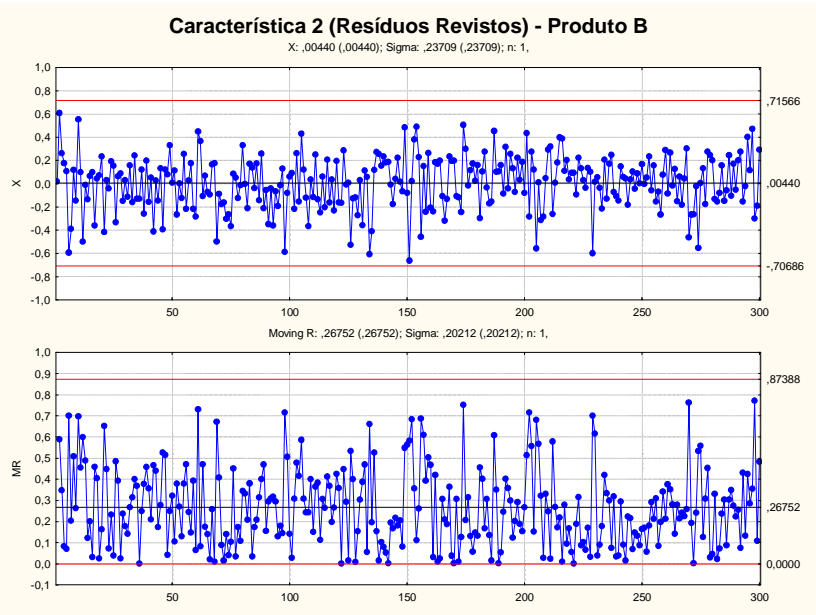


Figura VI.36 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 2 do Produto B.

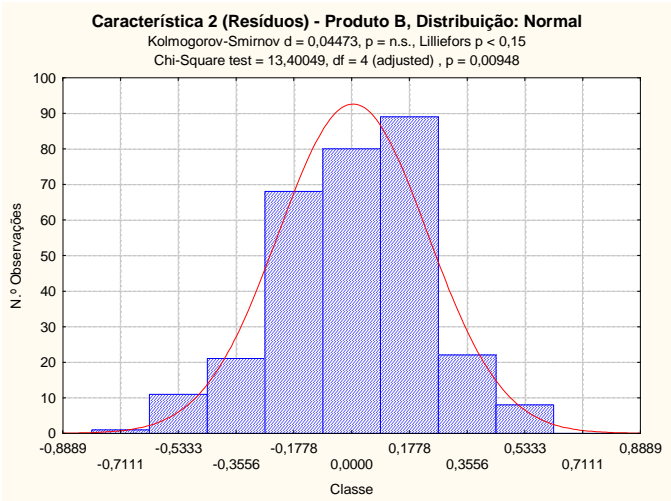


Figura VI.37 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 2 do produto B.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.15 - Parâmetros referentes à Característica 2 do produto B.

Modelo							
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\rho}_2$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\rho}_3$
Parâmetro	6,397	0,576	0,748	0,134	0,207	0,118	0,115

Carta de Controle		Processo	
\overline{MR}	σ_{ε}	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
0,268	0,237	6,397	0,326

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.16 - Estudo da capacidade para a Característica 2 do Produto B.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,532	1,426	1,426	1,637

VI.2.3 Característica 4

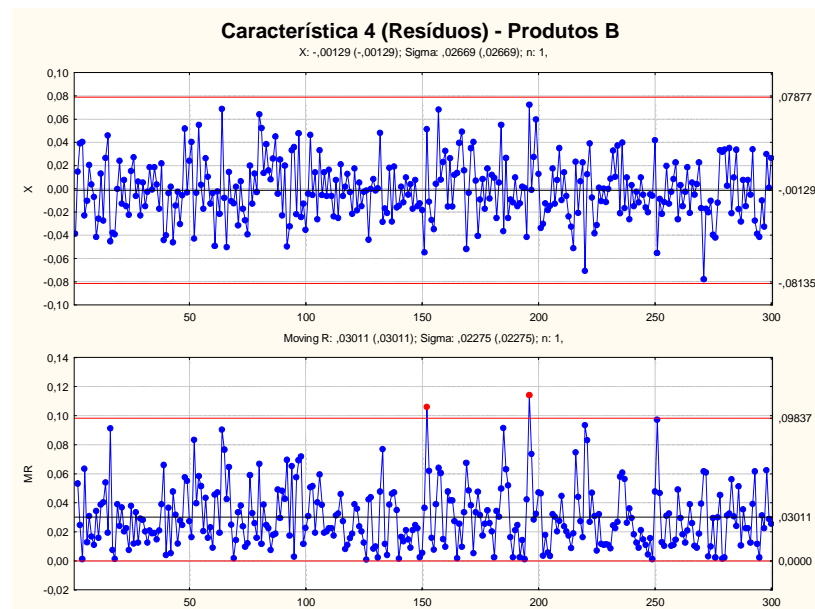


Figura VI.38 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 4 do Produto B.

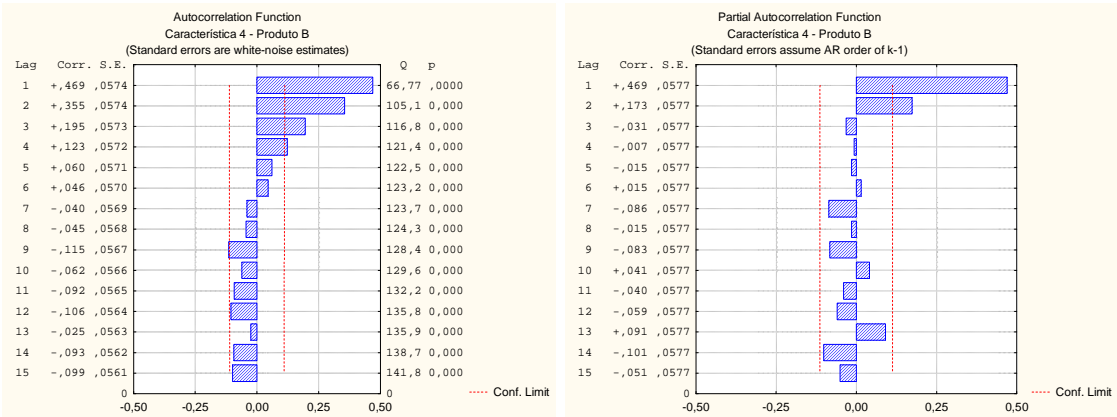


Figura VI.39 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto B após Revista.

Quadro VI.17 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 4 do Produto B Revista

Característica 4 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,00066						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,392471	0,057235	6,857145	0,0000	0,279834	0,505108
ϕ_2	0,176159	0,057250	3,077019	0,0023	0,063494	0,288824

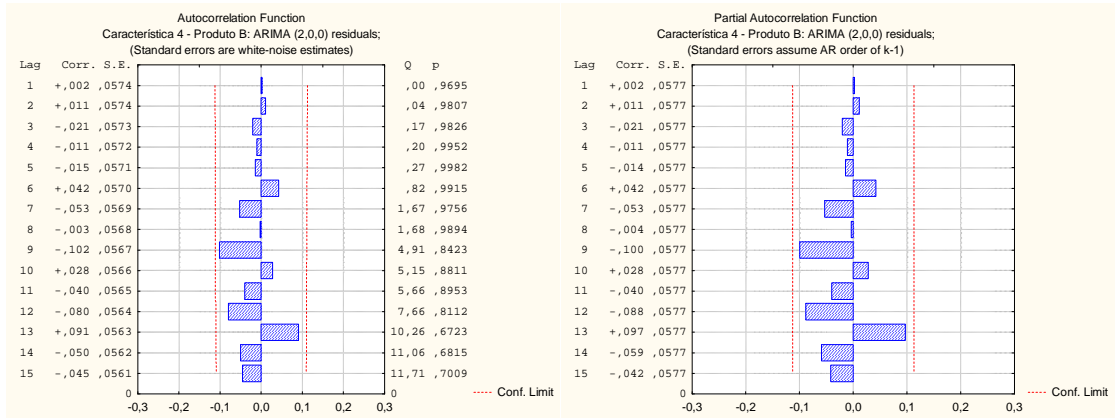


Figura VI.40 – FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto B Revista.

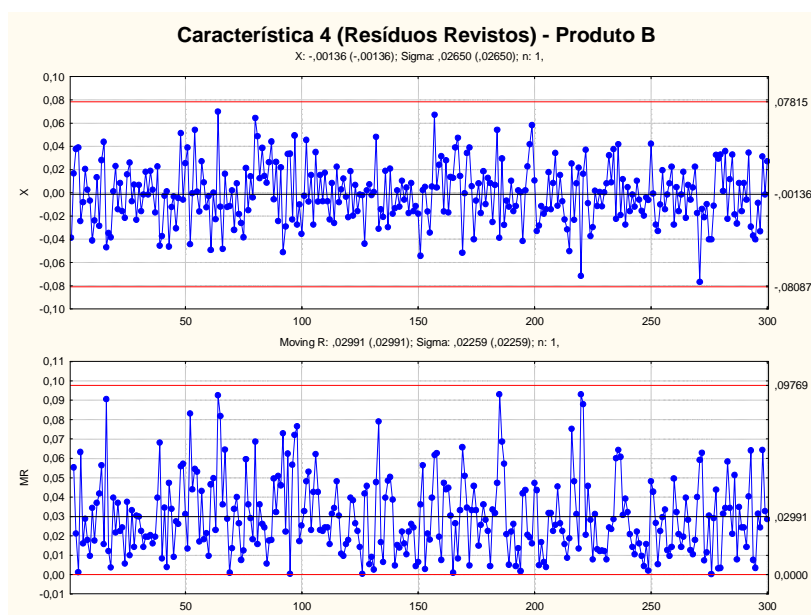


Figura VI.41 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 4 do Produto B.

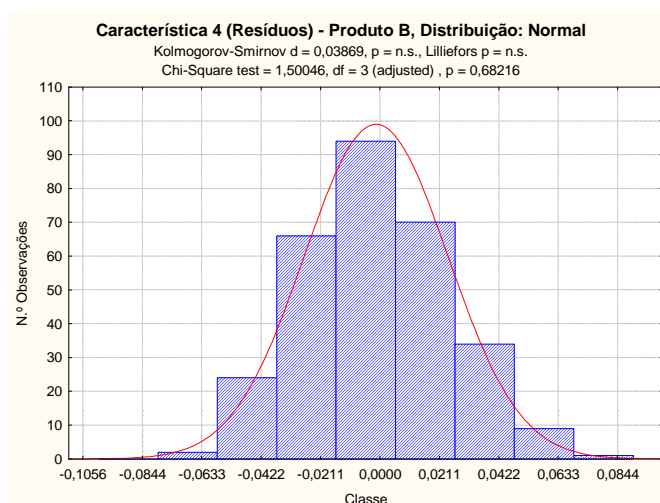


Figura VI.42 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 4 do produto B.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.18 - Parâmetros referentes à Característica 4 do produto B.

Modelo						Carta de Controle	Processo		
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\rho}_2$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	1,316	0,392	0,469	0,176	0,173	0,0299	0,0265	1,316	0,0299

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.19 - Estudo da capacidade para a Característica 4 do Produto B.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,671	1,510	1,510	1,832

VI.2.4 Característica 6

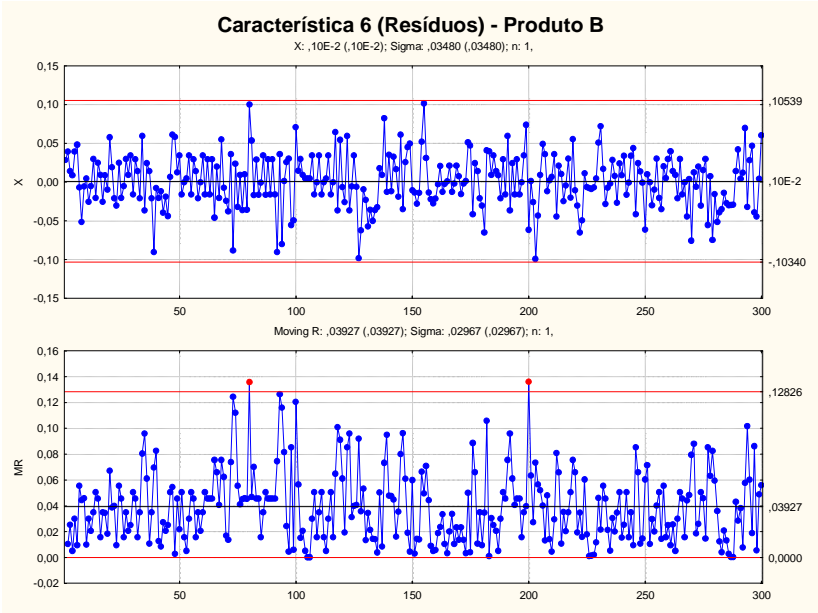


Figura VI.43 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 4 do Produto B.

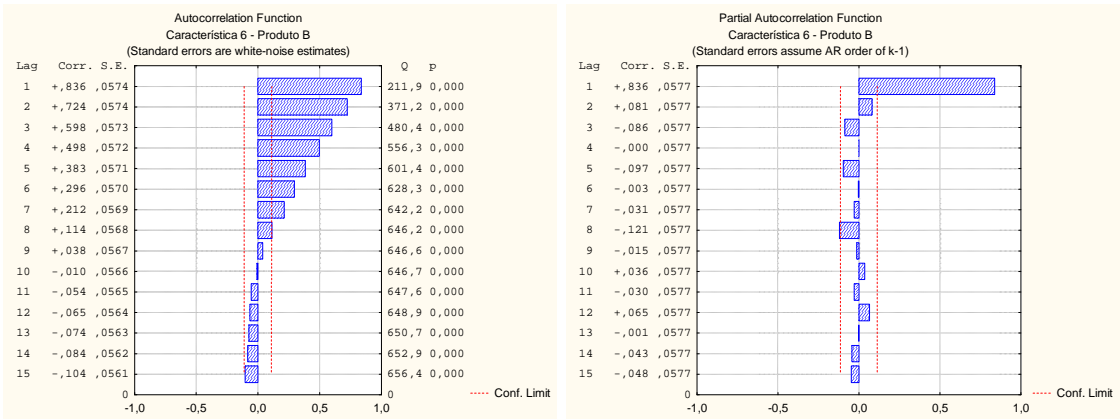


Figura VI.44 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto B após Revista.

Quadro VI.20 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 6 do Produto B Revista.

Característica 6 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00109						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,838945	0,031613	26,53815	0,00	0,776733	0,901156

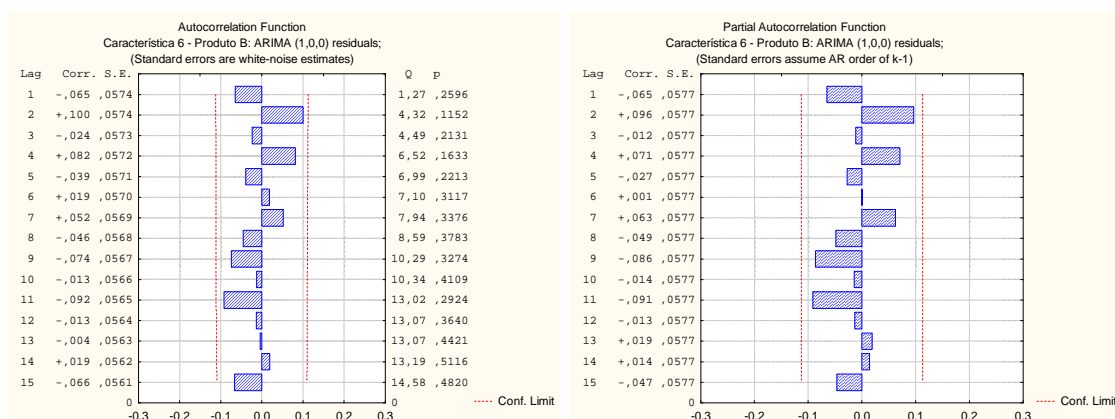


Figura VI.45 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto B Revista.

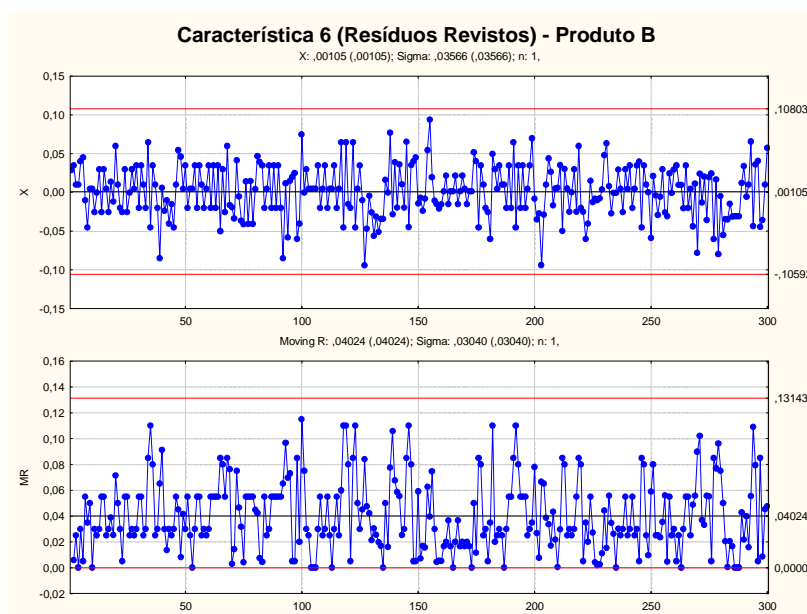


Figura VI.46 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 6 do Produto B.

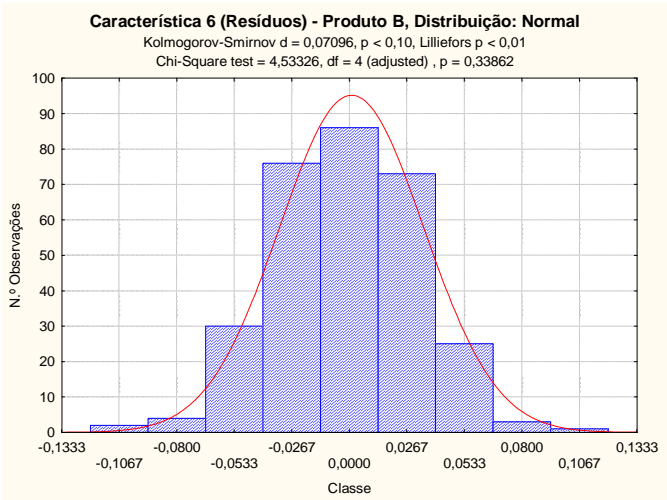


Figura VI.47 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 6 do produto B.

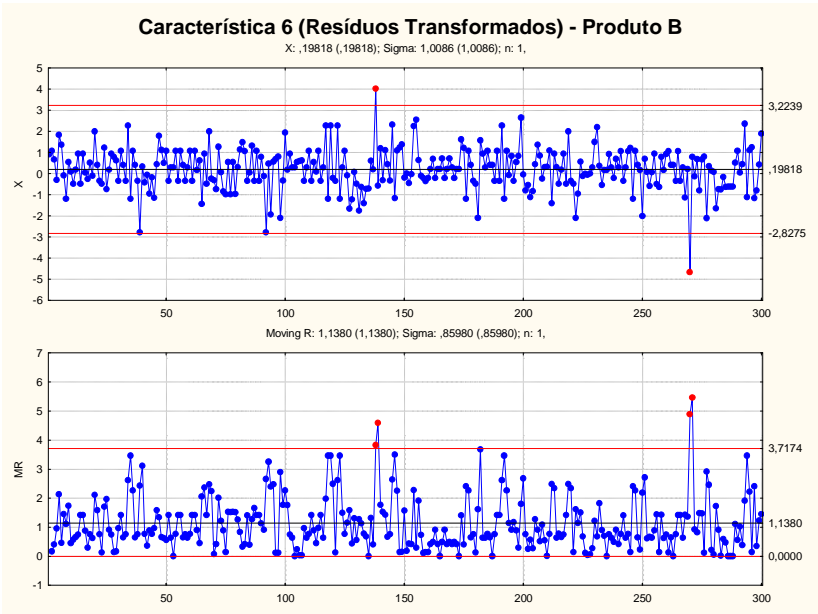


Figura VI.48 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados para a Característica 6 do Produto B.

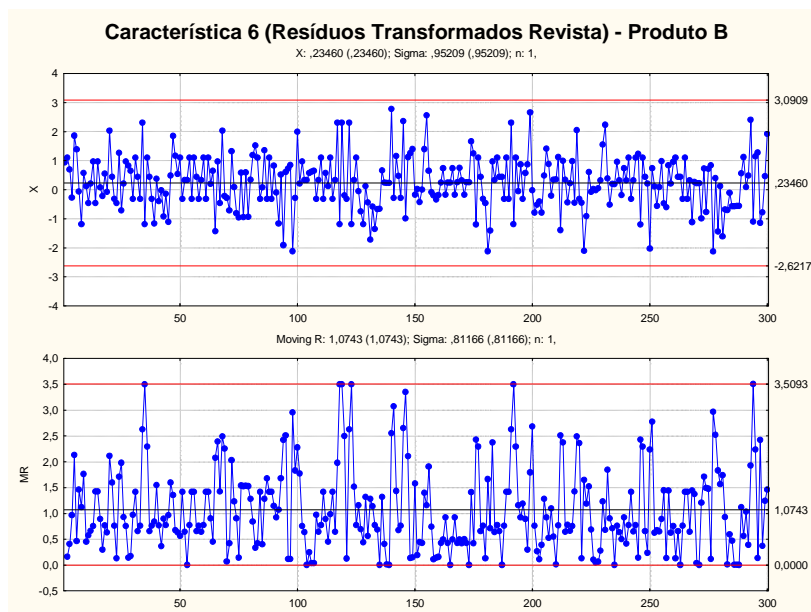


Figura VI.49 - Carta de controle e – MR dos resíduos transformados (Revistos) para a Característica 6 do Produto B.

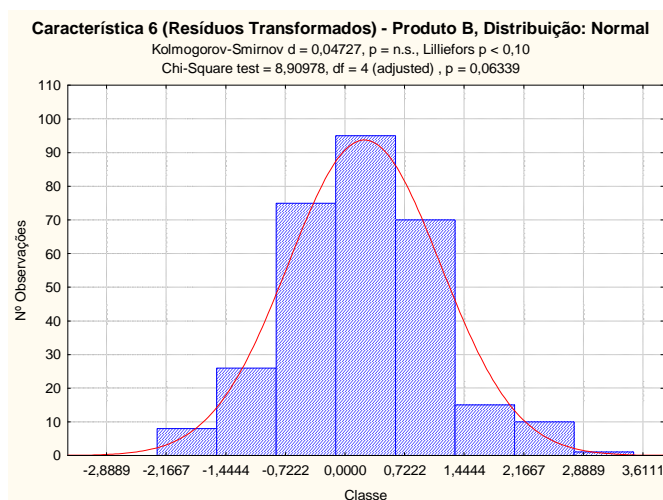


Figura VI.50 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados referentes à Característica 6 do produto B.

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.21 - Estudo da capacidade para a Característica 6 do produto B.

Produto	Caract.	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
B	6	-0,094	0,002	0,090	1,086	1,061	1,061	1,113

VI.3 Produto C

VI.3.1 Característica 1

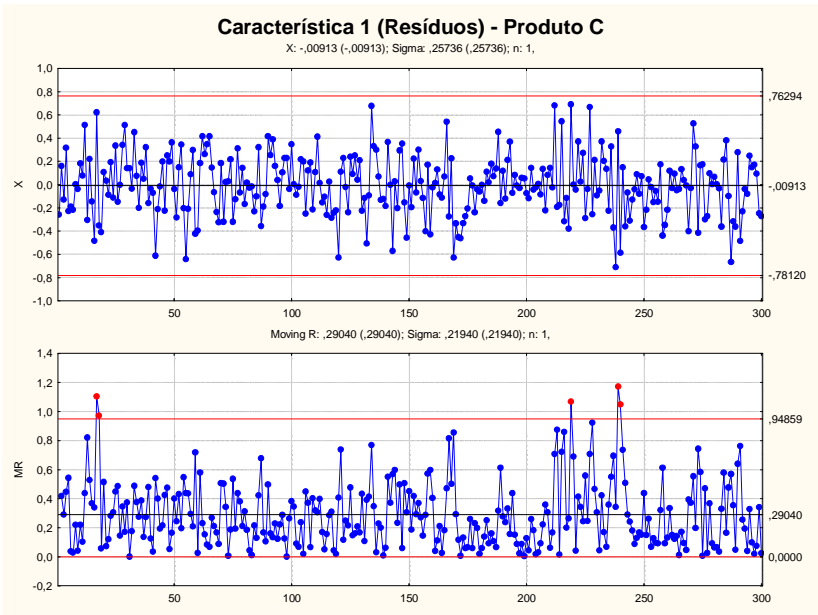


Figura VI.51 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto C.

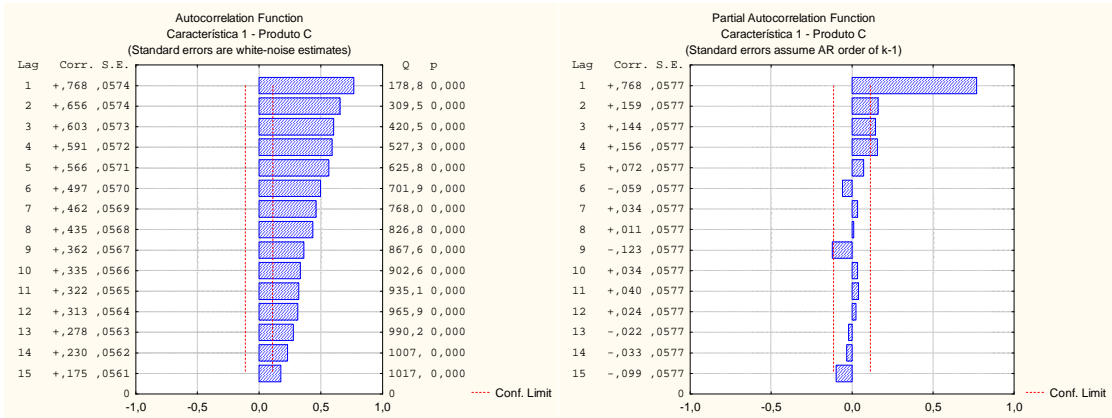


Figura VI.52 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto C após Revista.

Quadro VI.22 - Parâmetros do modelo $AR(4)$ referentes à Característica 1 do Produto C Revista.

Característica 1- Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (4,0,0) MS Residual = 0,06526						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,603553	0,057582	10,48166	0,000000	0,490231	0,716875
ϕ_4	0,159196	0,057801	2,75422	0,006247	0,045444	0,272948

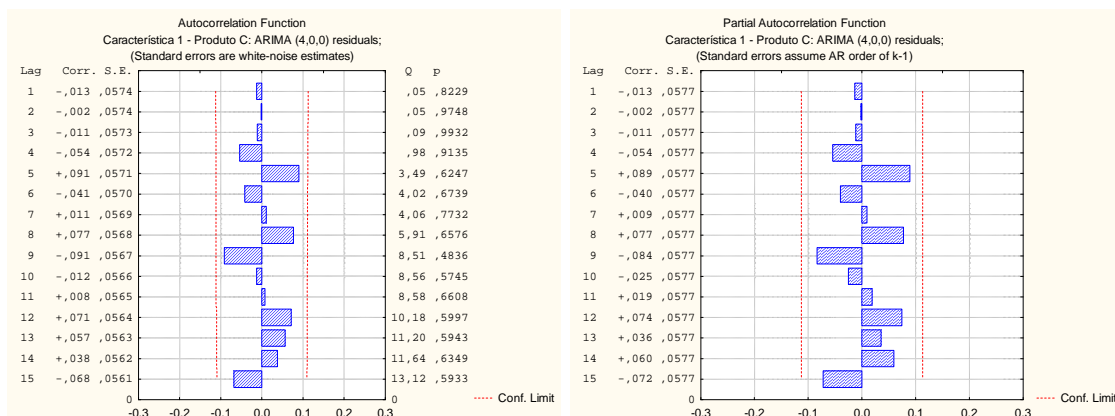


Figura VI.53 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto C Revista.

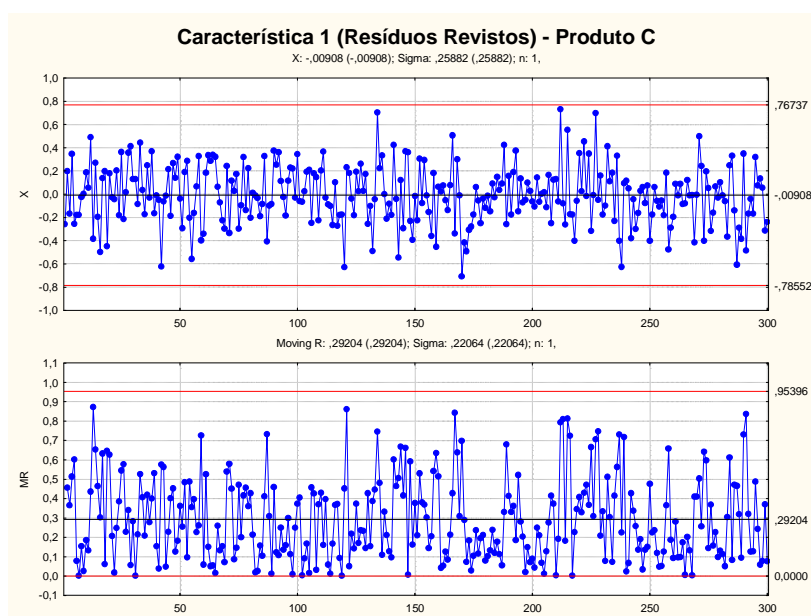


Figura VI.54 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto C.

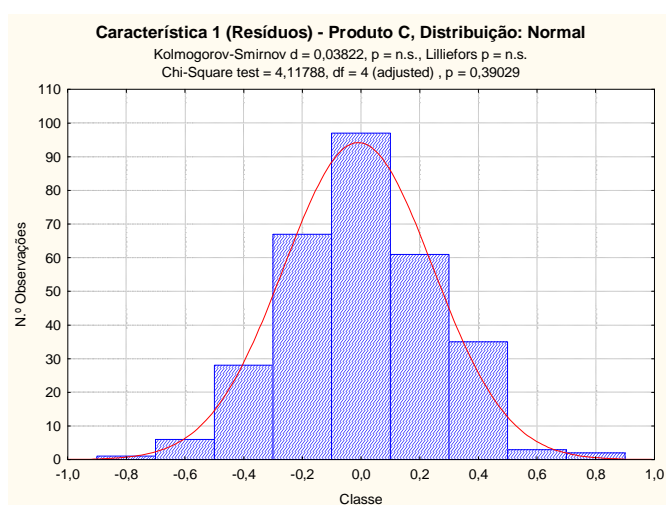


Figura VI.55 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto C.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.23 - Parâmetros referentes à Característica 1 do produto C.

Modelo						Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_4$	$\hat{\rho}_4$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	11,210	0,604	0,768	0,159	0,156	0,292	0,259	11,210	0,316

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.24 - Estudo da capacidade para a Característica 1 do Produto C.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
2,111	1,805	1,805	2,417

VI.3.2 Característica 2

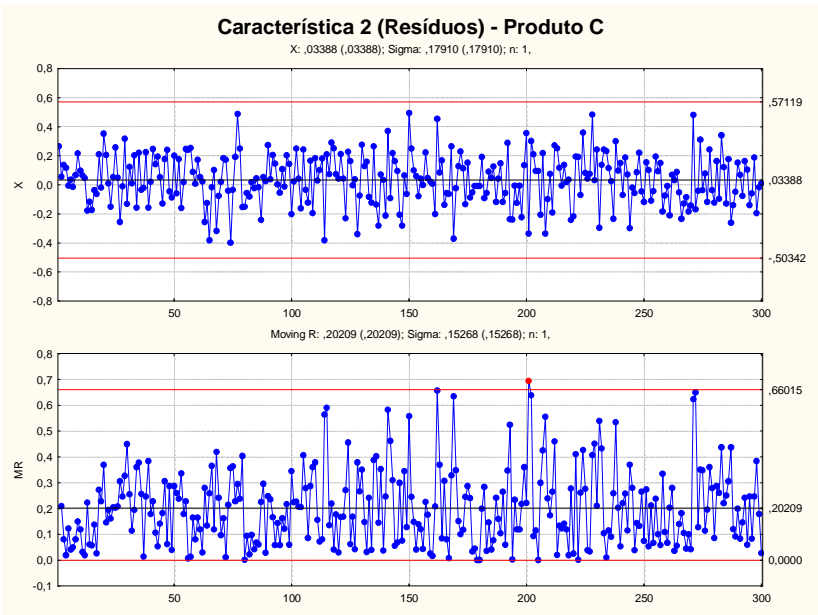


Figura VI.56 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto C.

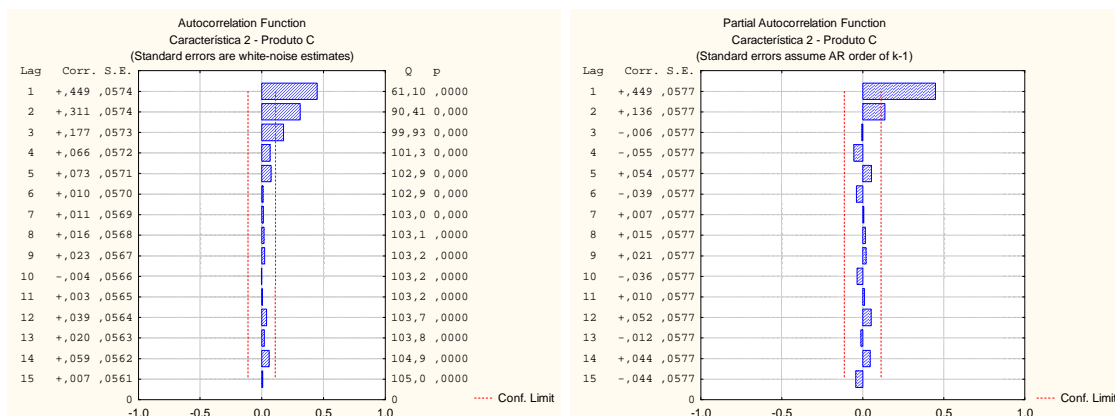


Figura VI.57 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto C após Revista.

Quadro VI.25 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 2 do Produto C Revista.

Característica 2 - Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,02984						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,449607	0,056875	7,905146	0,000000	0,337679	0,561535
ϕ_2	0,198236	0,056878	3,485293	0,000565	0,086303	0,310169

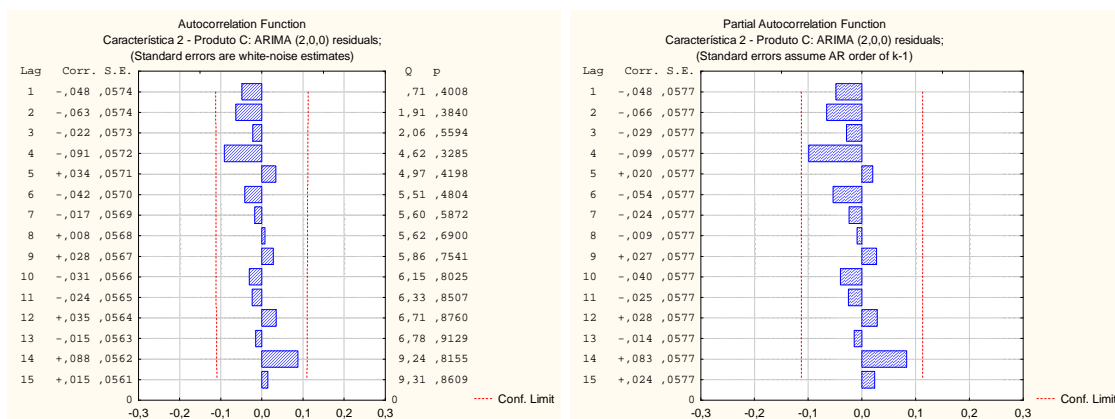


Figura VI.58 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto C Revista.

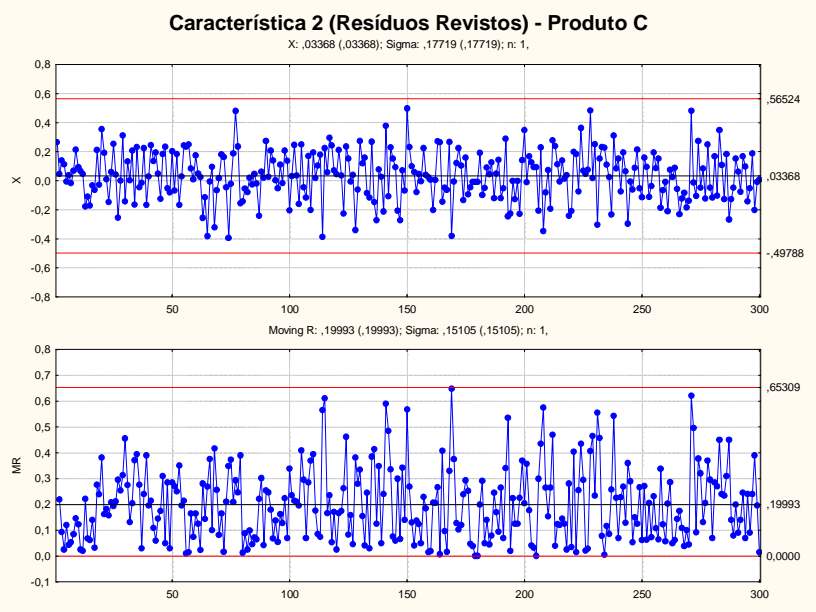


Figura VI.59 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 2 do Produto C.

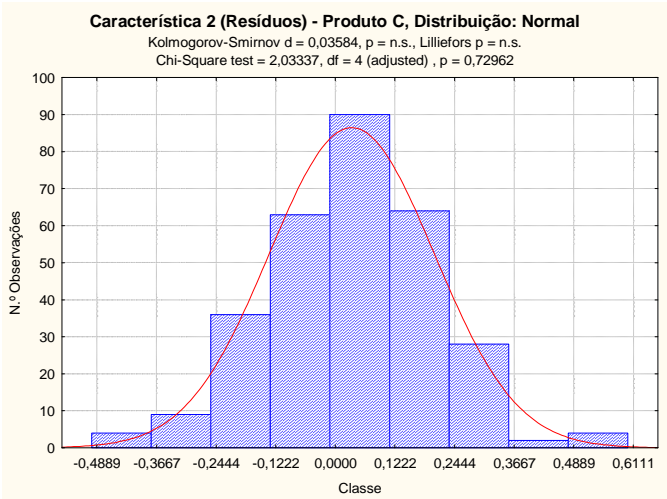


Figura VI.60 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 2 do produto C.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.26 - Parâmetros referentes à Característica 2 do produto C.

Modelo						Carta de Controlo		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\rho}_2$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	8,331	0,450	0,449	0,198	0,136	0,1999	0,178	8,331	0,202

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.27 - Estudo da capacidade para a Característica 2 do Produto C.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,239	1,104	1,373	1,104

VI.3.3 Característica 5

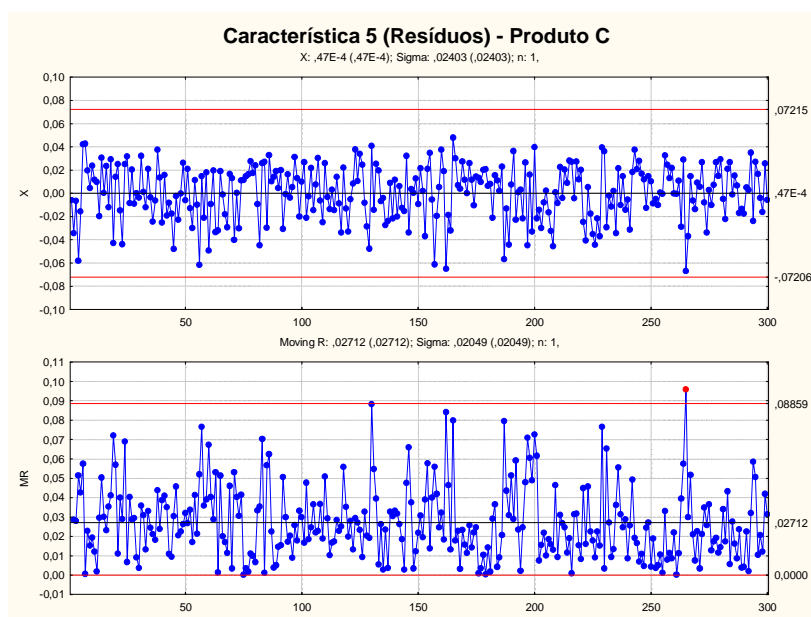


Figura VI.61 - Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 5 do Produto C.

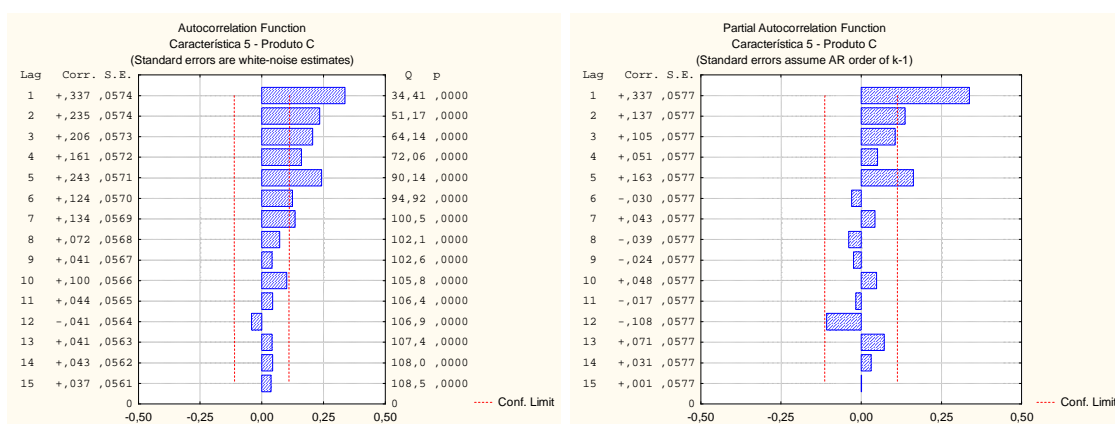


Figura VI.62 – FACE e FACPE referentes à Característica 5 do Produto C após Revista.

Quadro VI.28 - Parâmetros do modelo AR(5) referentes à Característica 5 do Produto C Revista.

Característica 5 - Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (5,0,0) MS Residual = 0,00054						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,262621	0,057535	4,564557	0,000007	0,149391	0,375852
ϕ_5	0,164401	0,057733	2,847591	0,004715	0,050780	0,278023

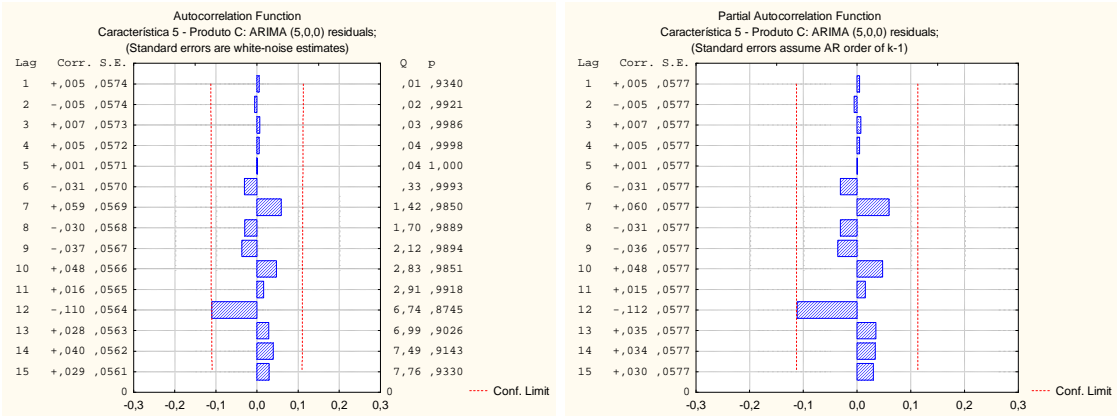


Figura VI.63 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 5 do Produto C Revista.

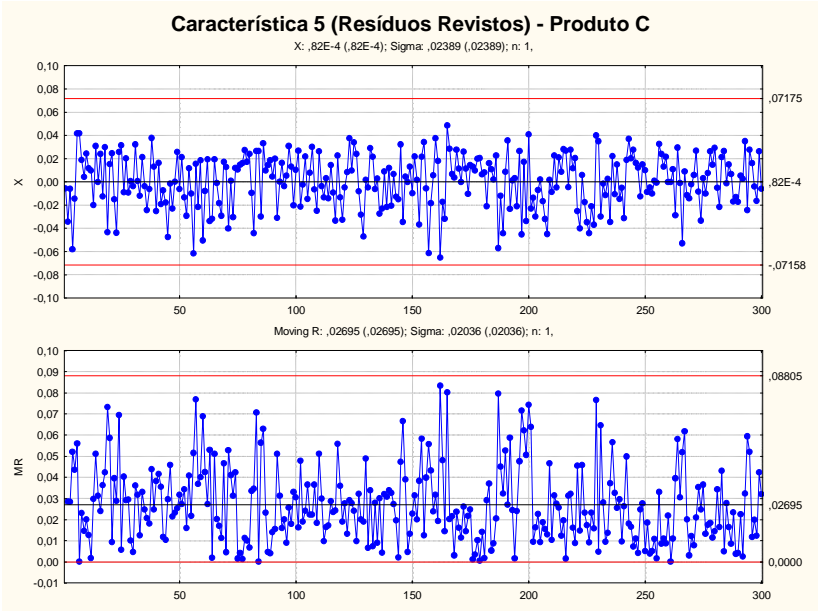


Figura VI.64 – Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 5 do Produto C.

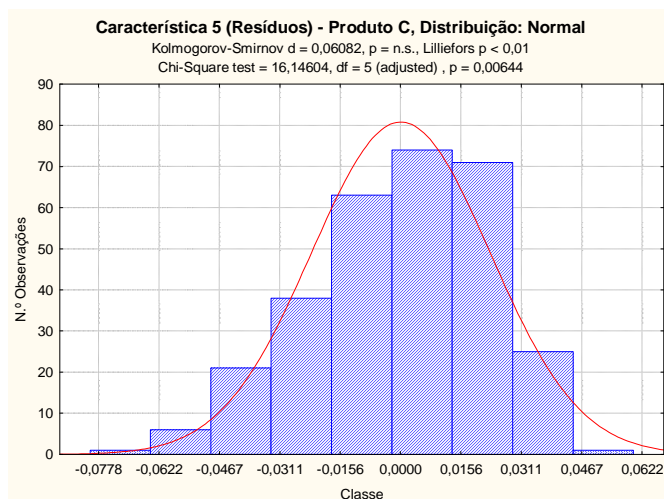


Figura VI.65 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 5 do produto C.

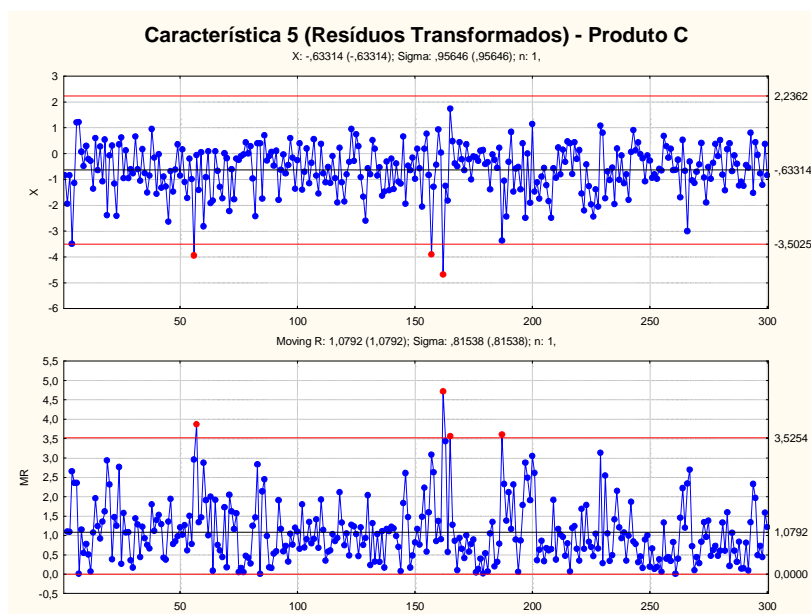


Figura VI.66 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados para a Característica 5 do Produto C.

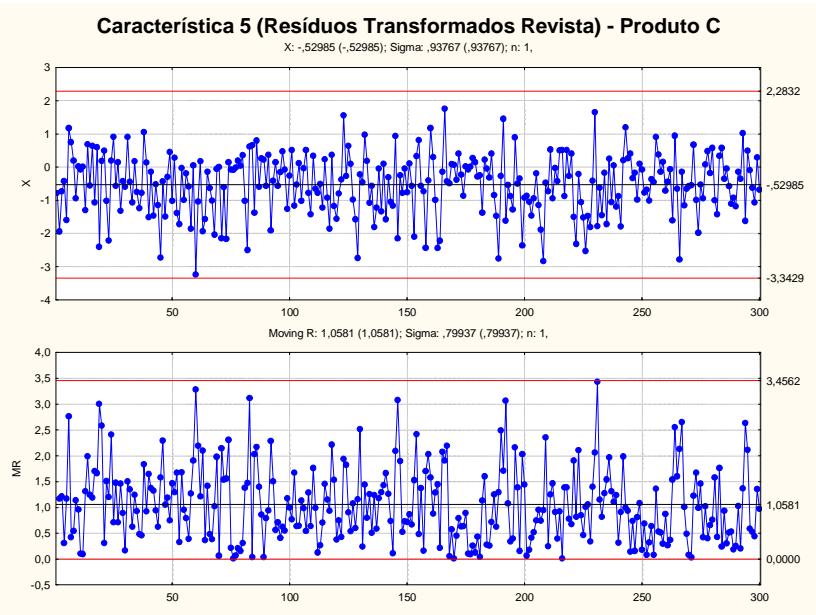


Figura VI.67 - Carta de controle e – MR dos resíduos transformados (Revistos) para a Característica 5 do Produto C.

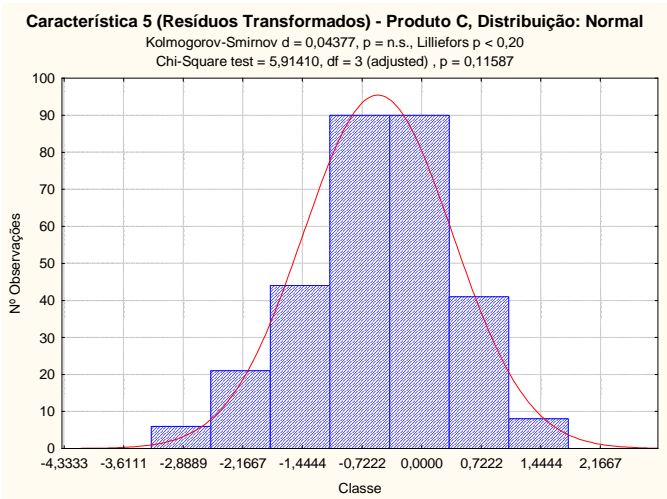


Figura VI.68 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados referentes à Característica 5 do produto C.

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.29 - Estudo da capacidade para a Característica 5 do produto C.

Produto	Caract.	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
C	5	-0,059	0,002	0,044	1,942	1,657	1,657	2,367

VI.4 Produto D

VI.4.1 Característica 1

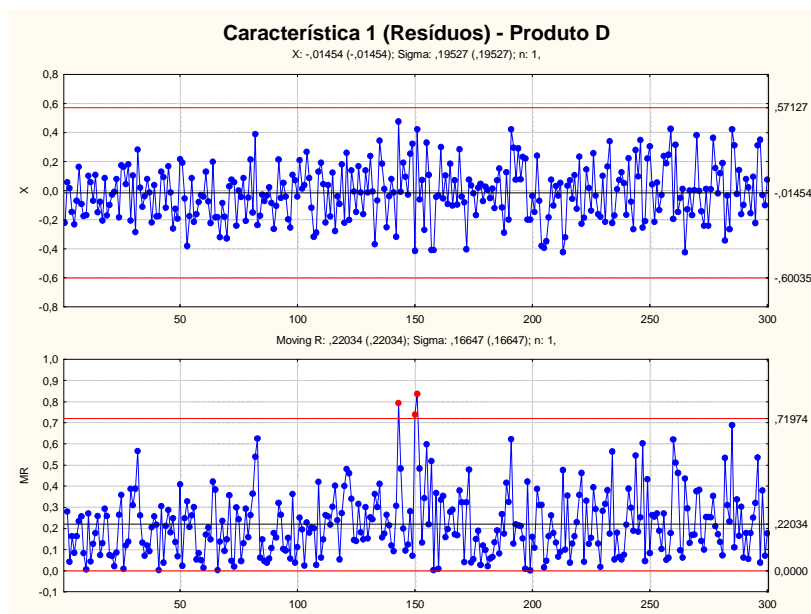


Figura VI.69 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto D.

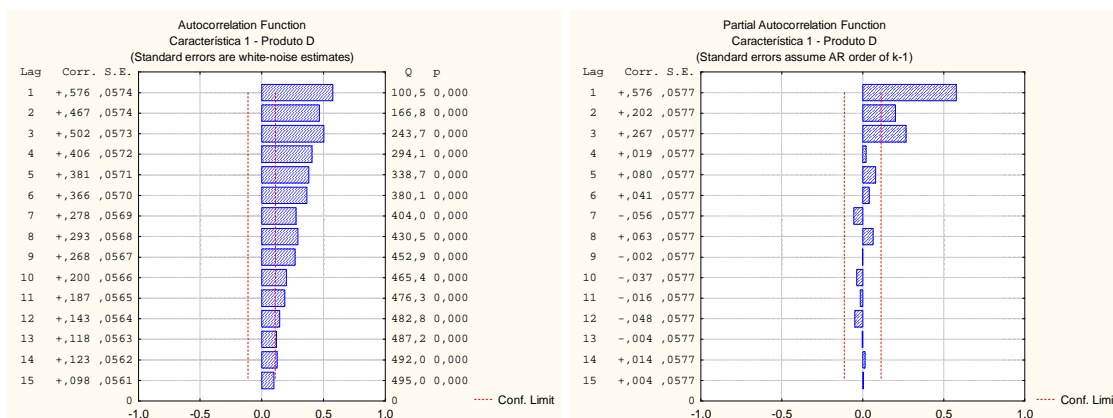


Figura VI.70 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto D após Revista.

Quadro VI.30 - Parâmetros do modelo $AR(3)$ referentes à Característica 1 do Produto D Revista.

Característica 1 - Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,03412						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,416674	0,055890	7,455282	0,000000	0,306684	0,526664
ϕ_3	0,280362	0,055911	5,014396	0,000001	0,170329	0,390395

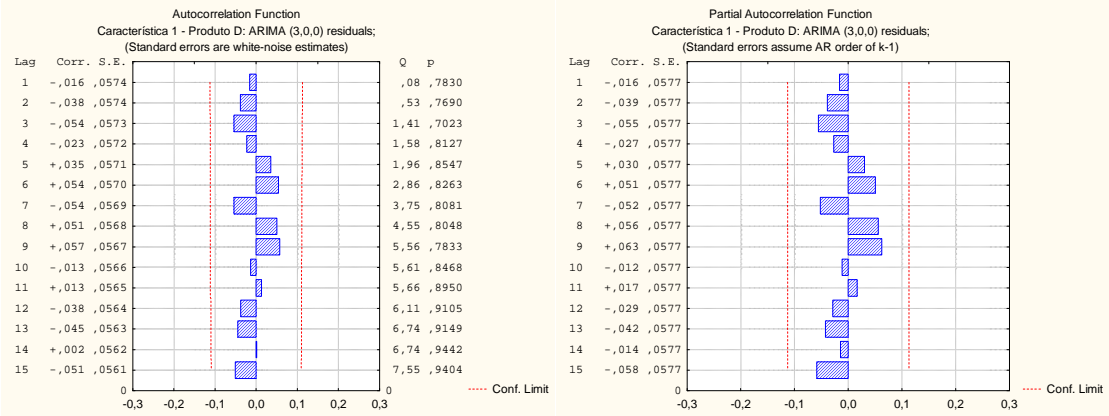


Figura VI.71 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto D Revista.

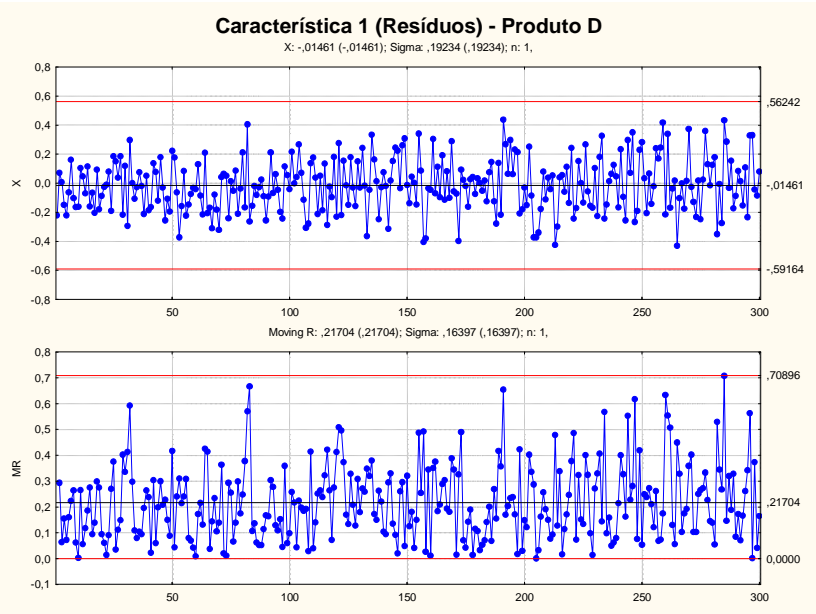


Figura VI.72 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto D.

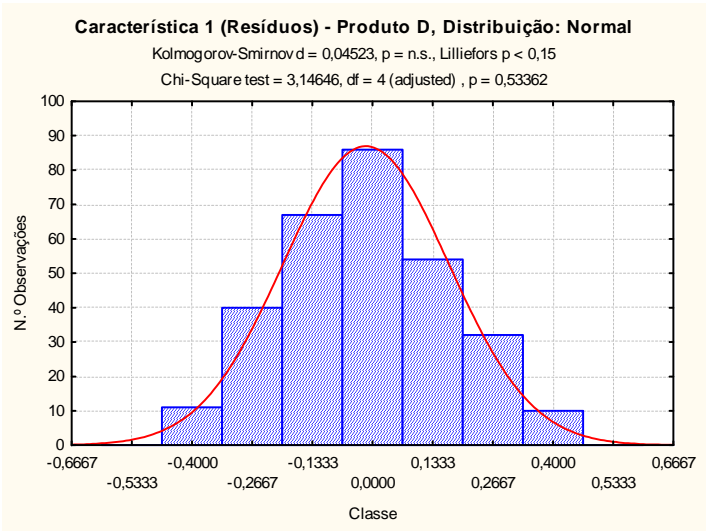


Figura VI.73 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto D.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.31 - Parâmetros referentes à Característica 1 do produto D.

Modelo						Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\rho}_3$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	11,151	0,417	0,576	0,280	0,267	0,2170	0,192	11,151	0,221

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.32 - Estudo da capacidade para a Característica 1 do Produto D.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
2,266	1,739	1,739	2,794

VI.4.2 Característica 2

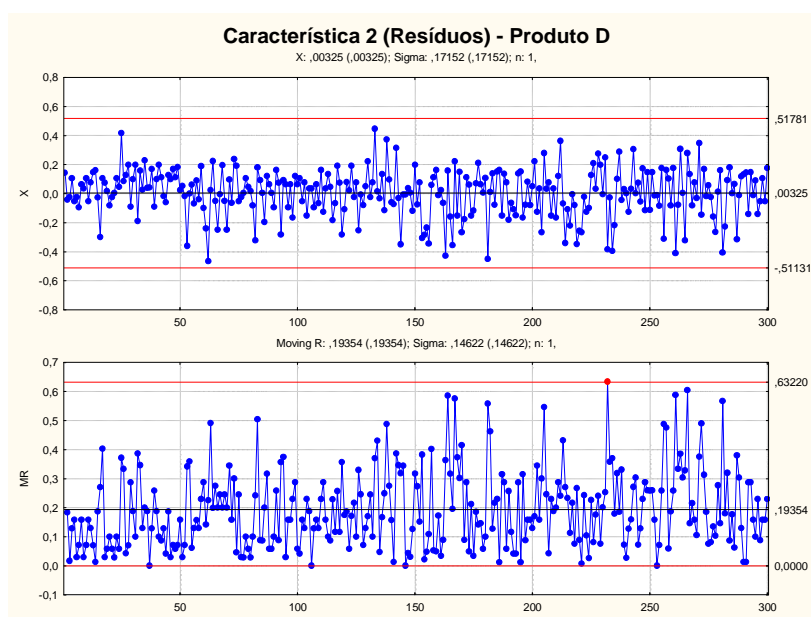


Figura VI.74 - Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto D.

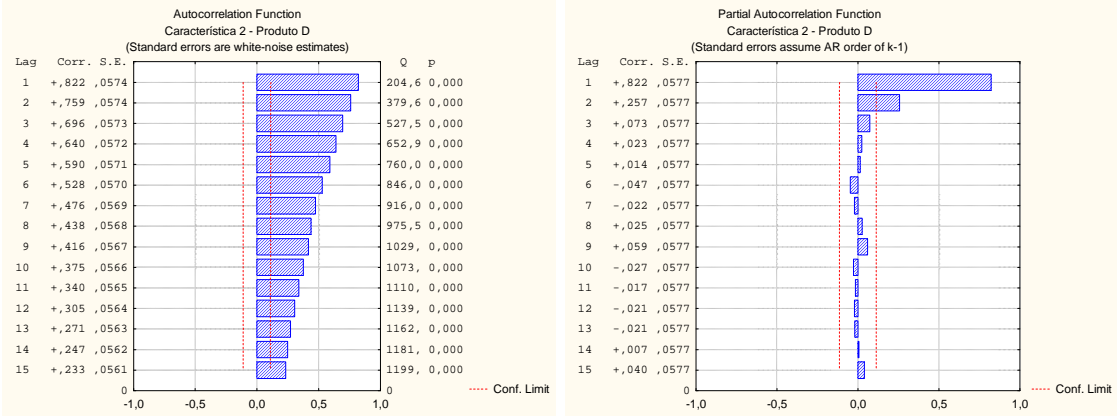


Figura VI.75 - FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto D após Revista.

Quadro VI.33 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 2 do Produto D Revista.

Característica 2 - Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,02719						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,612412	0,056231	10,89108	0,000000	0,501753	0,723071
ϕ_2	0,256319	0,056231	4,55833	0,000008	0,145659	0,366980

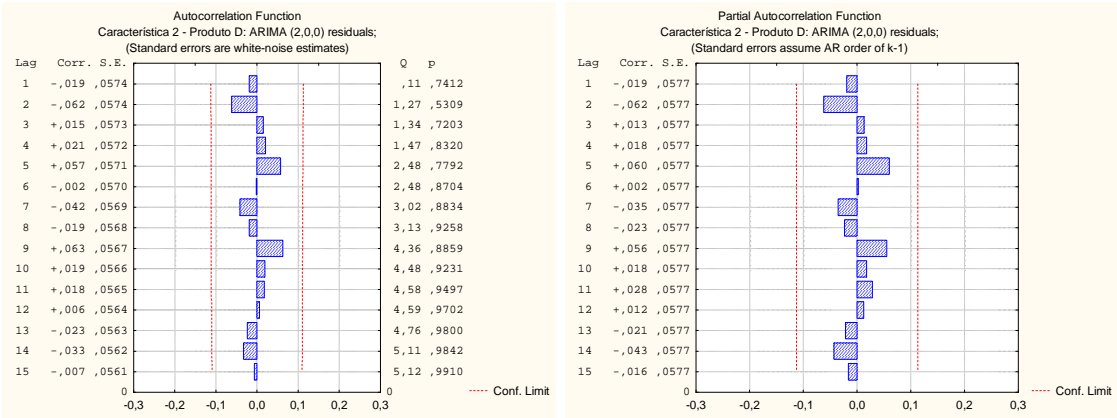


Figura VI.76 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto D Revista.

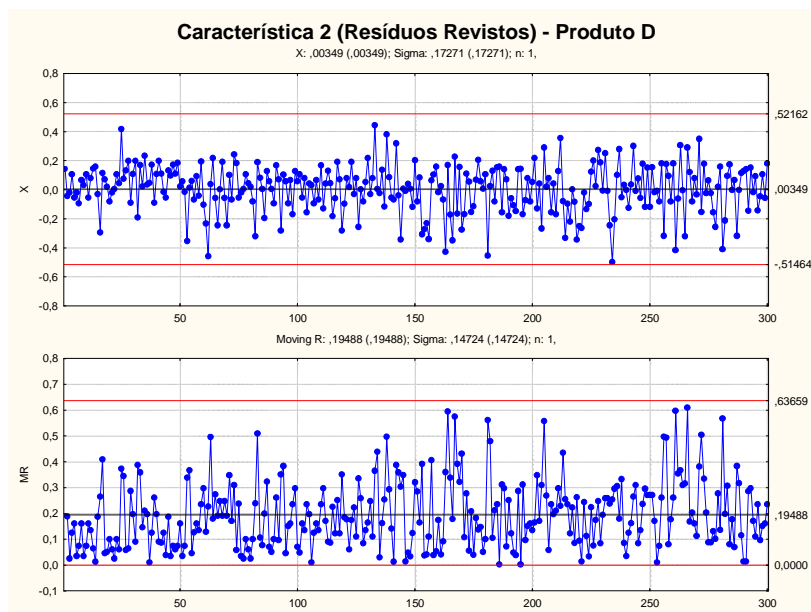


Figura VI.77 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 2 do Produto D.

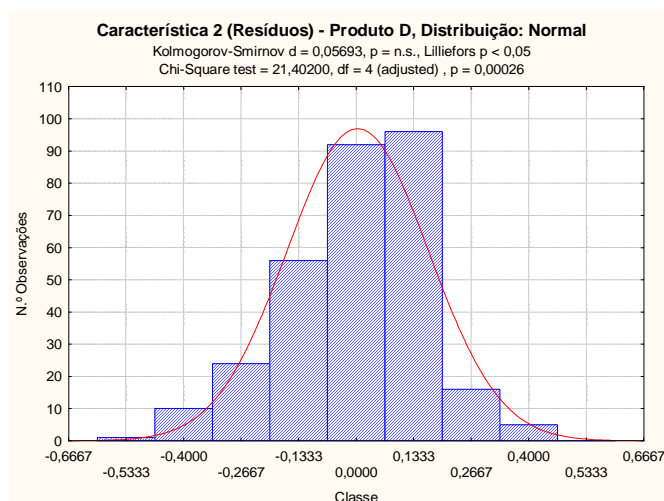


Figura VI.78 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 2 do produto D.

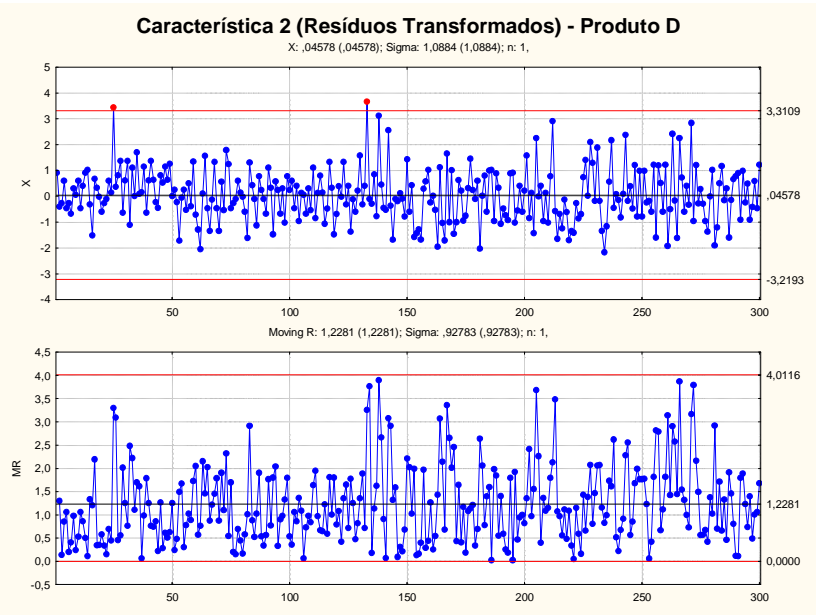


Figura VI.79 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados para a Característica 2 do Produto D.

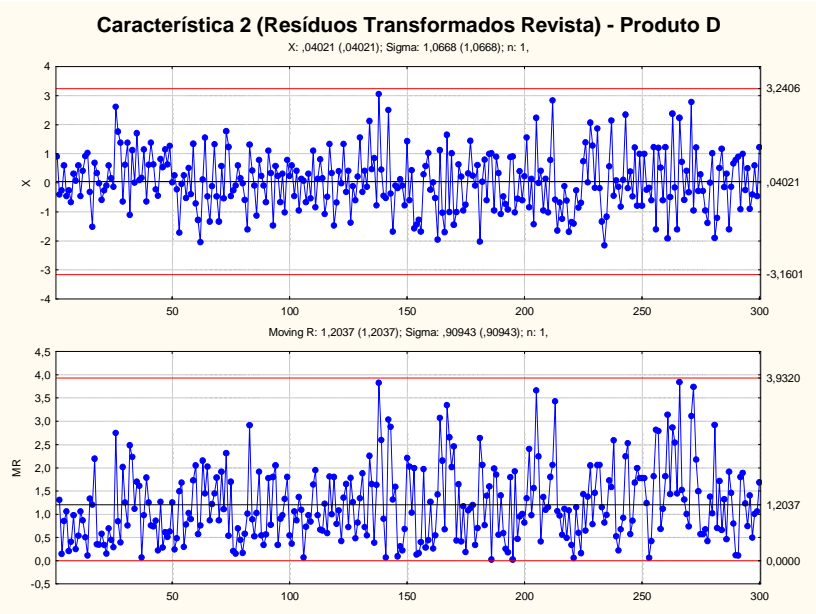


Figura VI.80 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados (Revistos) para a Característica 2 do Produto D.

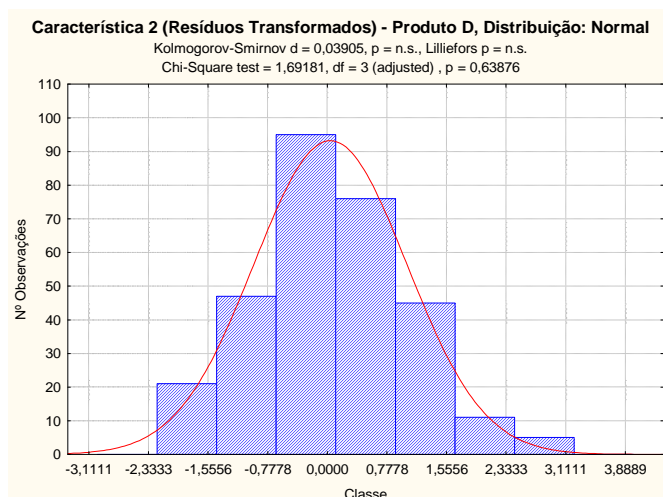


Figura VI.81 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados referentes à Característica 2 do produto D.

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.34 - Estudo da capacidade para a Característica 2 do produto D.

Produto	Caract.	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
D	2	-0,590	0,016	0,405	2,010	1,677	1,677	2,526

VI.4.3 Característica 5

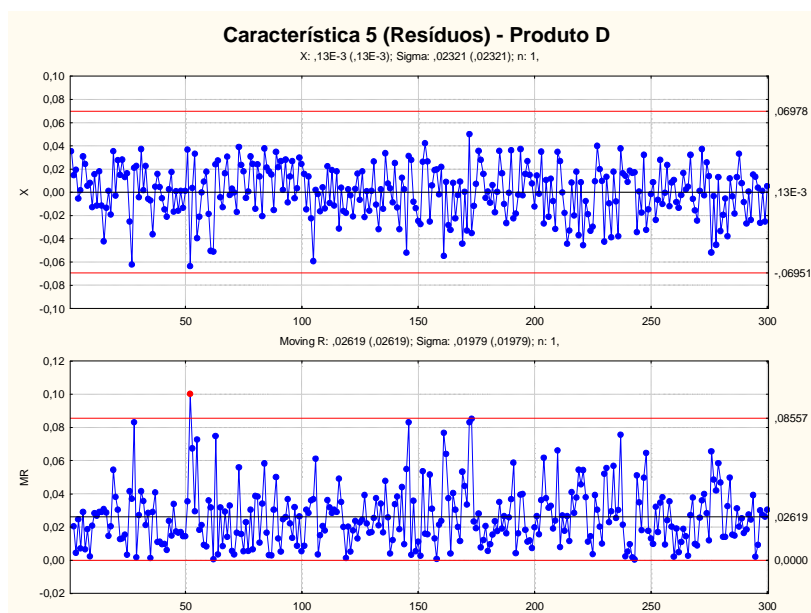


Figura VI.82 – Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 5 do Produto D.

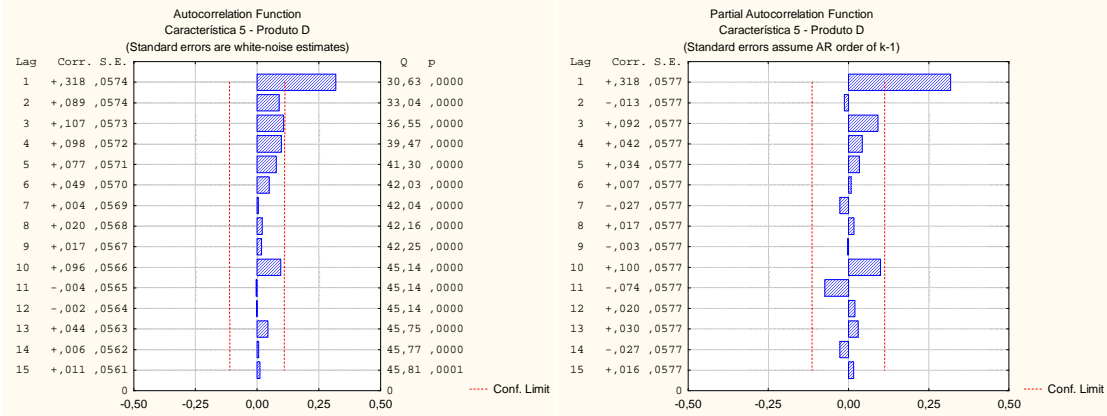


Figura VI.83 - FACE e FACPE referentes à Característica 5 do Produto D após Revista.

Quadro VI.35 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 5 do Produto D Revista.

Característica 5 - Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00049						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,318127	0,054923	5,79220	0,0000	0,210042	0,426212

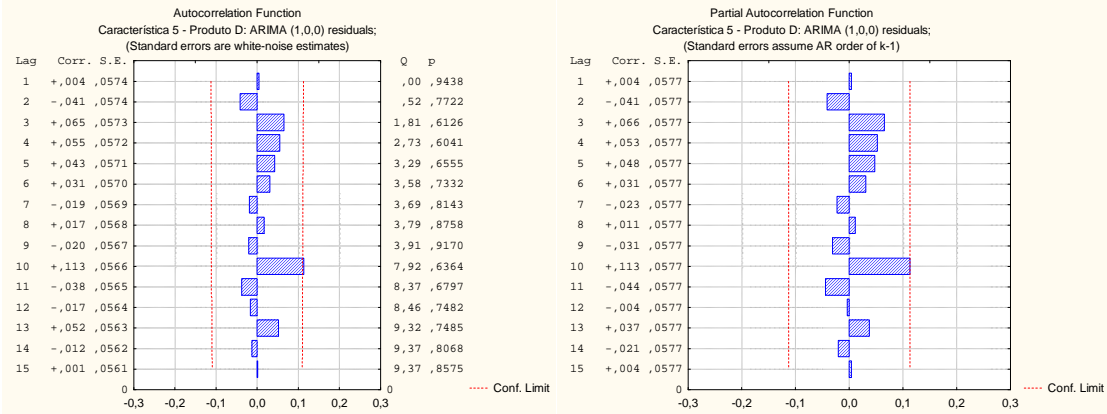


Figura VI.84 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 5 do Produto D Revista.

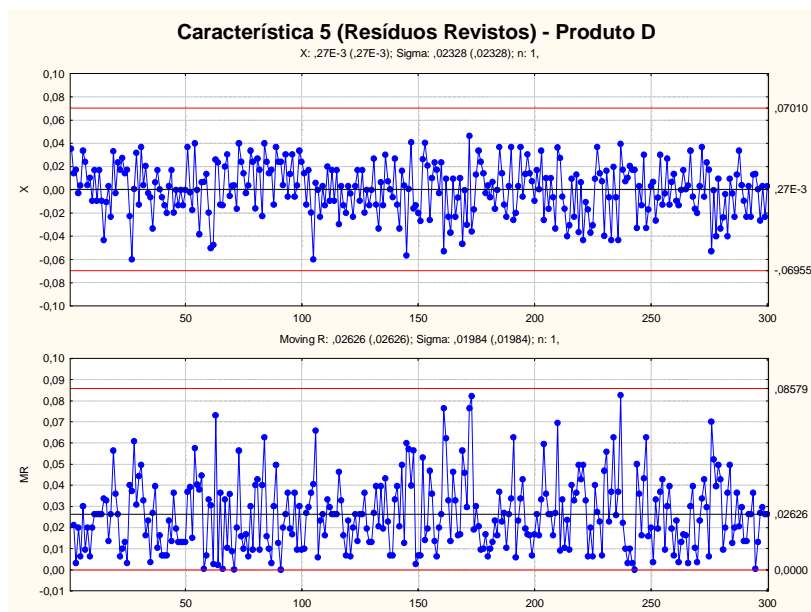


Figura VI.85 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 5 do Produto D.

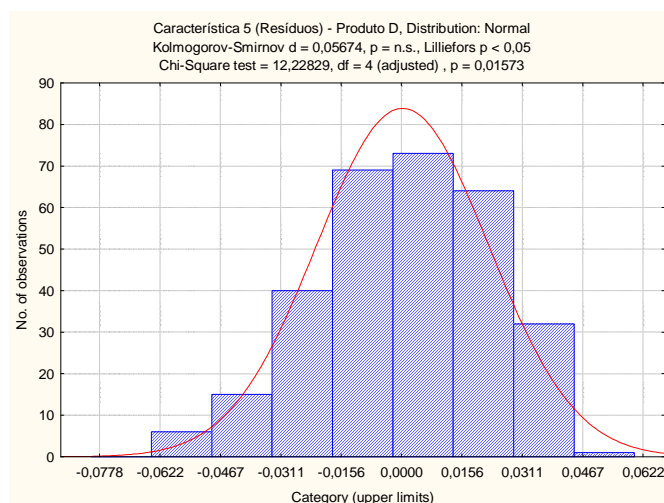


Figura VI.86 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 5 do produto D.

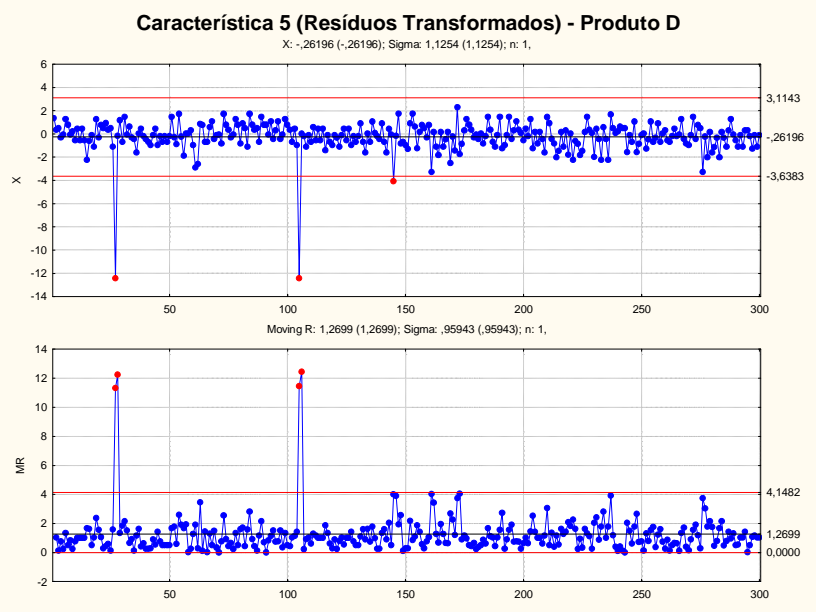


Figura VI.87 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados para a Característica 5 do Produto D.

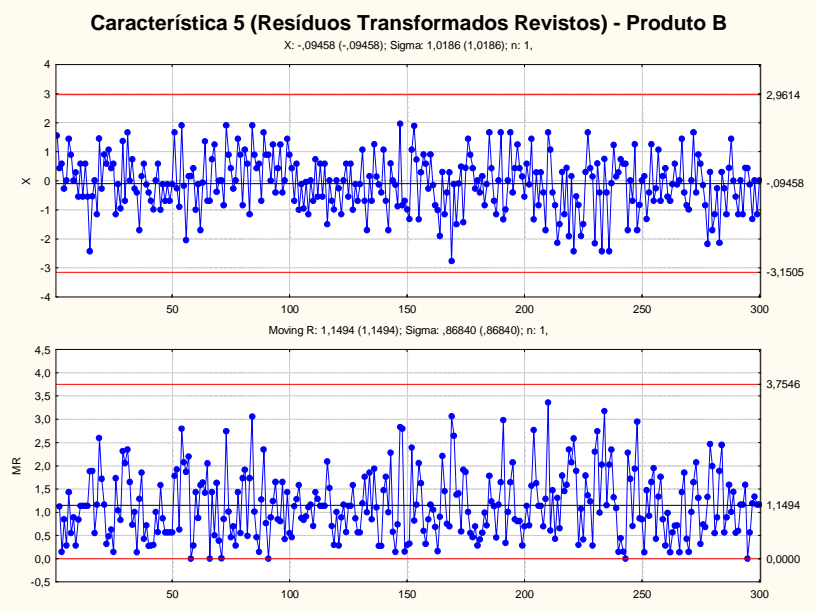


Figura VI.88 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados (Revistos) para a Característica 5 do Produto D.

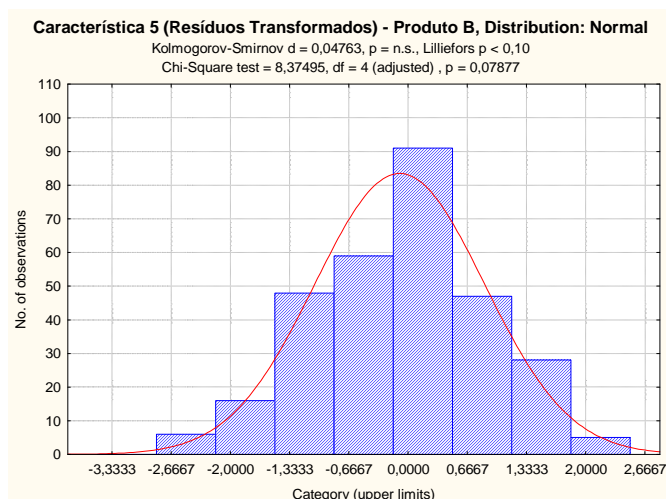


Figura VI.89 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados referentes à Característica 5 do produto D.

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.36 - Estudo da capacidade para a Característica 5 do produto D.

Produto	Caract.	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
D	5	-0,066	0,002	0,050	1,735	1,507	1,507	2,057

VI.4.4 Característica 6

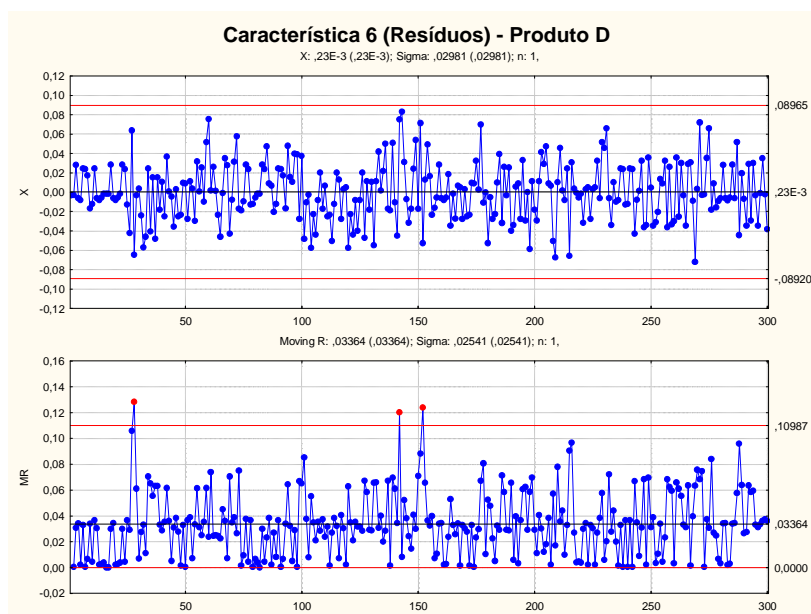


Figura VI.90 - Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 6 do Produto D.

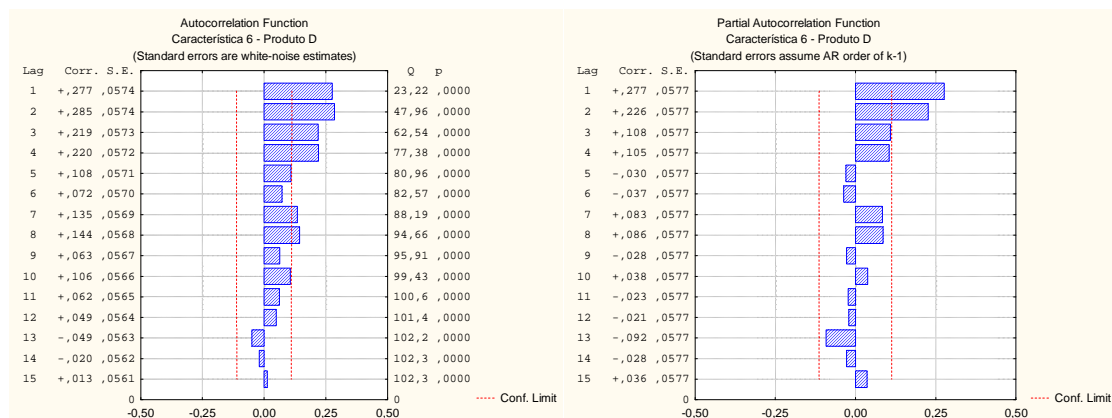


Figura VI.91 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto D após Revista.

Quadro VI.37 - Parâmetros do modelo $MA(4)$ referentes à Característica 6 do Produto D Revista.

Característica 6 – Produto D						
Transformação: Não						
Modelo: (0,0,4) MS Residual = 0,00083						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
θ_1	-0,176986	0,057047	-3,10246	0,0021	-0,289254	-0,064717
θ_2	-0,231752	0,058685	-3,94910	0,0001	-0,347245	-0,116260
θ_3	-0,159193	0,059631	-2,66964	0,0080	-0,276548	-0,041839
θ_4	-0,177535	0,056007	-3,16986	0,0017	-0,287758	-0,067312

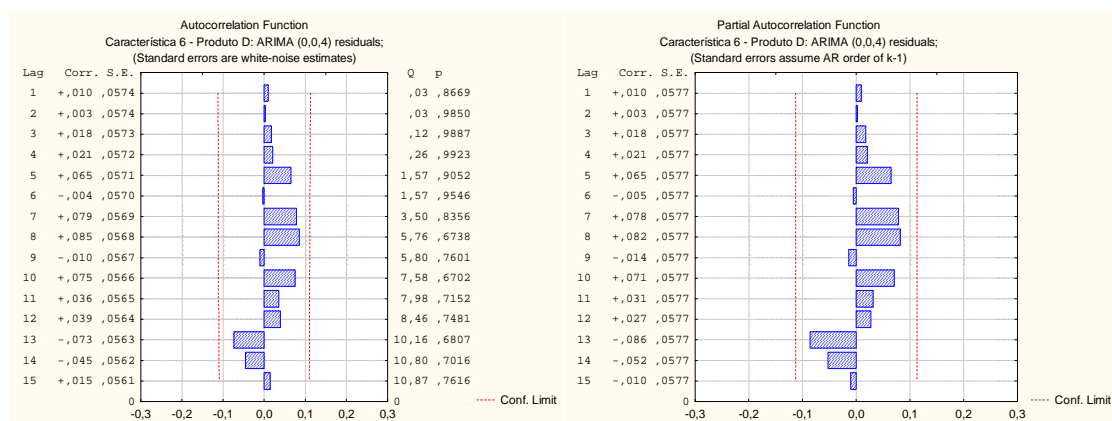


Figura VI.92 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto D Revista.

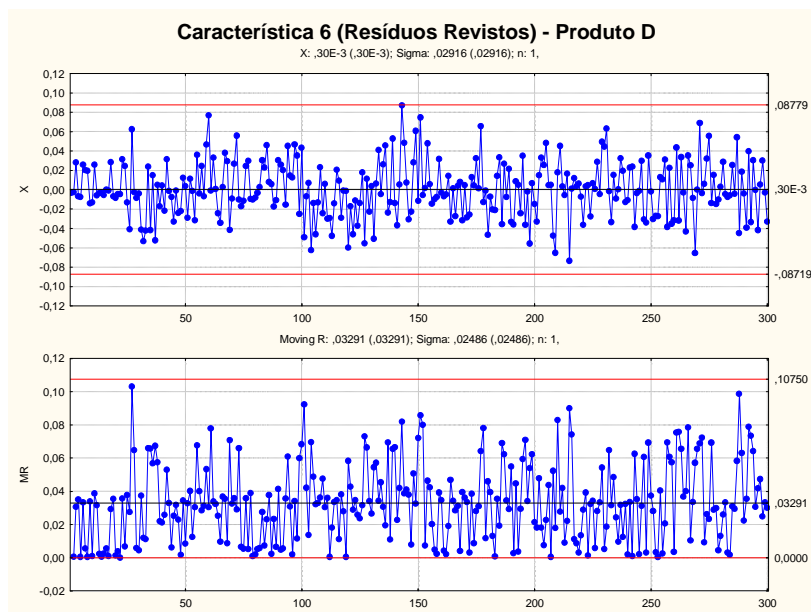


Figura VI.93 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 6 do Produto D.

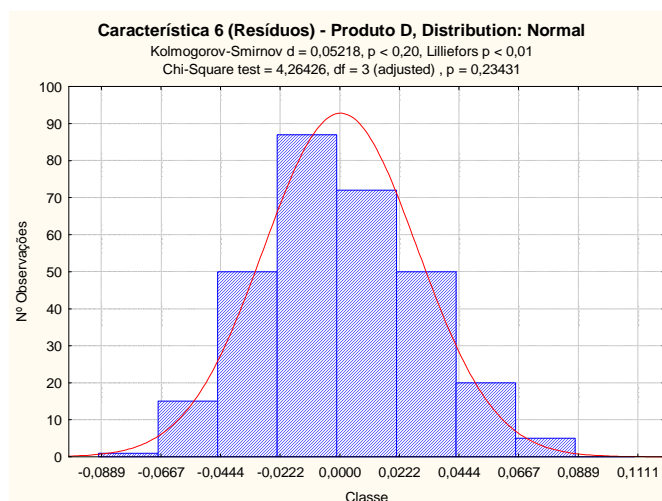


Figura VI.94 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 6 do produto D.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.38 - Parâmetros referentes à Característica 6 do produto D.

Modelo						Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$	$\hat{\theta}_4$	\overline{MR}	σ_{ε}	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	0,474	-0,177	-0,232	-0,159	-0,178	0,0329	0,0292	0,474	0,0314

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.39 - Estudo da capacidade para a Característica 6 do Produto D.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,336	1,323	1,323	1,350

VI.5 Produto E

VI.5.1 Característica 1

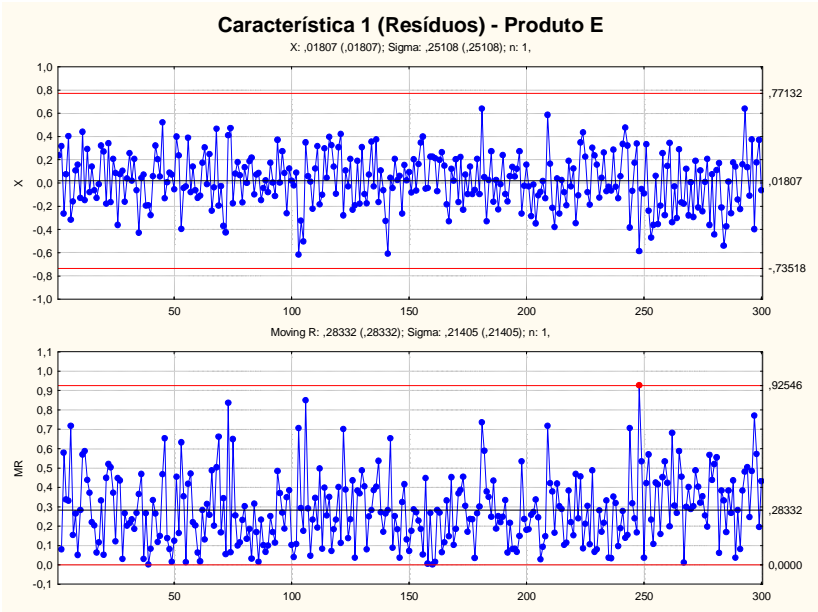


Figura VI.95 – Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto E.

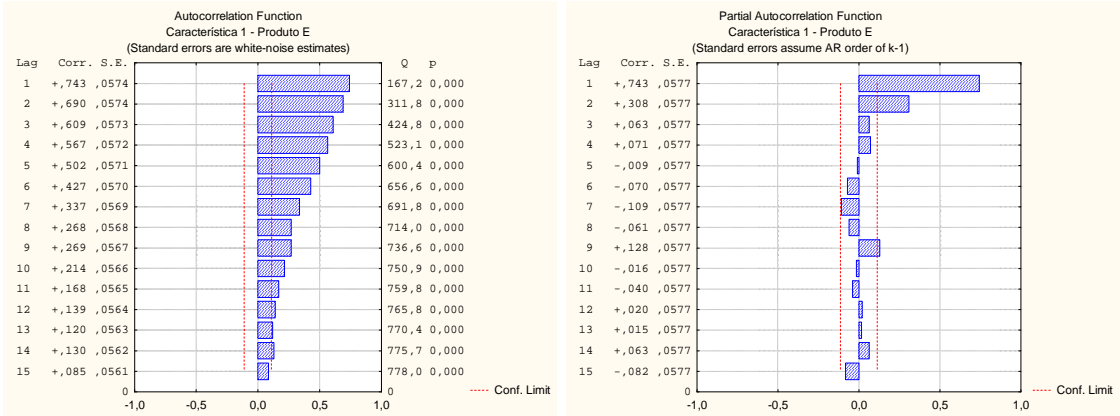


Figura VI.96 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto E após Revista.

Quadro VI.40 - Parâmetros do modelo $AR(2)$ referentes à Característica 1 do Produto E Revista.

Característica 1 - Produto E						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,05514						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,522276	0,055078	9,482421	0,000000	0,413884	0,630668
ϕ_2	0,316170	0,055200	5,727697	0,000000	0,207538	0,424801

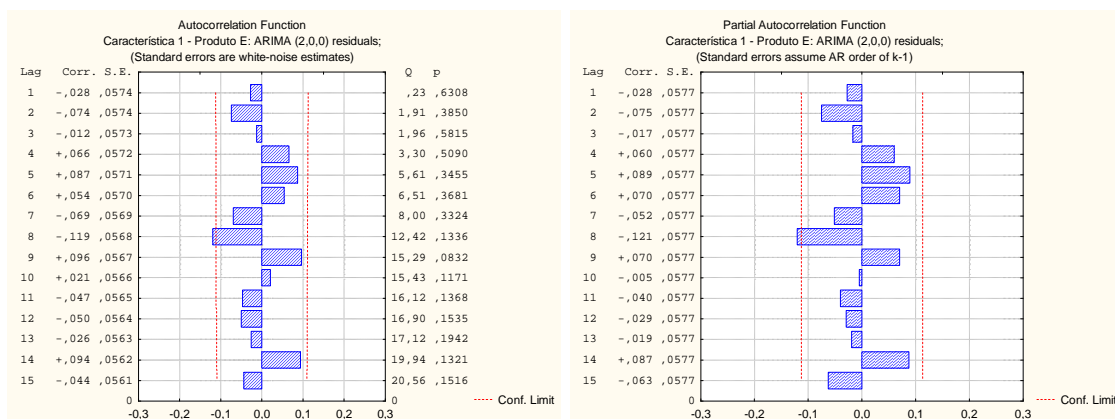


Figura VI.97 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto E Revista.

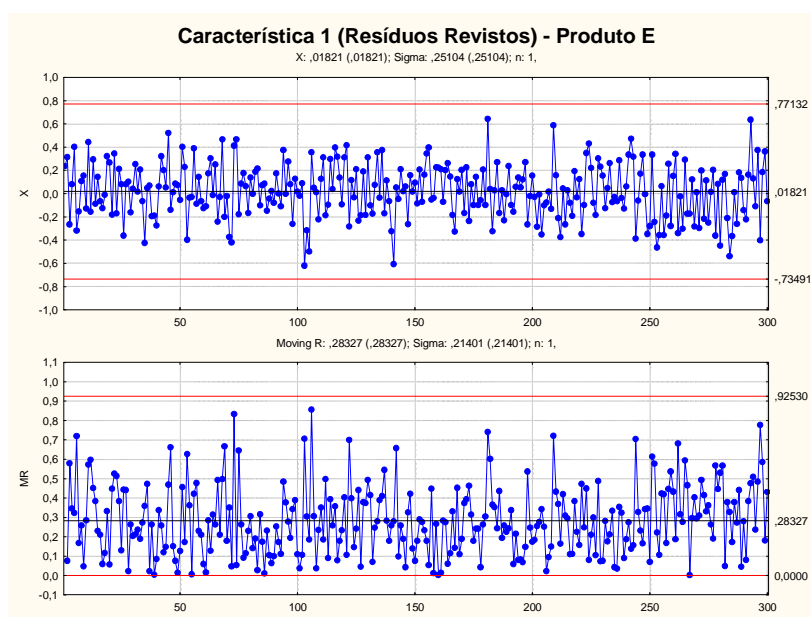


Figura VI.98 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto E.

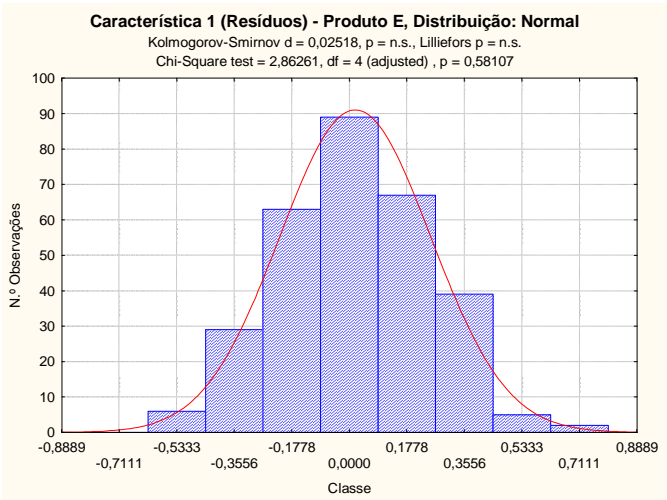


Figura VI.99 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto E.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.41 - Parâmetros referentes à Característica 1 do produto E.

Modelo						Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\rho}_2$	\overline{MR}	σ_{ϵ}	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	30,868	0,522	0,743	0,316	0,308	0,283	0,241	30,868	0,350

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.42 - Estudo da capacidade para a Característica 1 do Produto E.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,428	0,541	0,541	2,316

VI.5.2 Característica 4

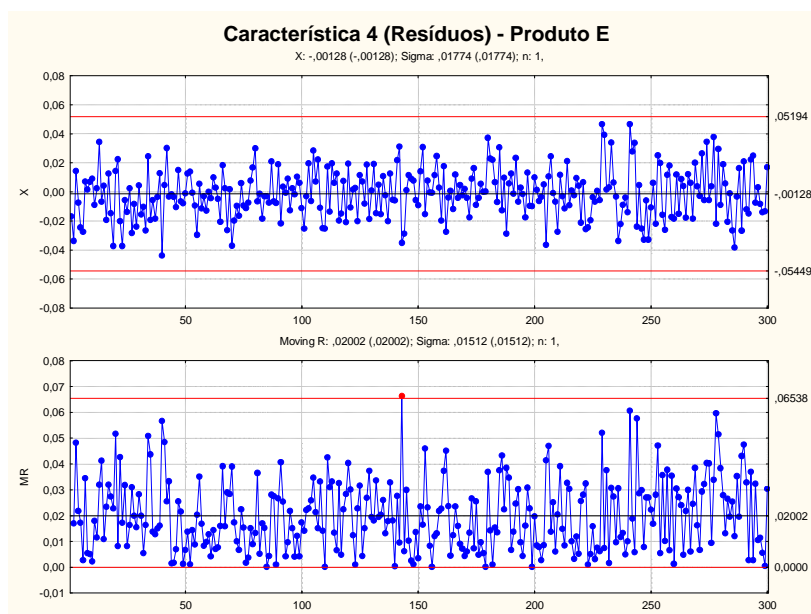


Figura VI.100 - Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 4 do Produto E.

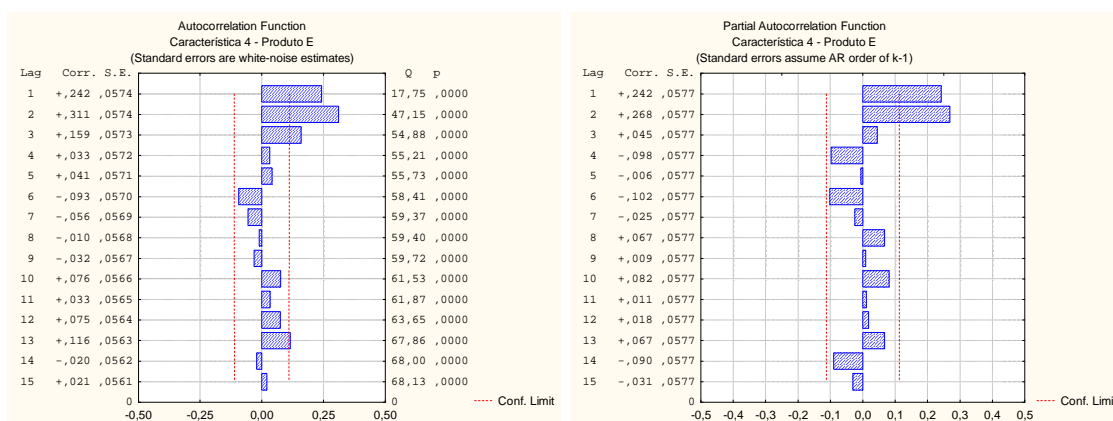


Figura VI.101 – FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto E após Revista.

Quadro VI.43 - Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 4 do Produto E Revista.

Característica 4 - Produto E						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,00029						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,183407	0,055880	3,282164	0,001153	0,073438	0,293376
ϕ_2	0,274173	0,055964	4,899075	0,000002	0,164038	0,384308

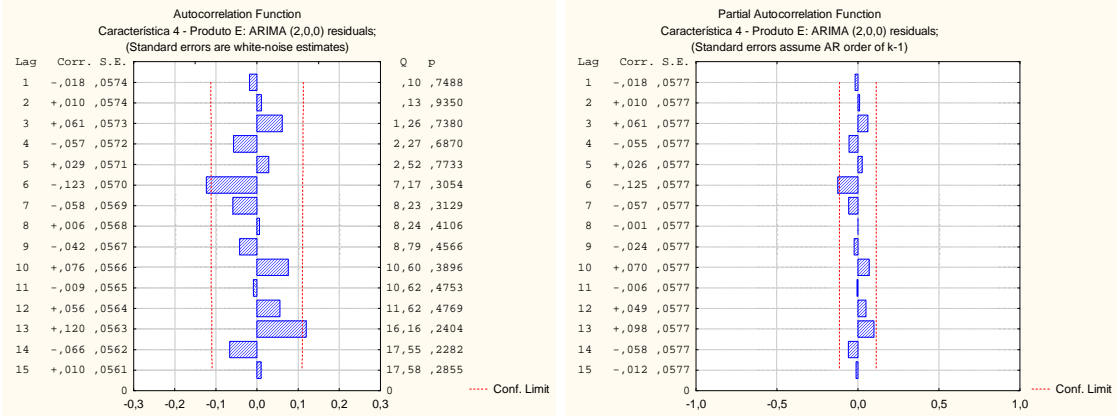


Figura VI.102 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto E Revista.

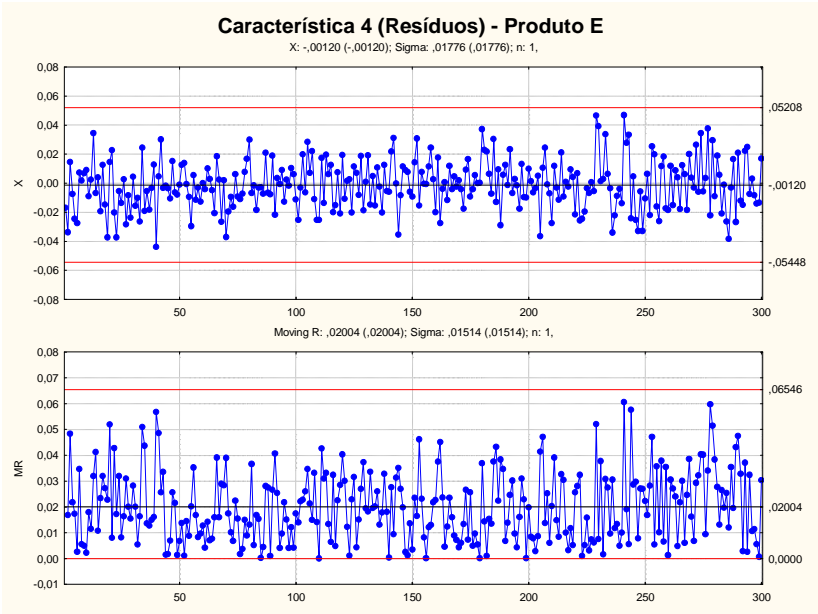


Figura VI.103 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 4 do Produto E.

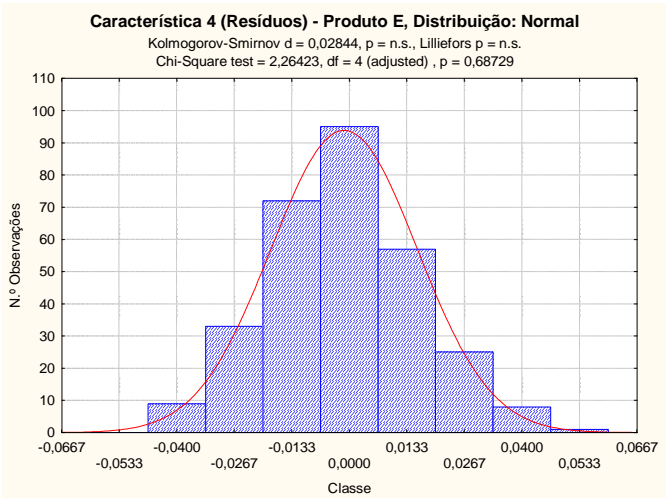


Figura VI.104 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 4 do produto E.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro VI.44 - Parâmetros referentes à Característica 4 do produto E.

Modelo						Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\rho}_2$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	0,735	0,183	0,242	0,274	0,268	0,0200	0,0178	0,735	0,0189

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.45 - Estudo da capacidade para a Característica 4 do Produto E.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,762	1,492	1,492	2,033

VI.5.3 Característica 6

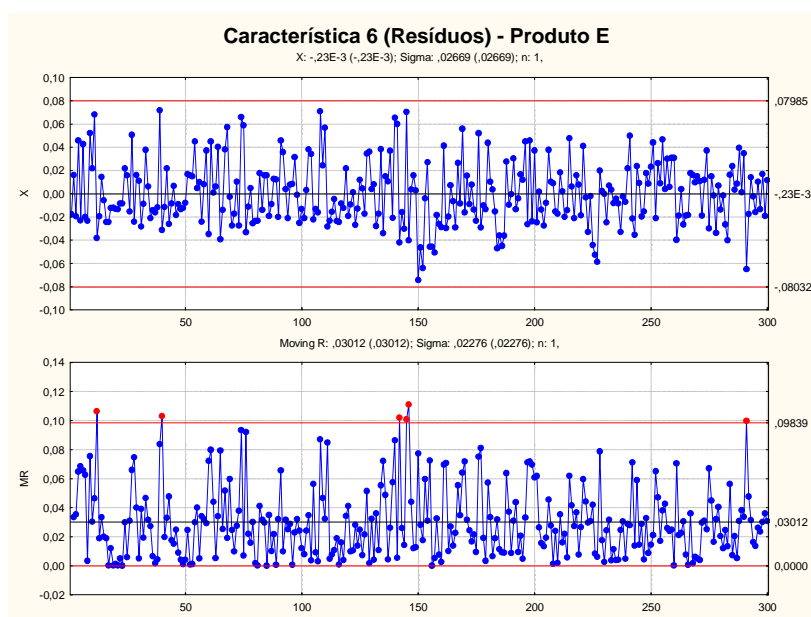


Figura VI.105 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 6 do Produto E.

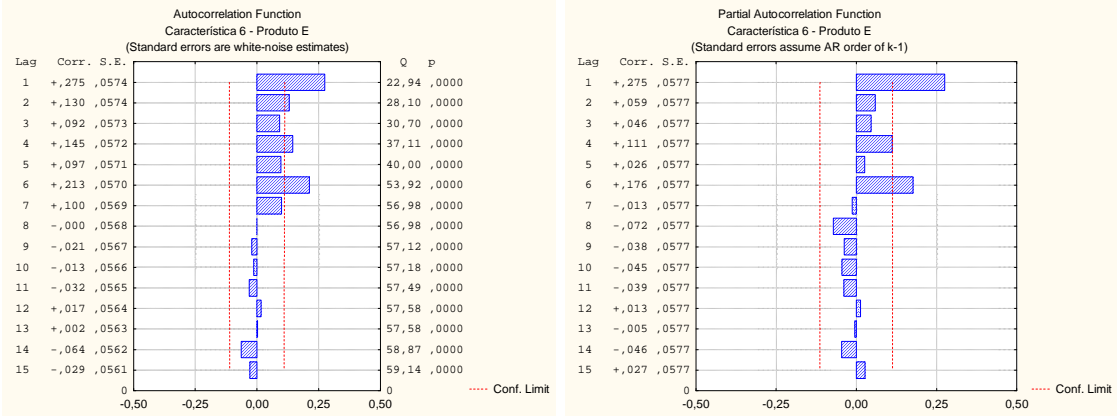


Figura VI.106 - FACE e FACPE referentes à Característica 6 do Produto E após Revista.

Quadro VI.46 - Parâmetros do modelo AR(6) referentes à Característica 6 do Produto E Revista.

Característica 6- Produto E						
Transformação: Não						
Modelo: (6,0,0) MS Residual = 0,00071						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,243307	0,057525	4,229562	0,000031	0,130093	0,356520
ϕ_6	0,178262	0,057753	3,086598	0,002218	0,064599	0,291924

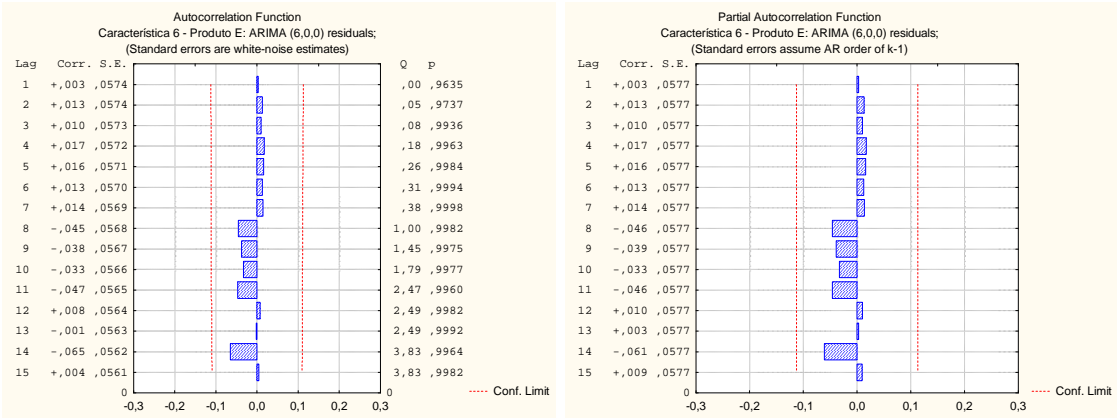


Figura VI.107 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto E Revista.

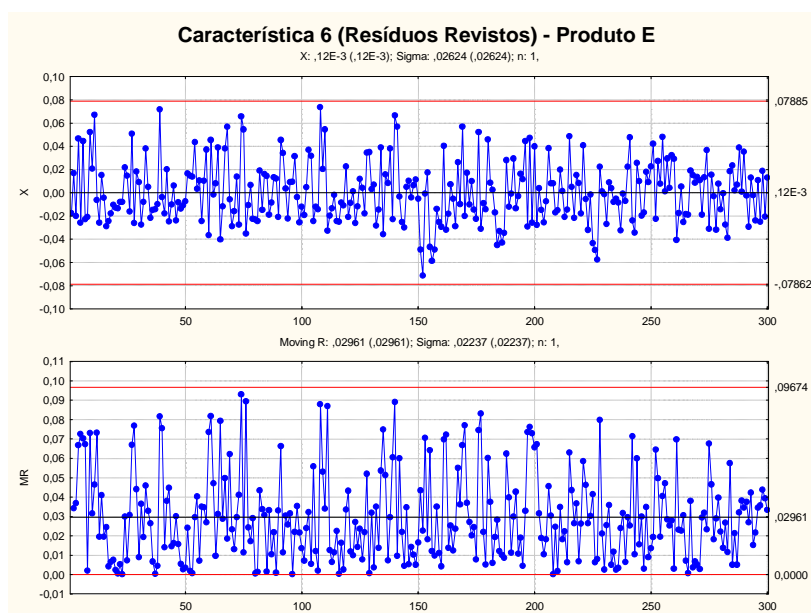


Figura VI.108 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 6 do Produto E.

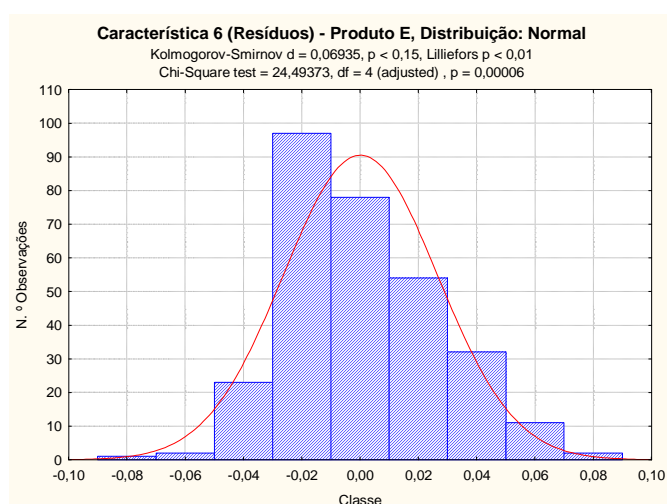


Figura VI.109 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 6 do produto E.

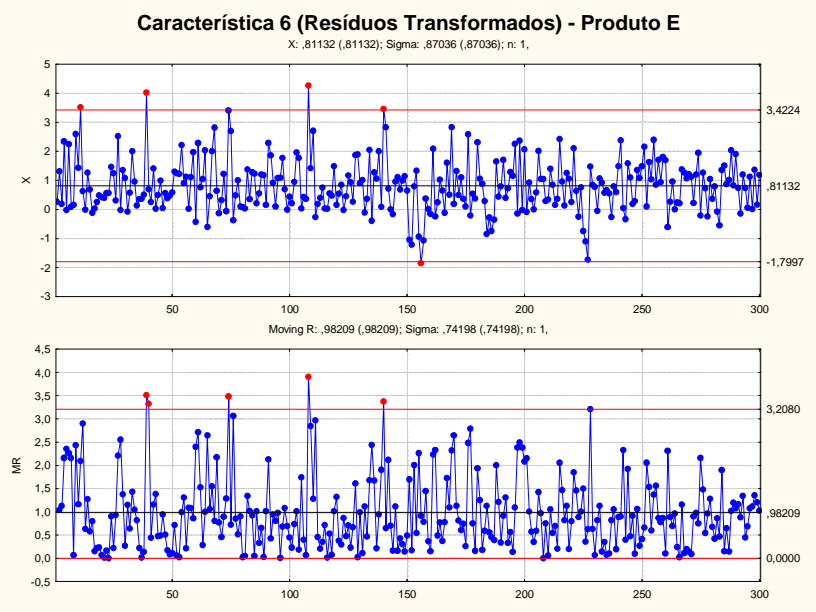


Figura VI.110 - Carta de controle e – MR dos resíduos transformados para a Característica 6 do Produto E.

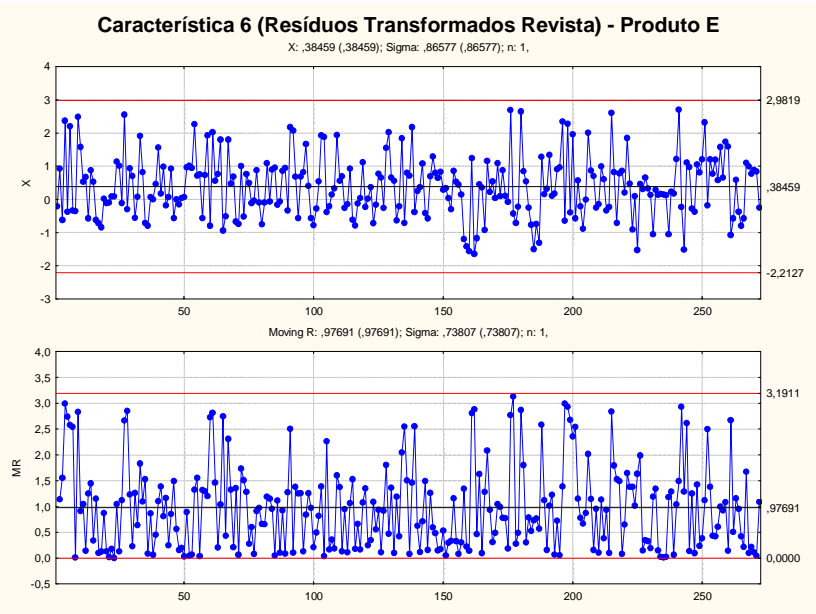


Figura VI.111 - Carta de controle e – MR dos resíduos transformados (Revistos) para a Característica 6 do Produto E.

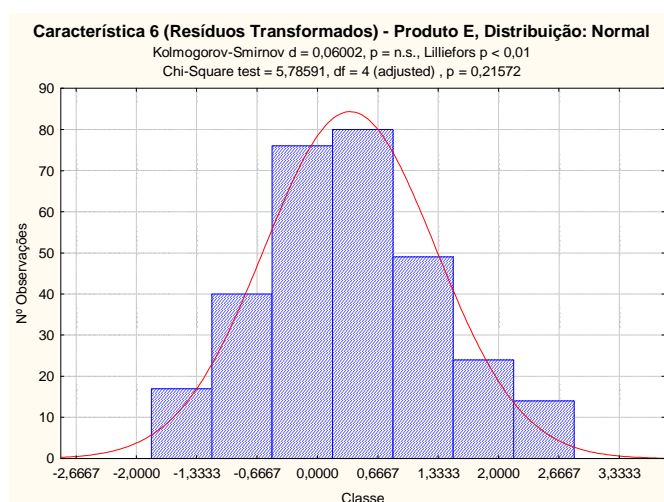


Figura VI.112 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados referentes à Característica 6 do produto E.

Análise da Capacidade do Processo

Quadro VI.47 - Estudo da capacidade para a Característica 5 do produto D.

Produto	Caract.	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C_{cp}	C_{cpk}	$(C_{cpk})_I$	$(C_{cpk})_S$
E	6	-0,057	-0,002	0,085	1,410	1,173	1,788	1,173

Anexo VII - Fase II na Preparação de Fórmulas

- Produtos A, B, C, D e E
 - Cartas de Controlo Aplicadas aos Erros de Previsão

VII.1 Produto A

VII.1.1 Característica 1

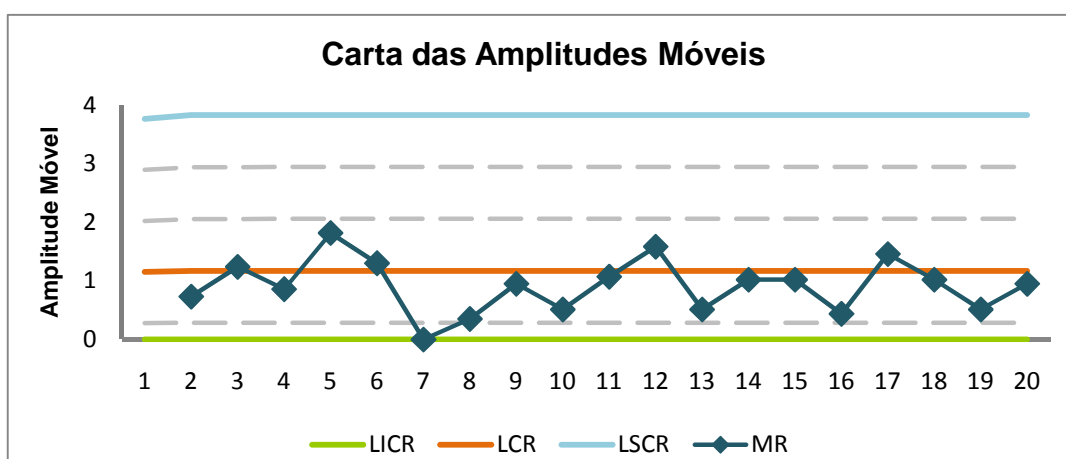
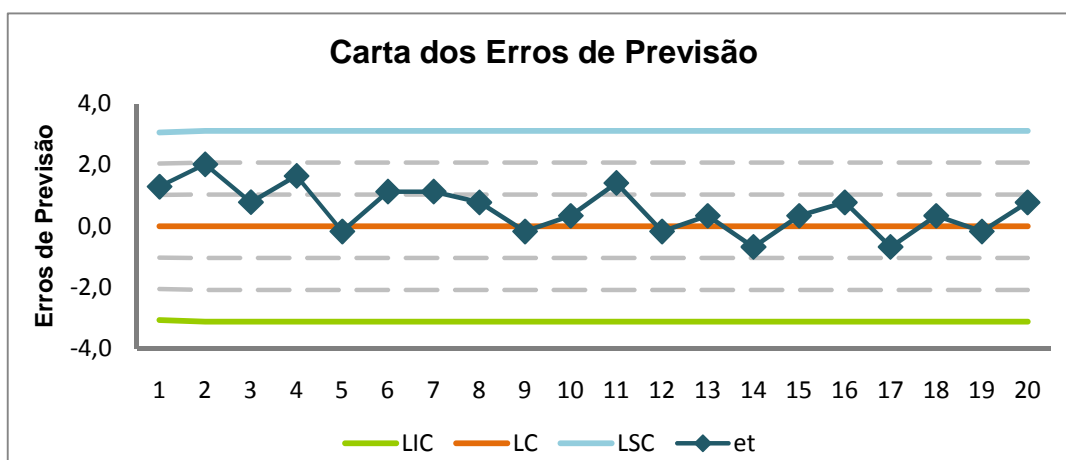
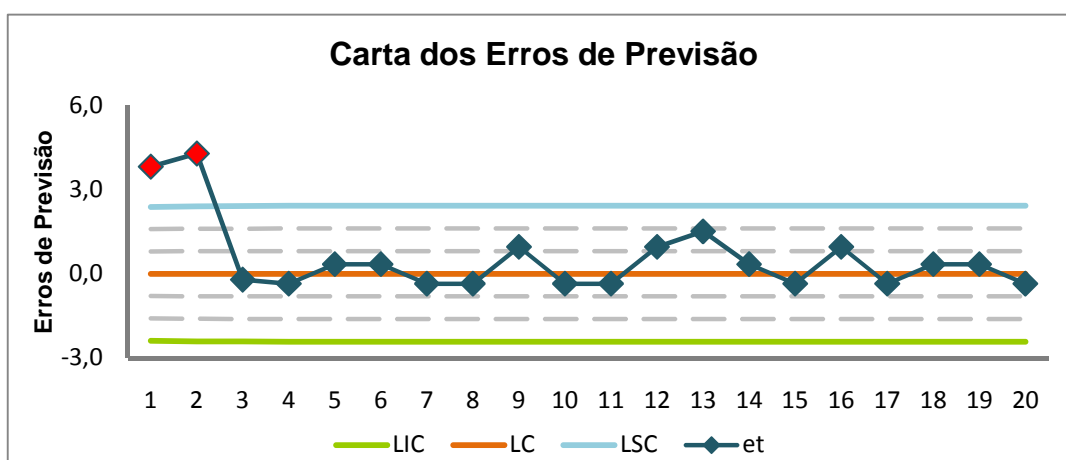


Figura VII.1 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 1 do Produto A.

VII.1.2 Característica 4



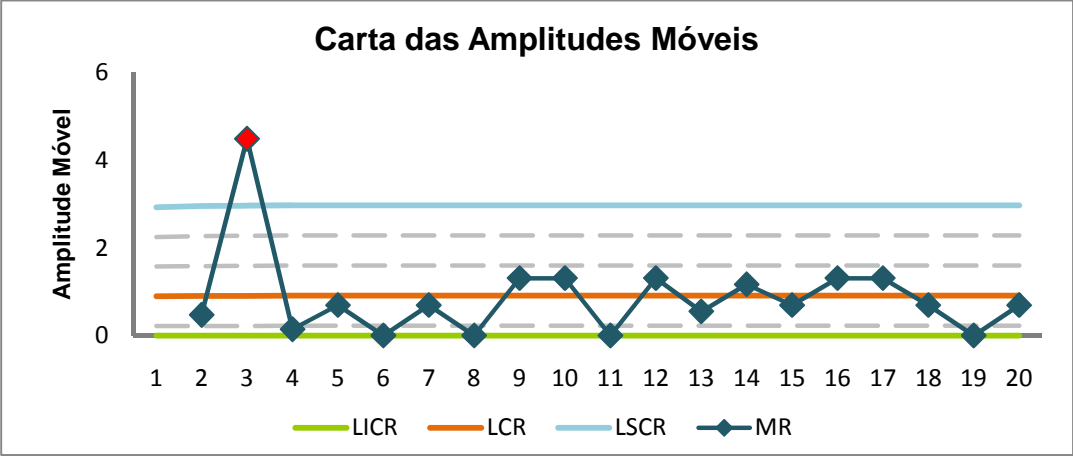


Figura VII.2 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 4 do Produto A.

VII.2 Característica 6

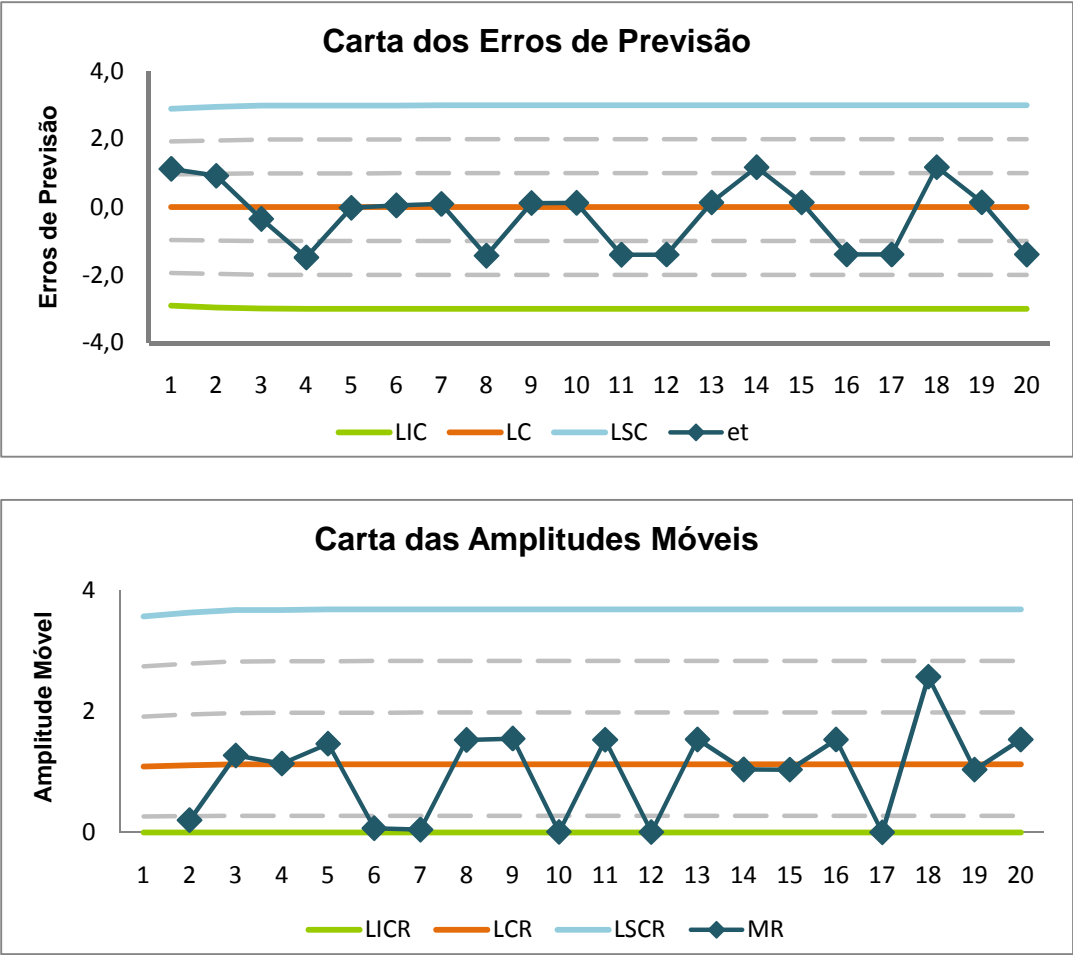


Figura VII.3 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 6 do Produto A.

VII.3 Produto B

VII.3.1 Característica 1

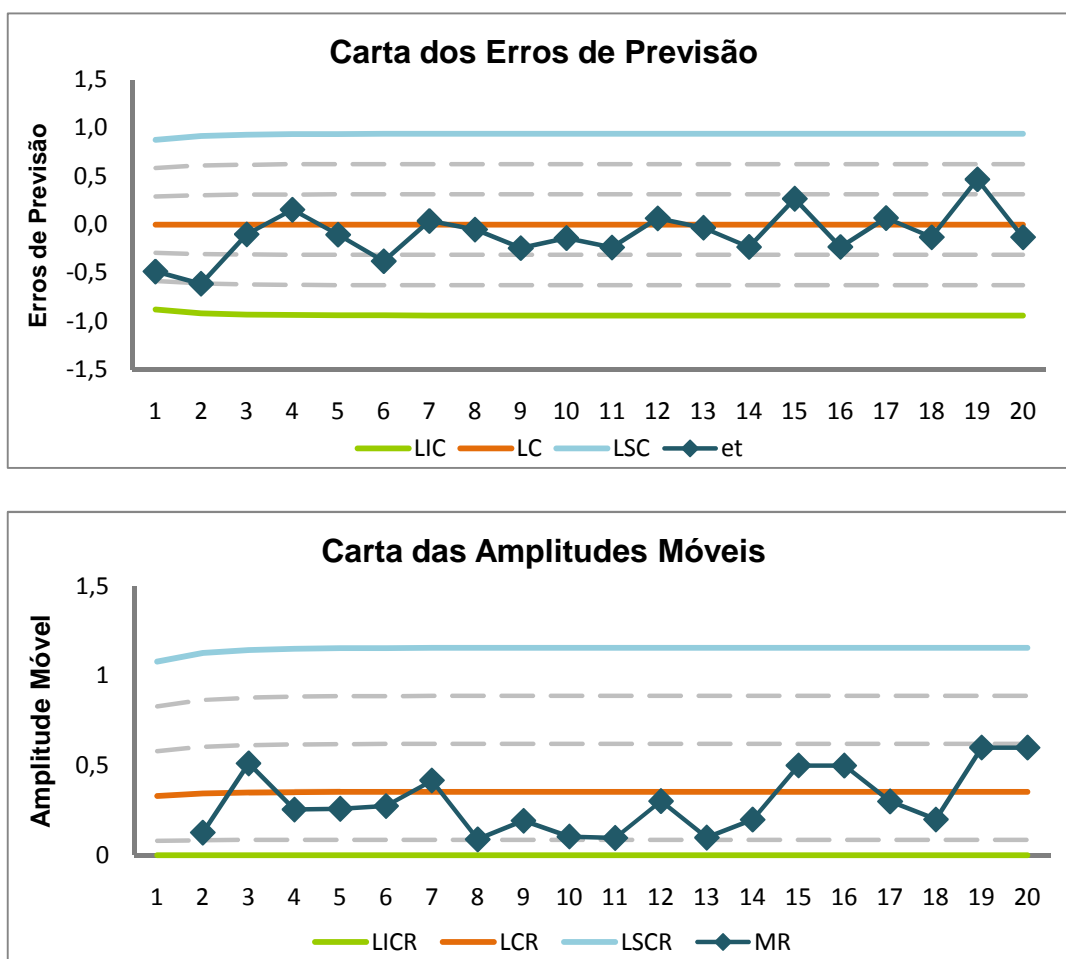
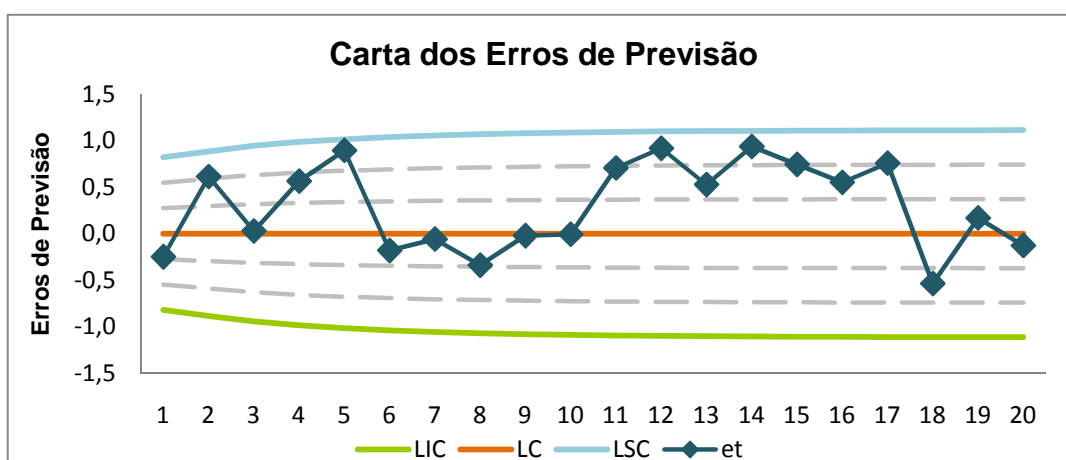


Figura VII.4 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 1 do Produto B.

VII.3.2 Característica 2



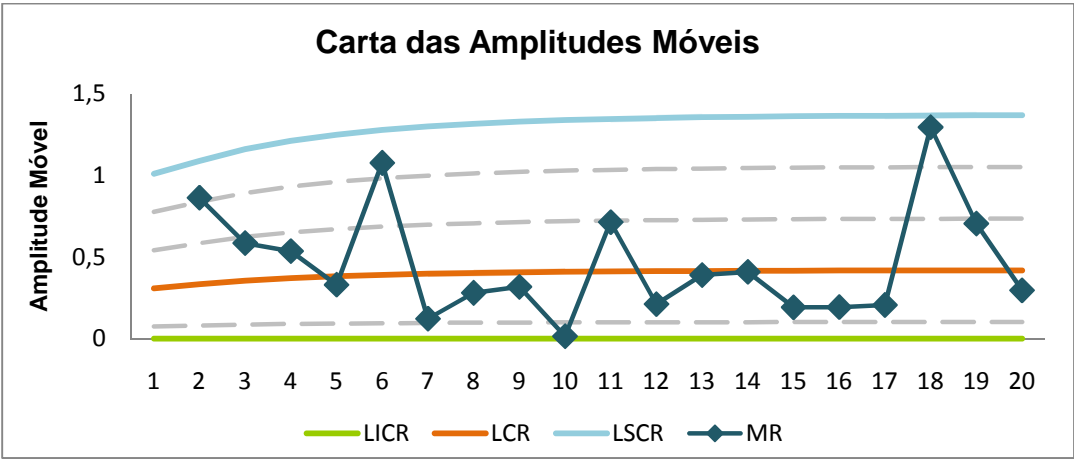


Figura VII.5 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 2 do Produto B.

VII.3.3 Característica 4

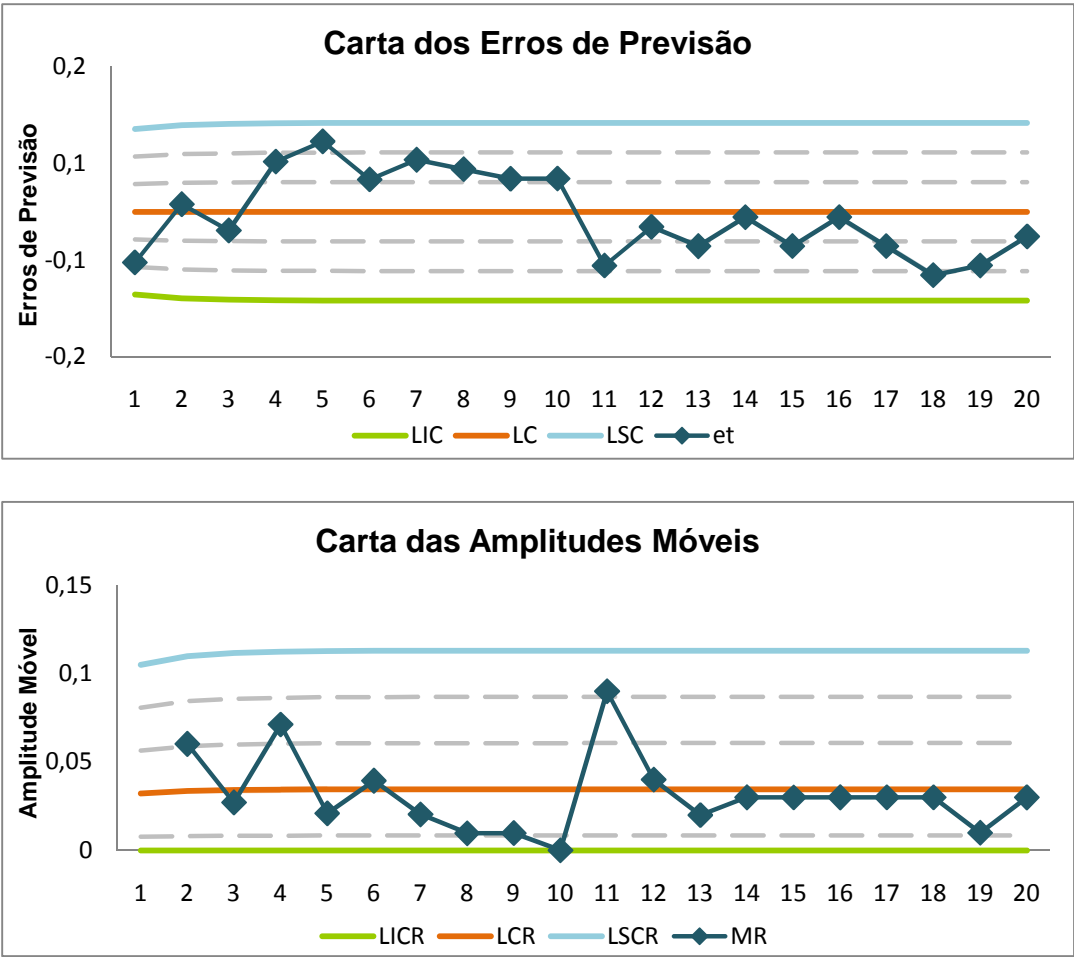


Figura VII.6 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 4 do Produto B.

VII.4 Produto C

VII.4.1 Característica 1

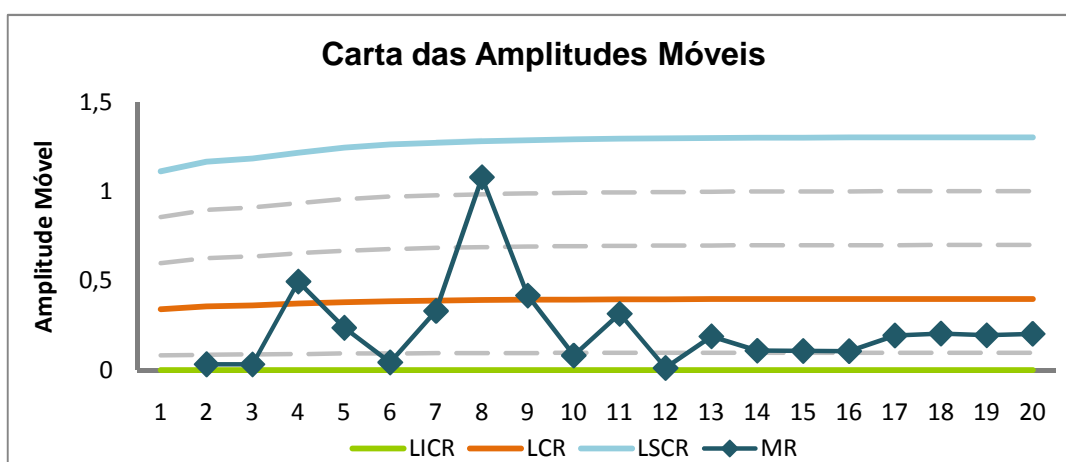
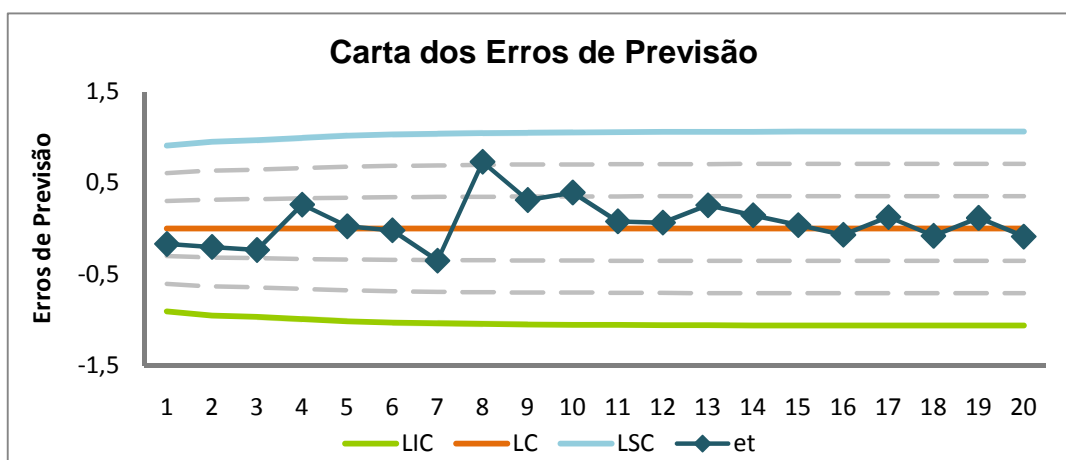
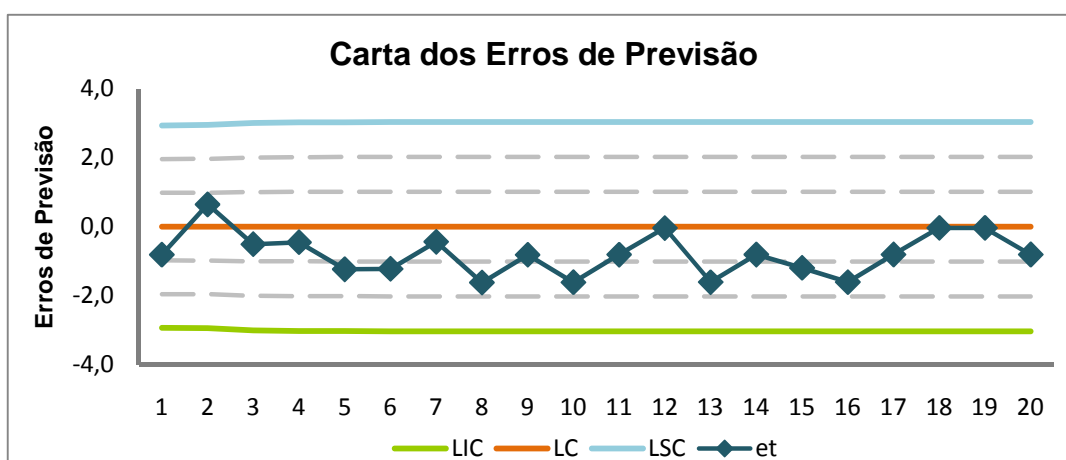


Figura VII.7 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 1 do Produto C.

VII.4.2 Característica 5



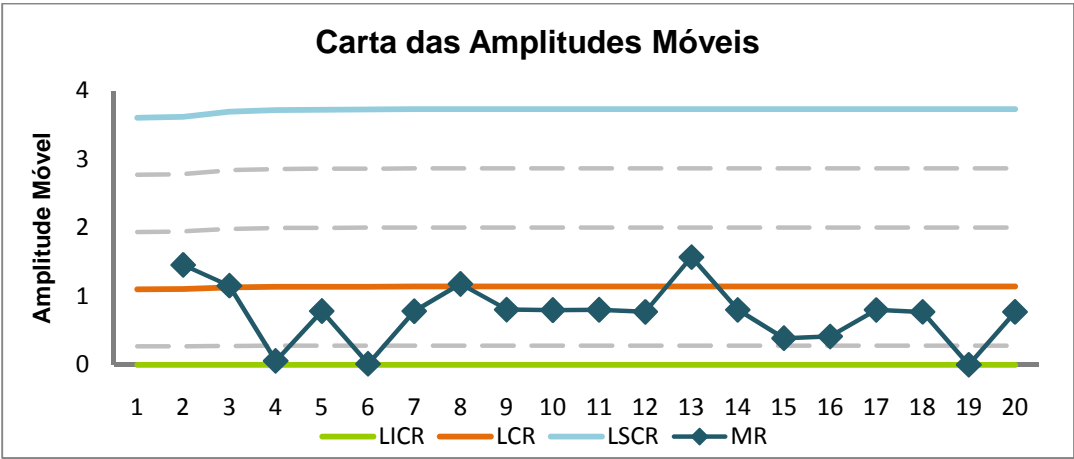


Figura VII.8 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 5 do Produto C.

VII.5 Produto D

VII.5.1 Característica 1

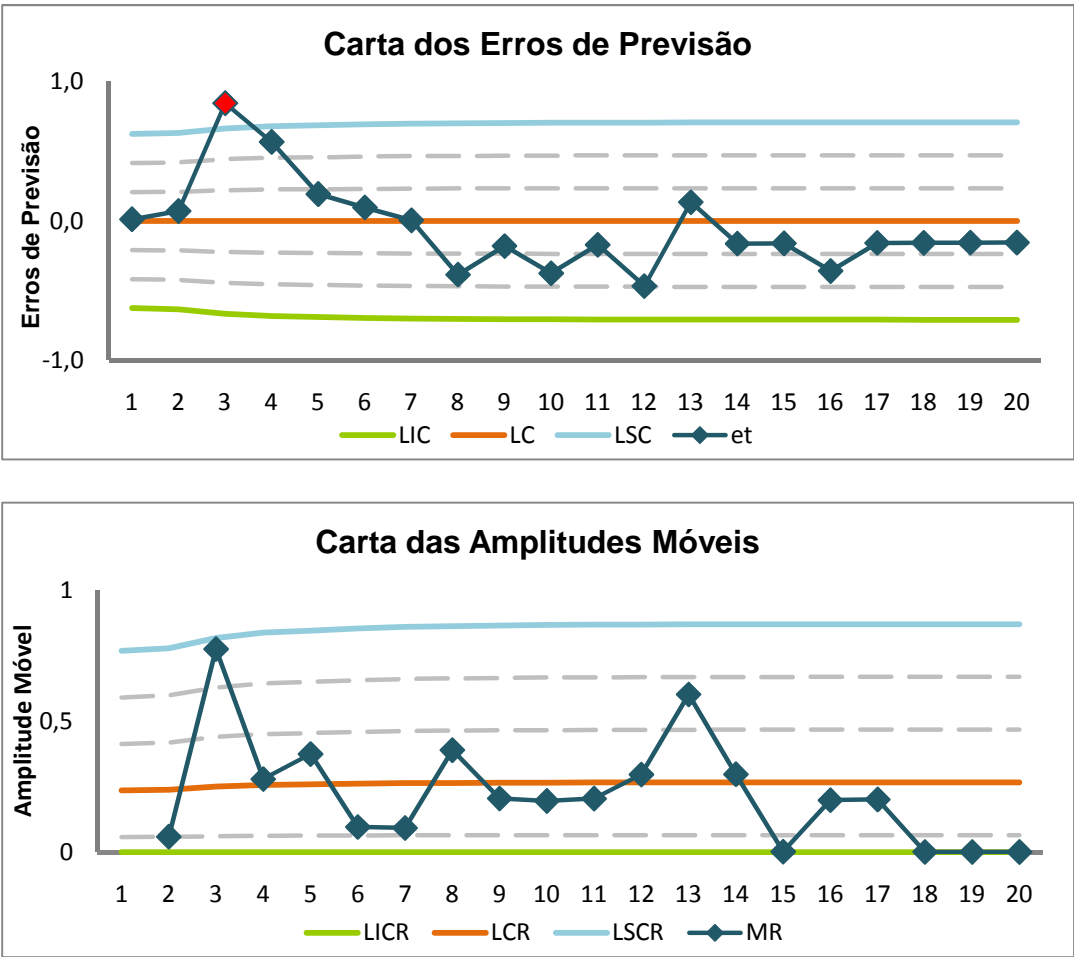


Figura VII.9 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 1 do Produto D.

VII.5.2 Característica 2

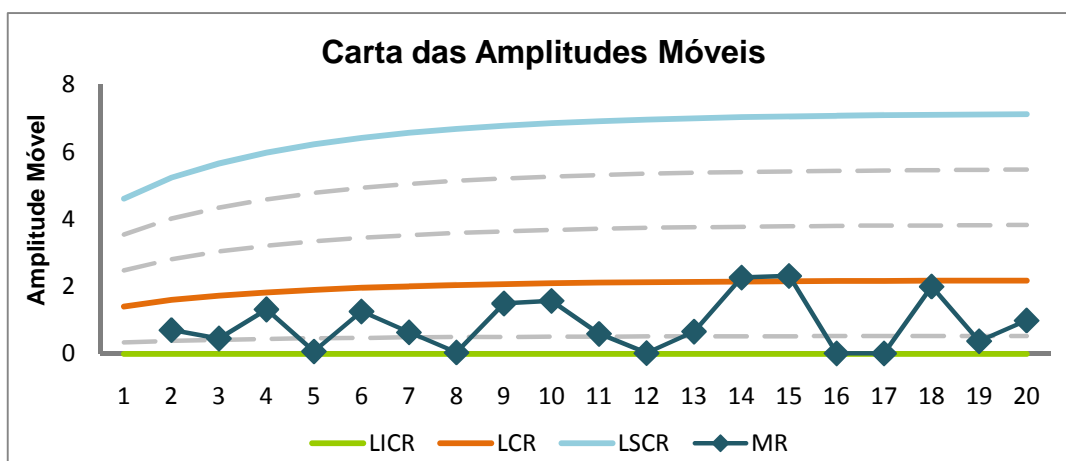
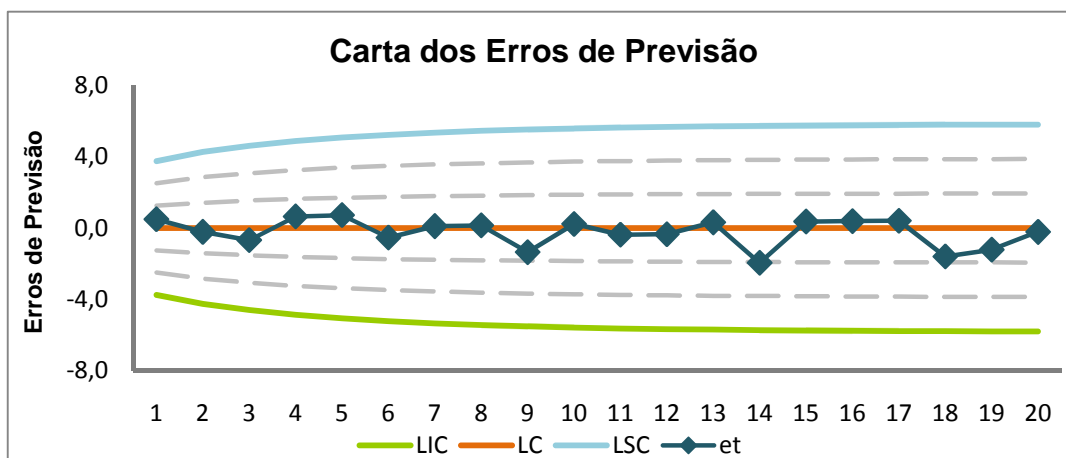
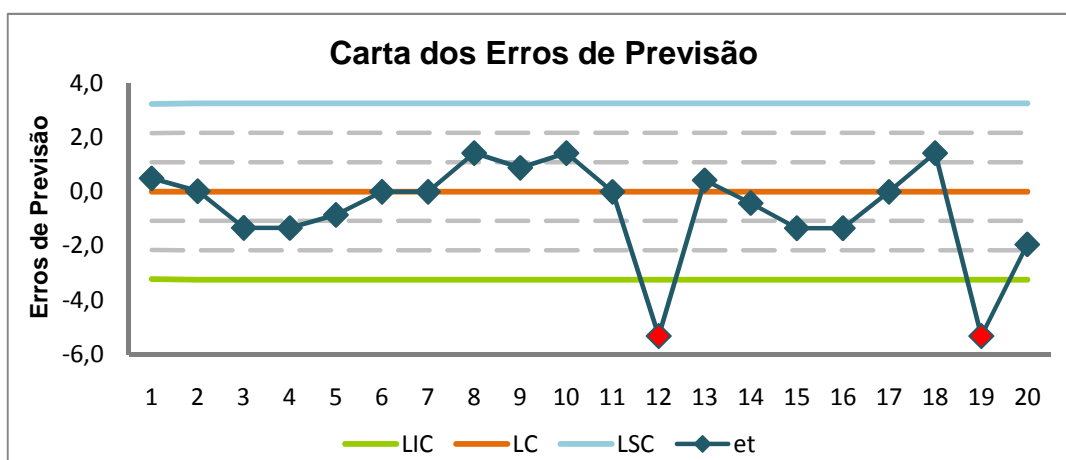


Figura VII.10 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 2 do Produto D.

VII.5.3 Característica 5



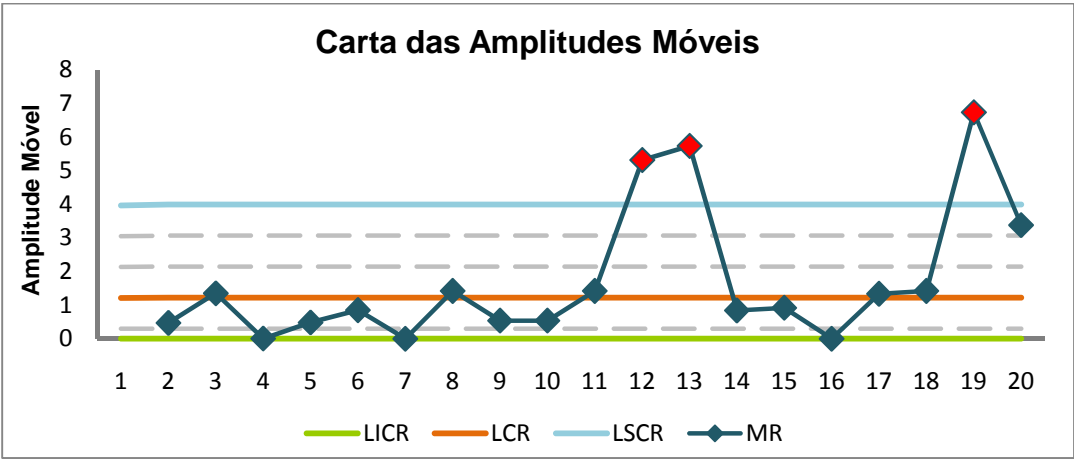


Figura VII.11 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 5 do Produto D.

VII.5.4 Característica 6

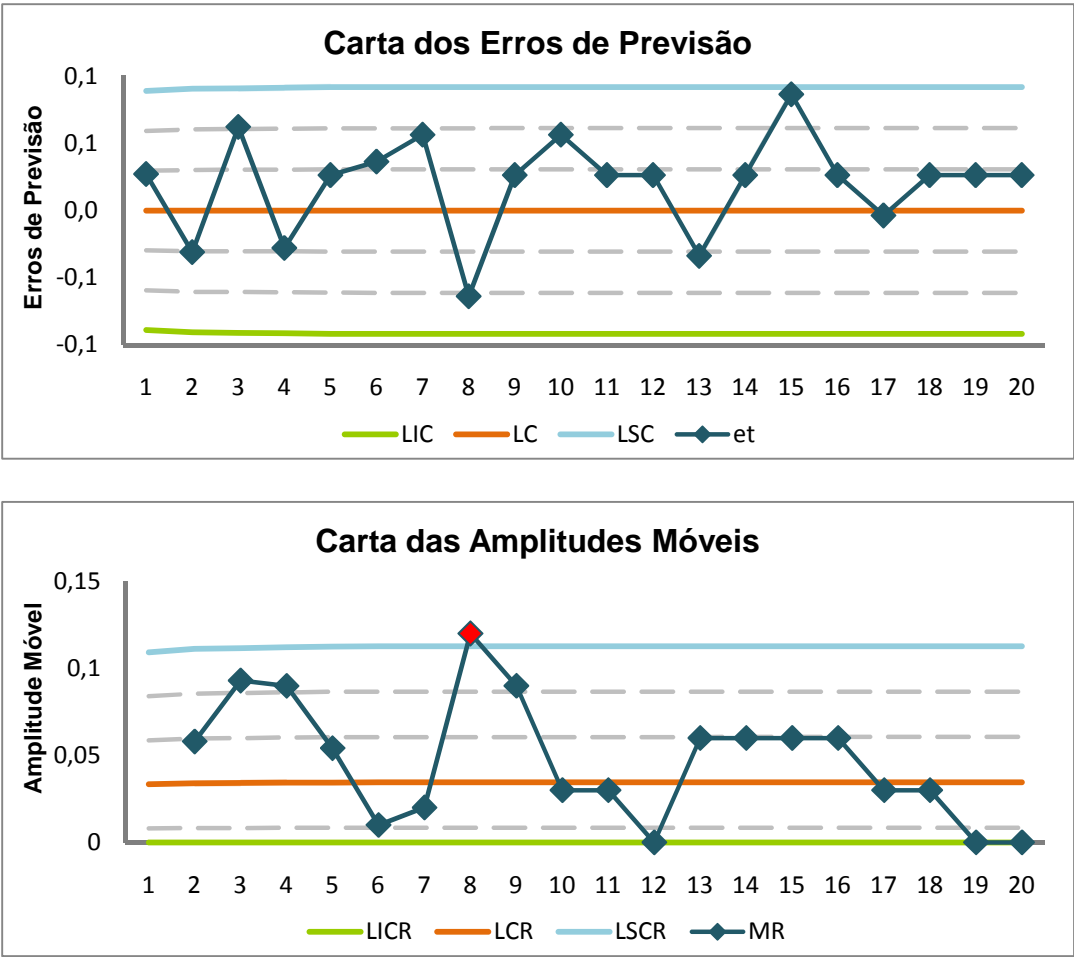


Figura VII.12 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 6 do Produto D.

VII.6 Produto E

VII.6.1 Característica 4

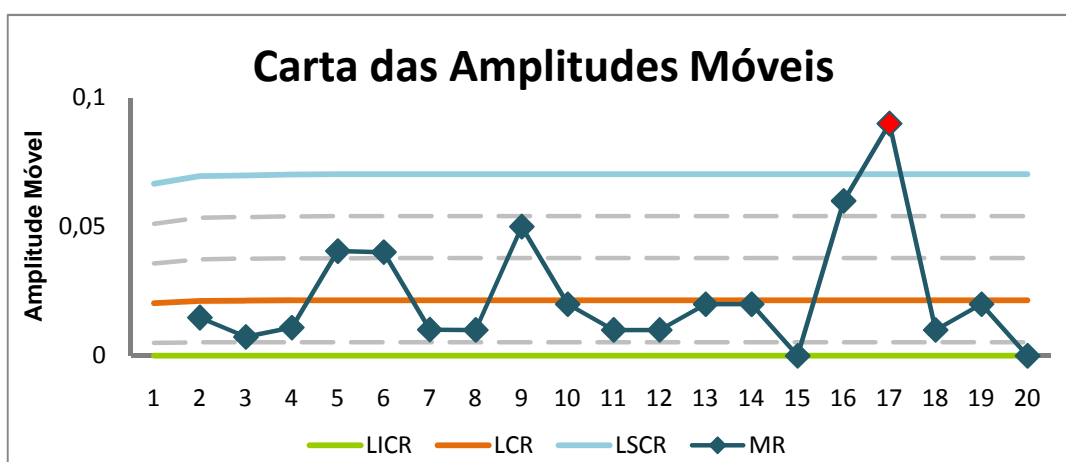
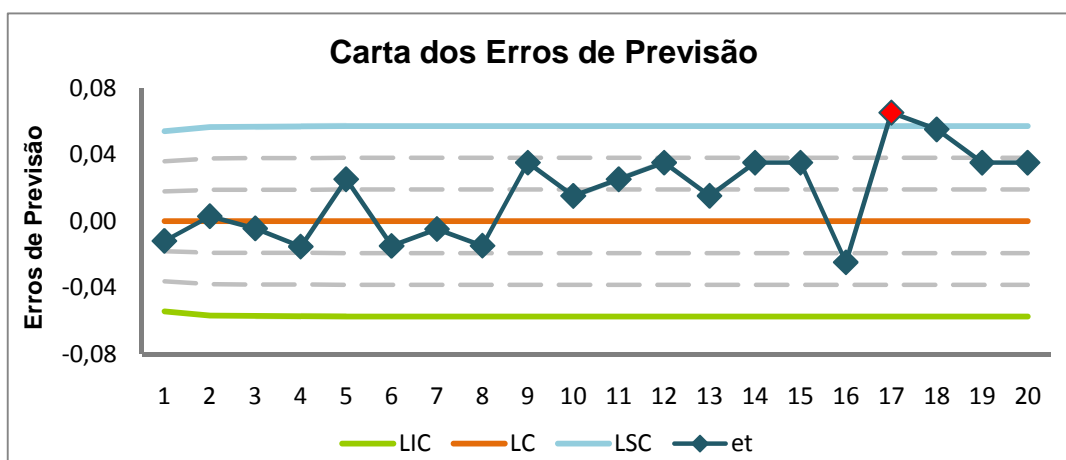
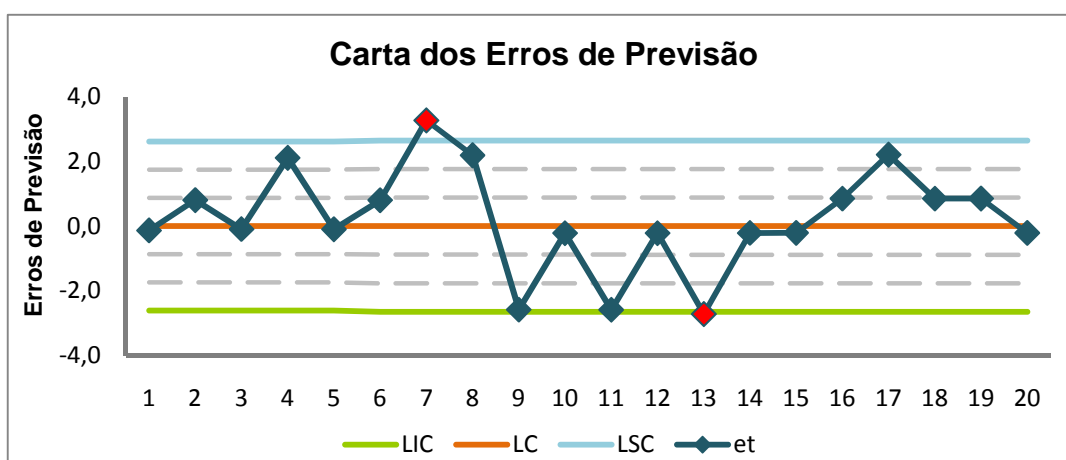


Figura VII.13 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 4 do Produto E.

VII.6.2 Característica 6



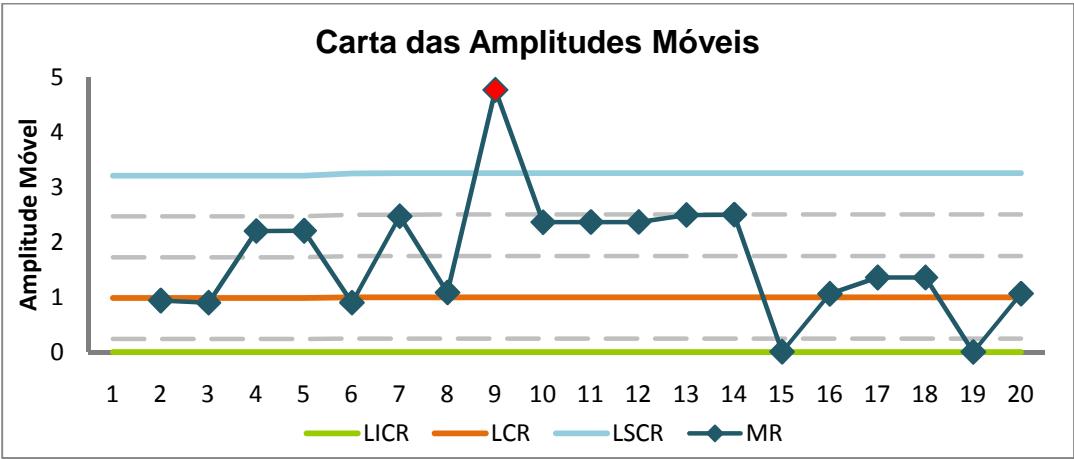


Figura VII.14 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 6 do Produto D.

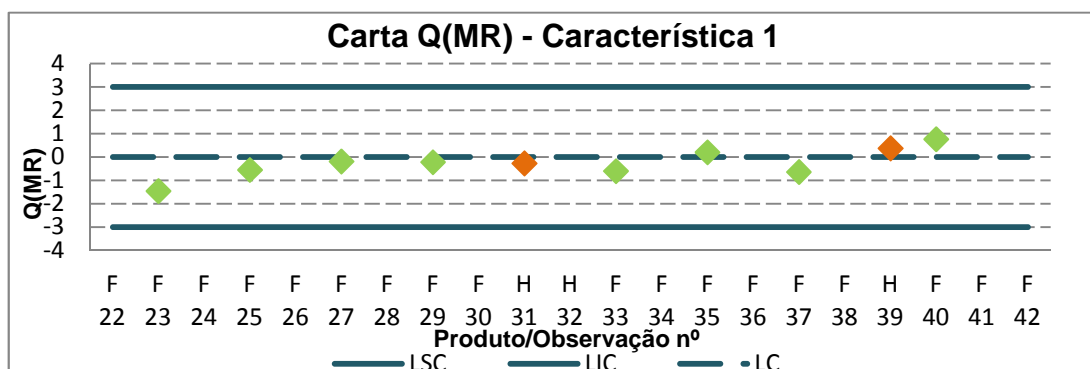
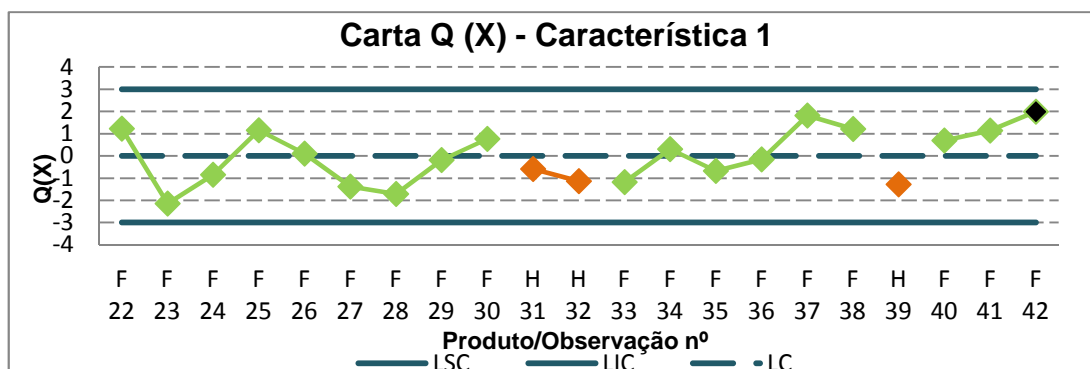
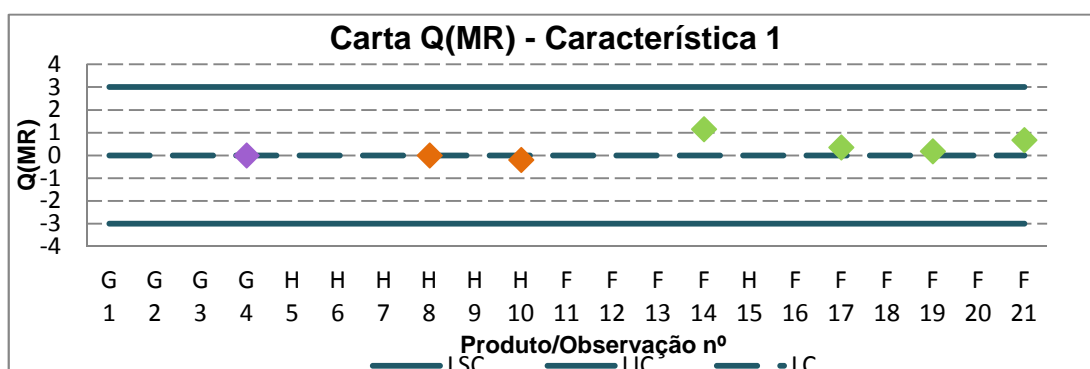
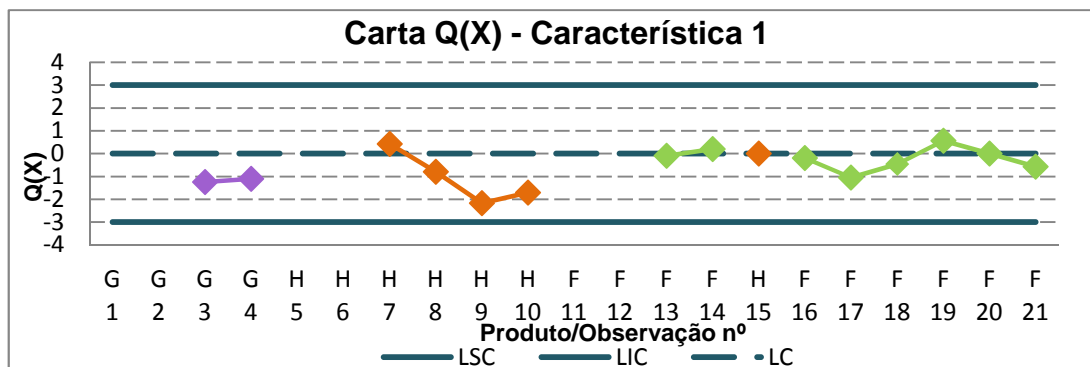
Anexo VIII - Produtos F, G, H, I e J

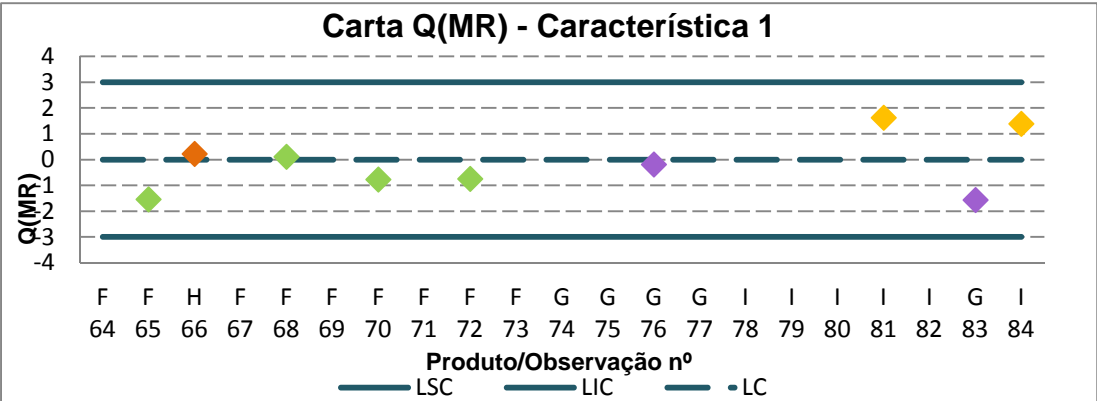
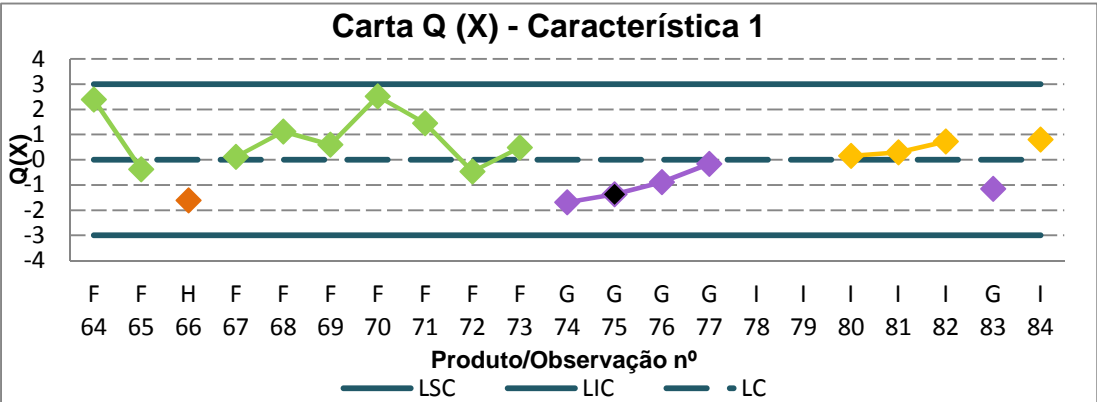
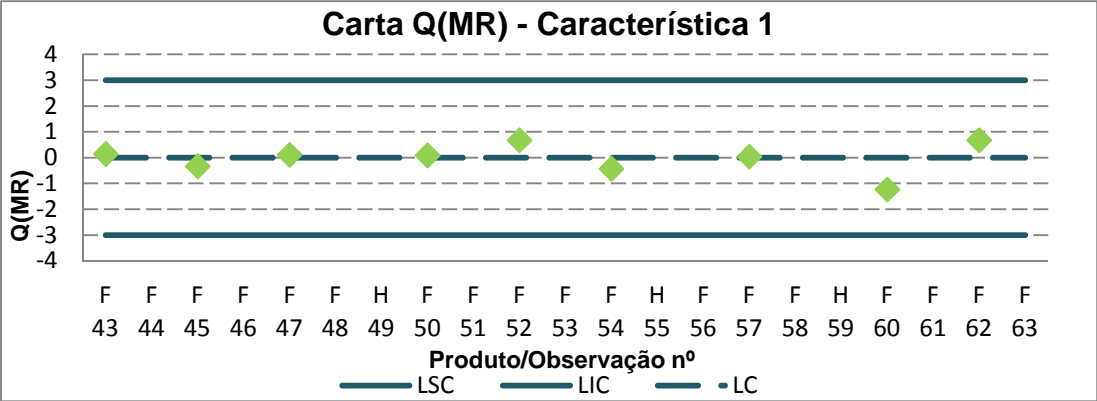
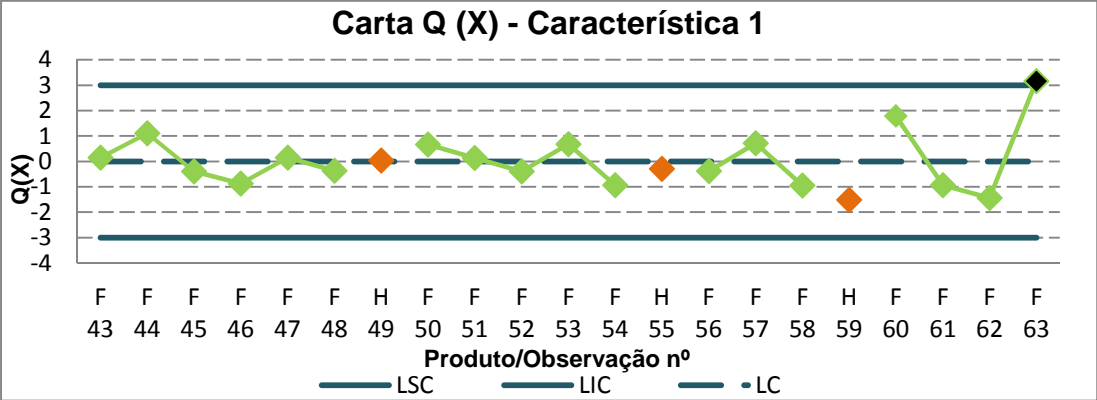
- Produtos F, G, H, I e J na Preparação de Fórmulas
 - Cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ – Estudo Univariado
 - Carta MQ_X – Estudo Multivariado

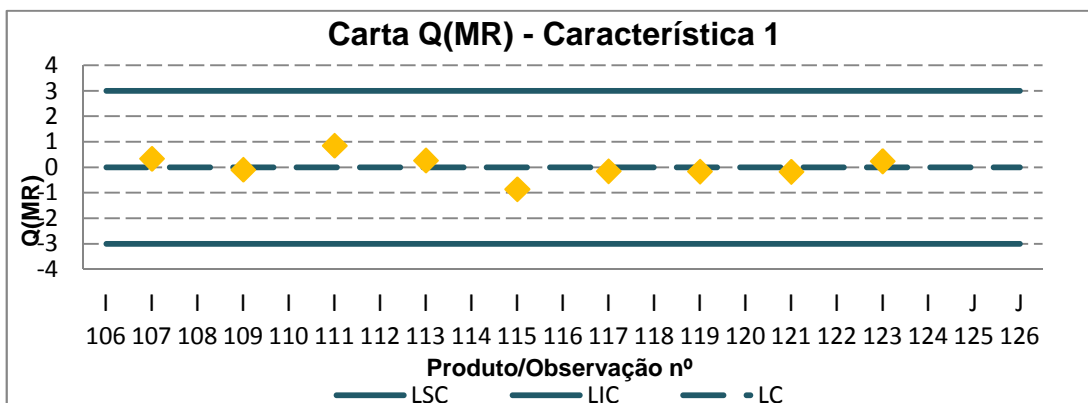
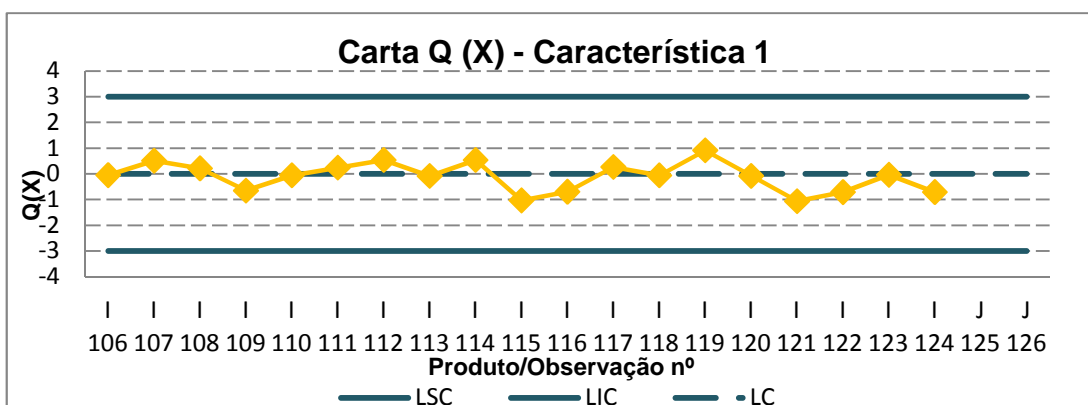
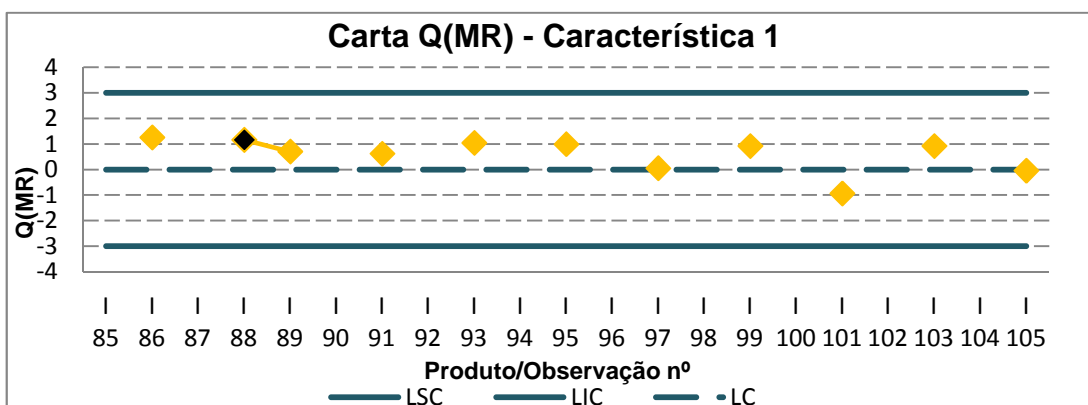
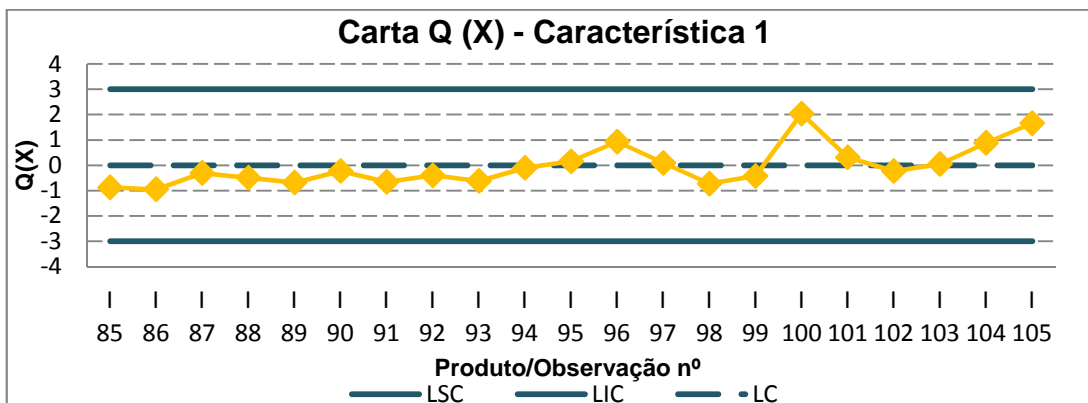
VIII.1 Cartas Q(X) e Q(MR) – Estudo Univariado

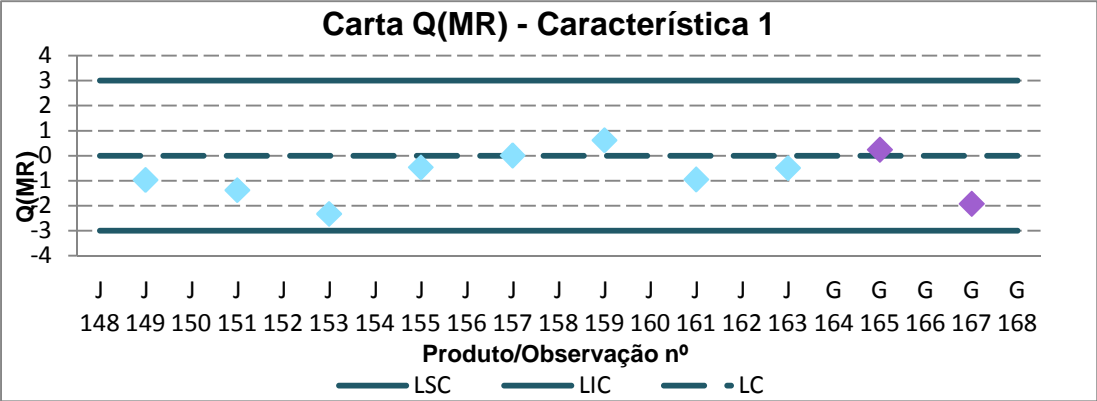
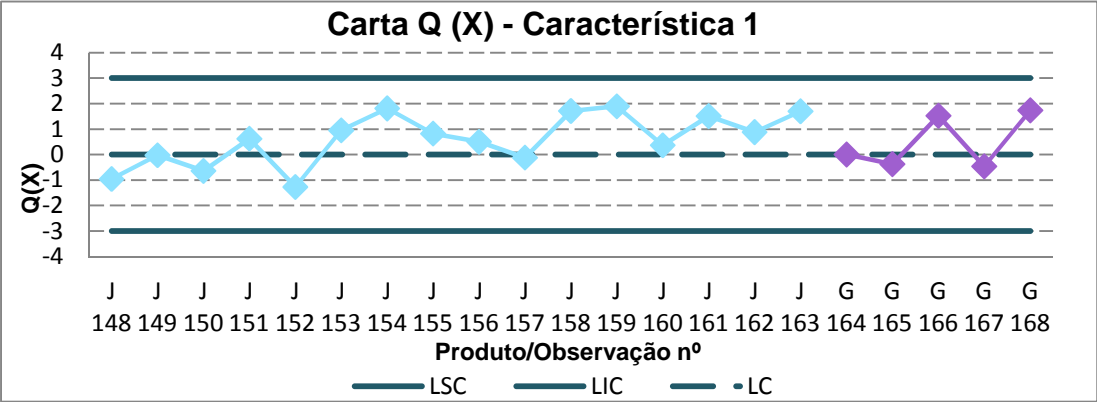
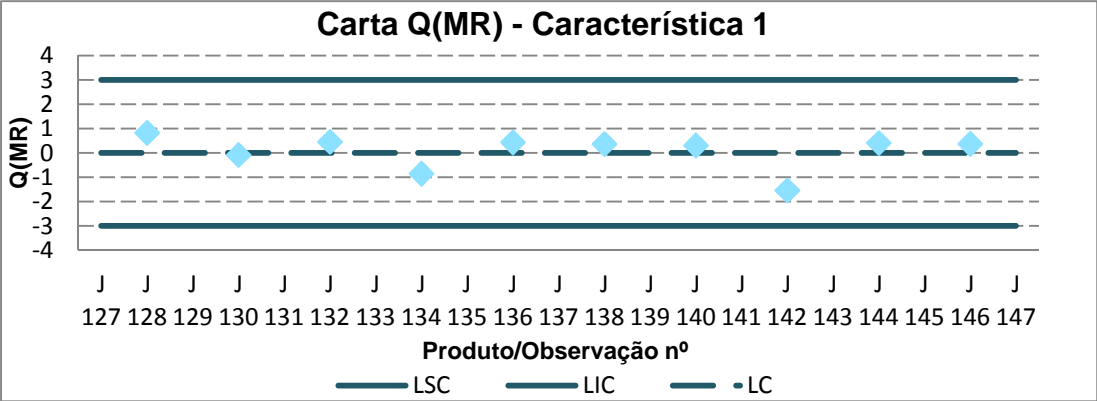
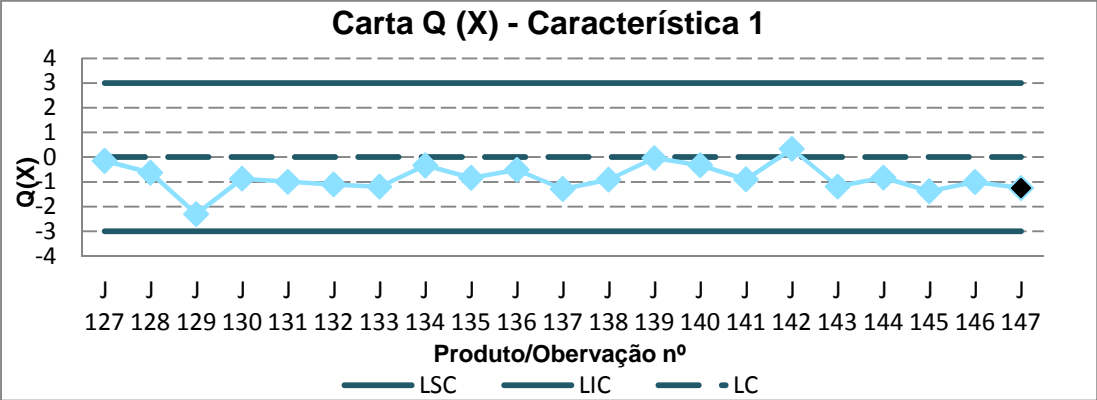
VIII.1.1 Característica 1

Quando ocorre uma causa especial de variação, será assinalada por: —◆— .

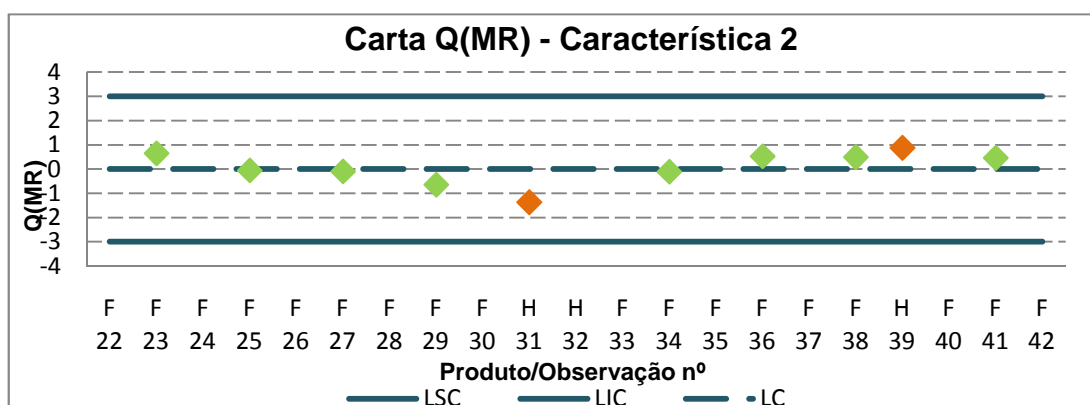
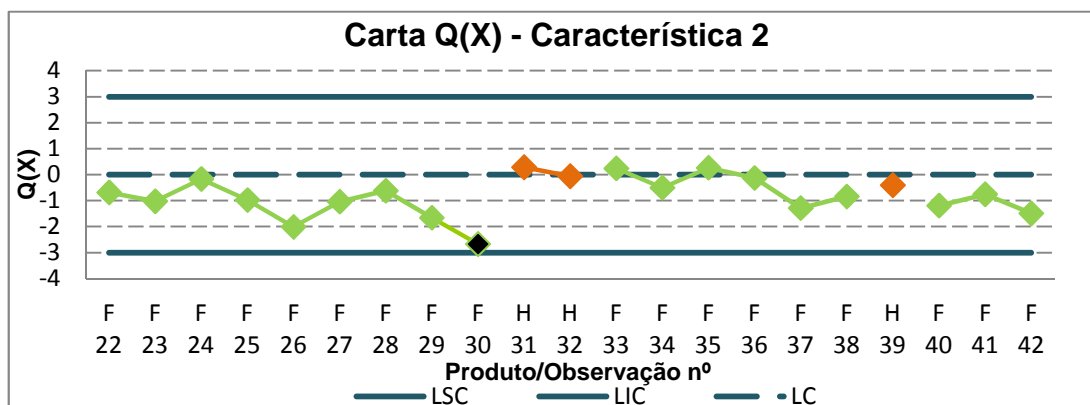
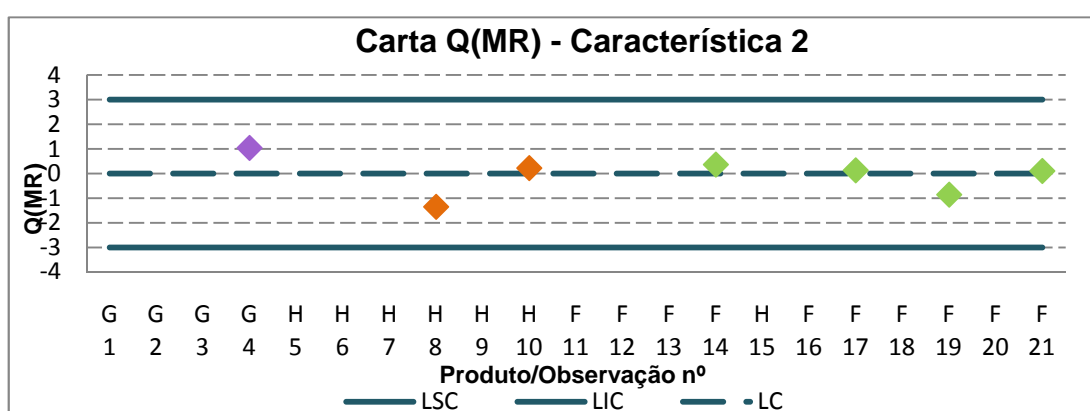
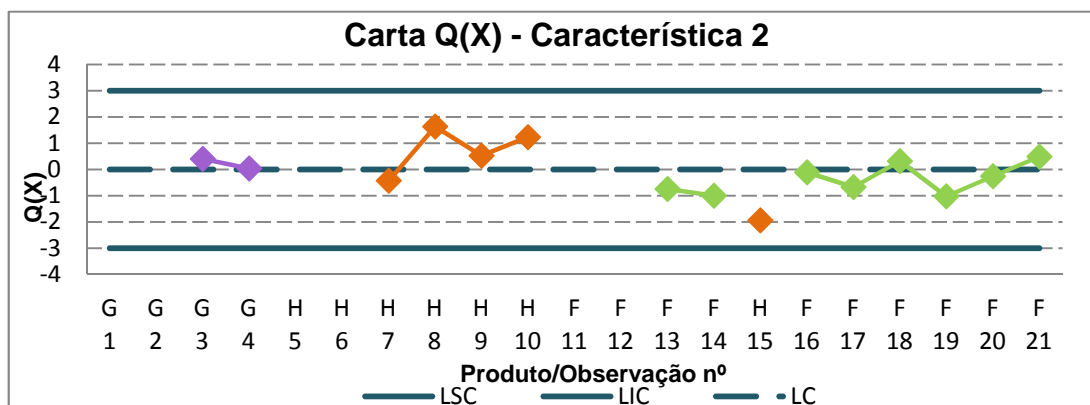


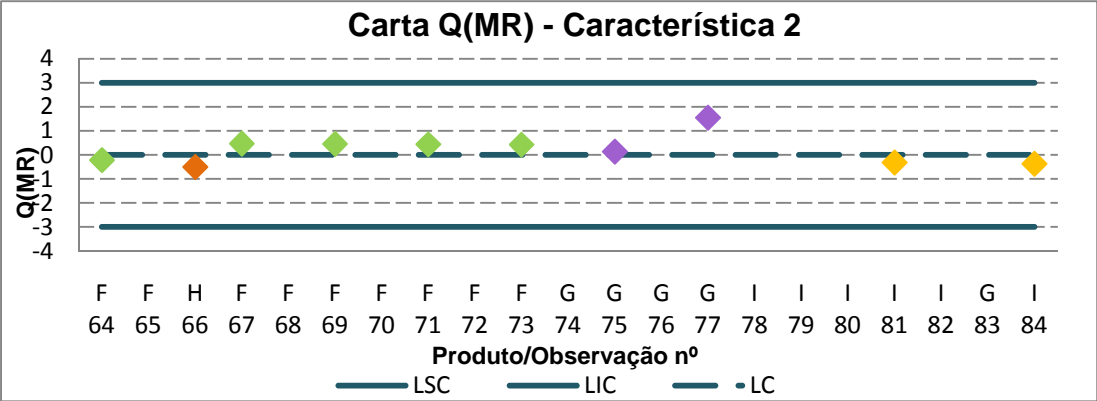
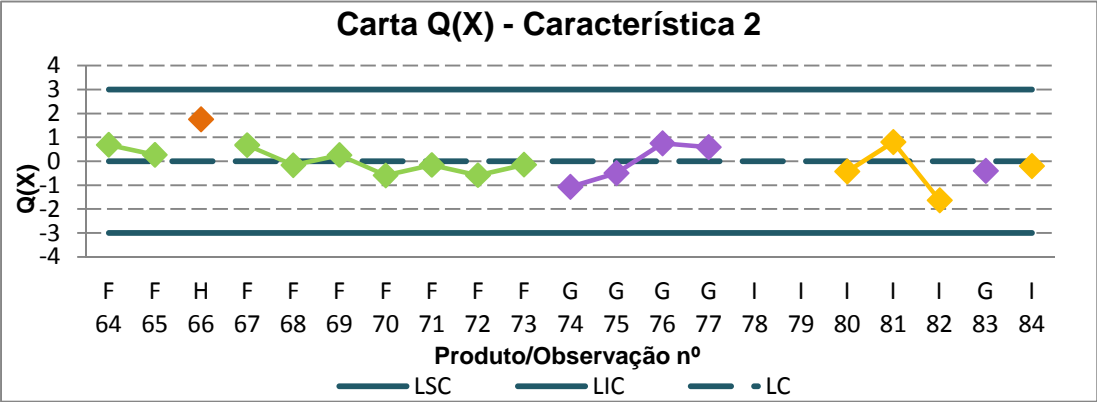
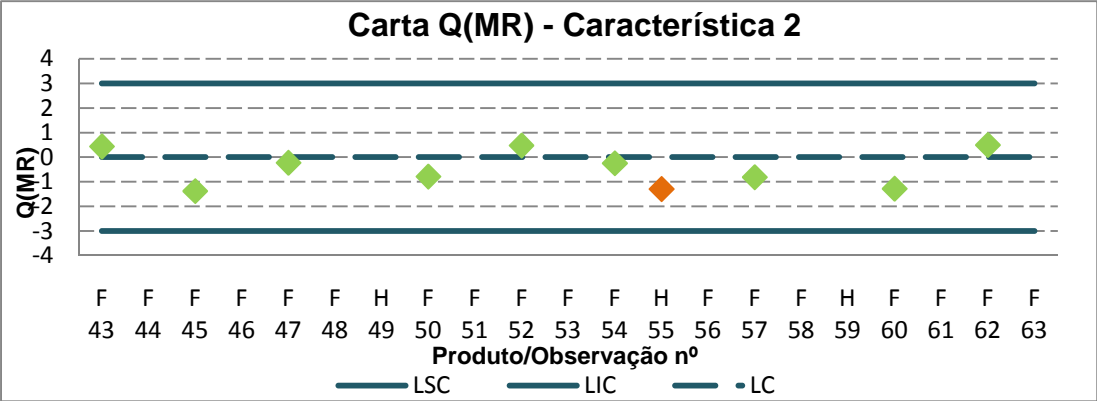
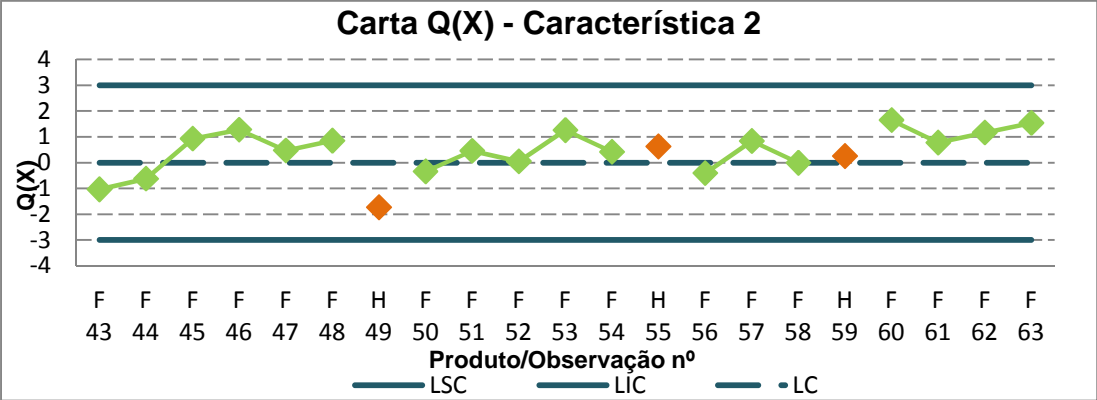


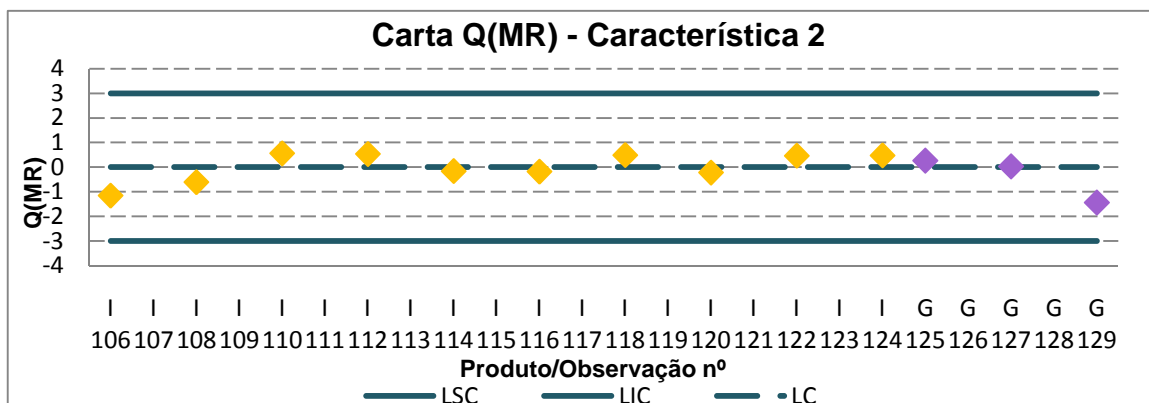
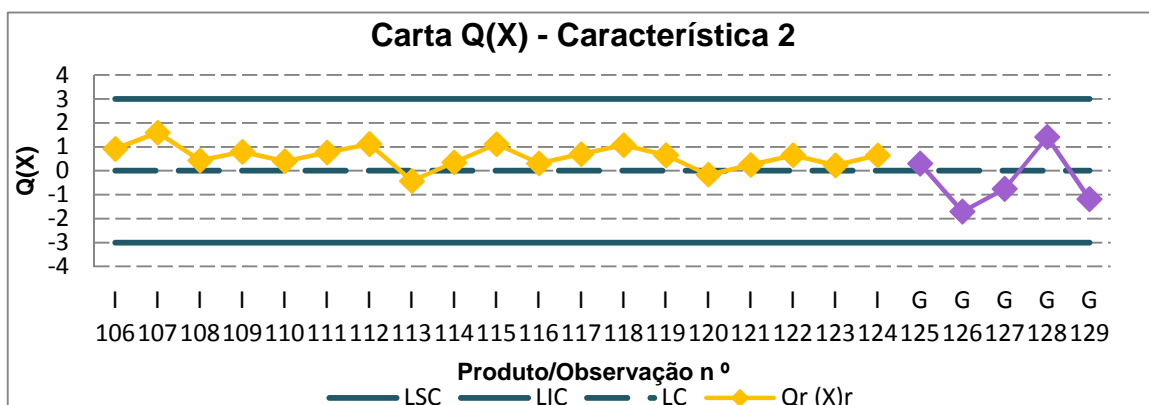
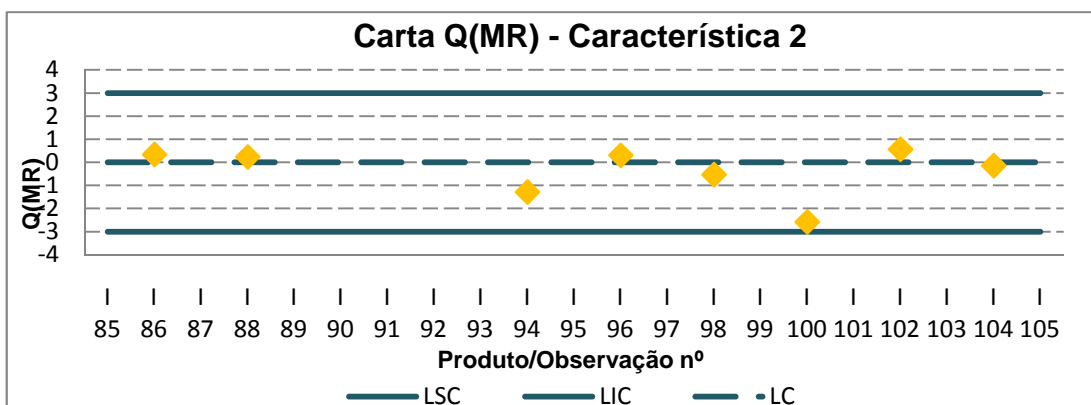
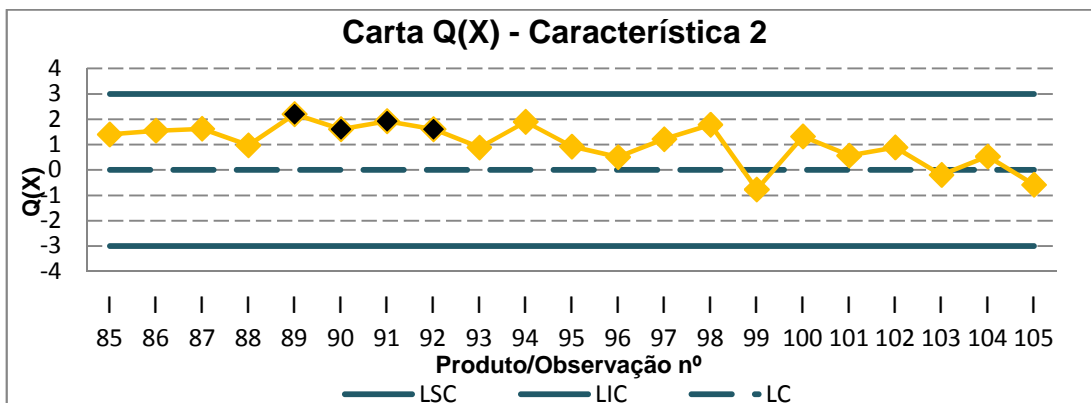




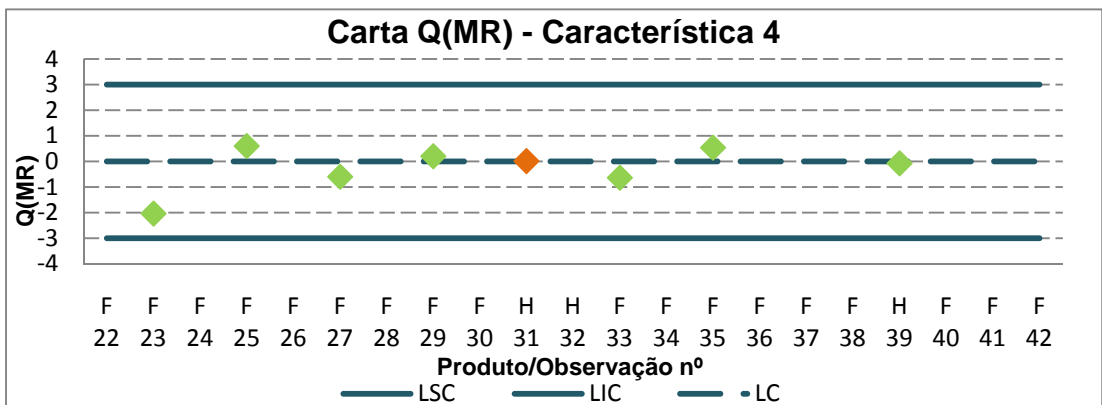
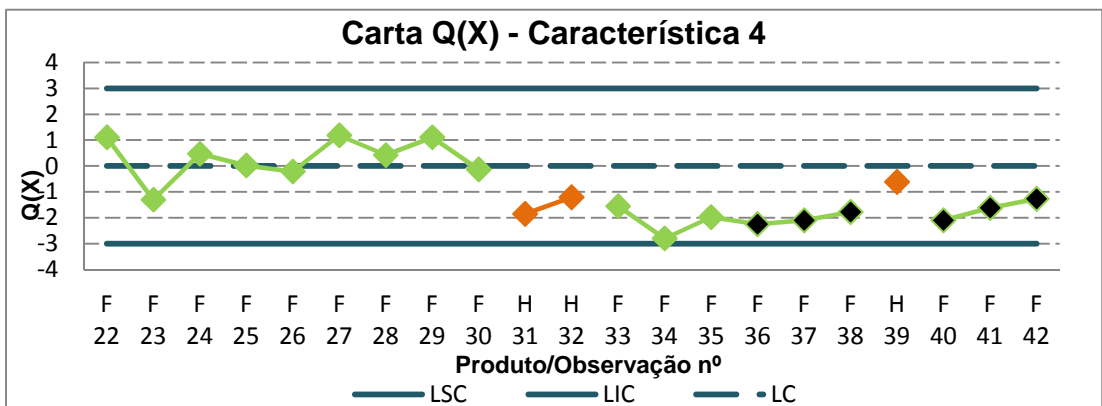
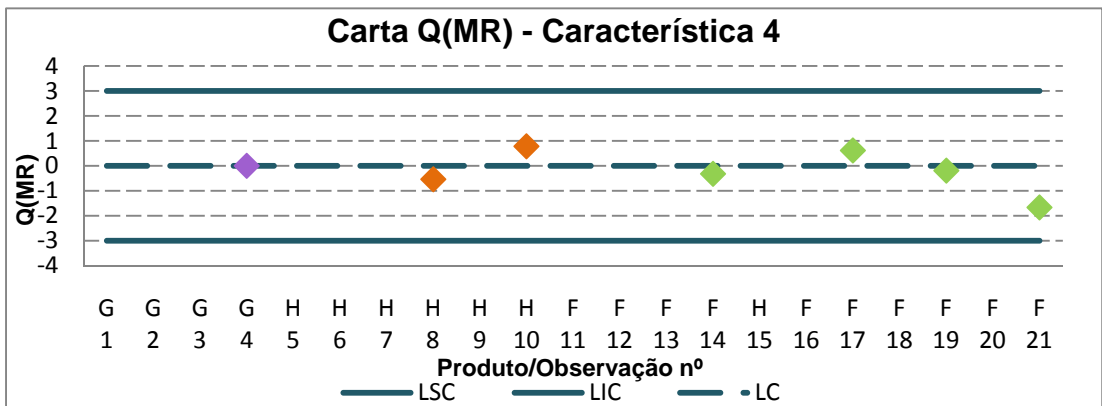
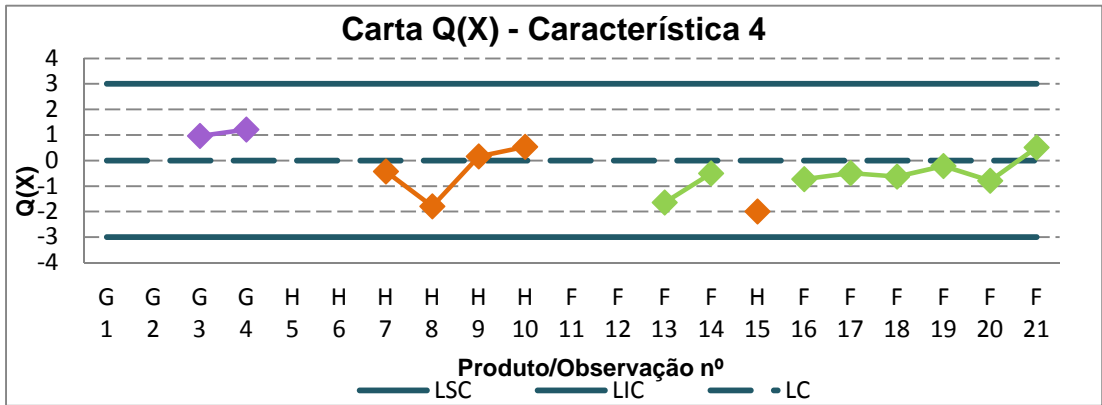
VIII.1.2 Característica 2

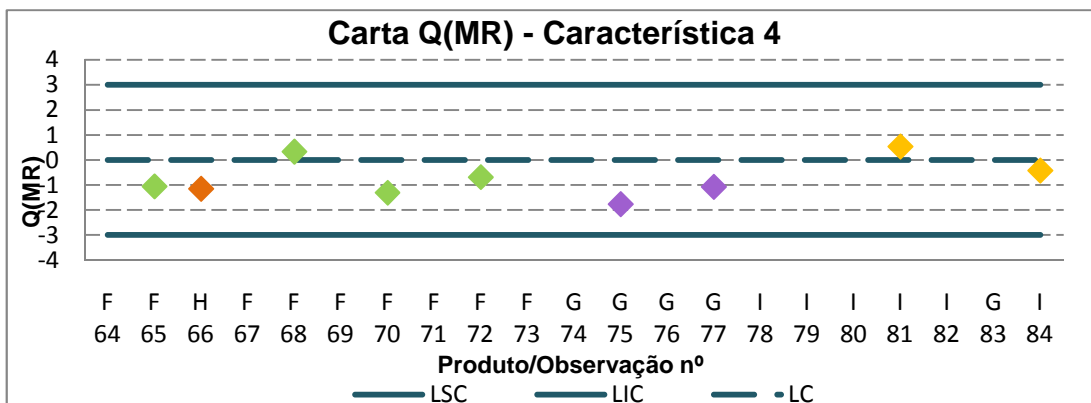
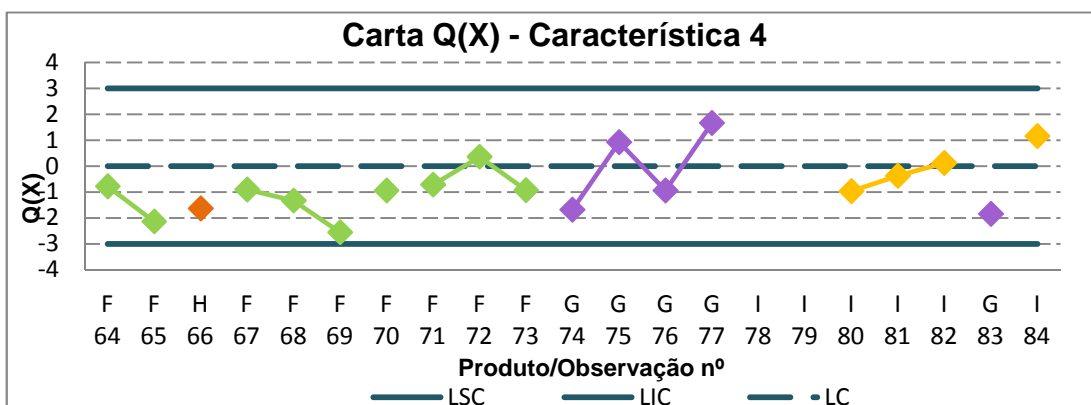
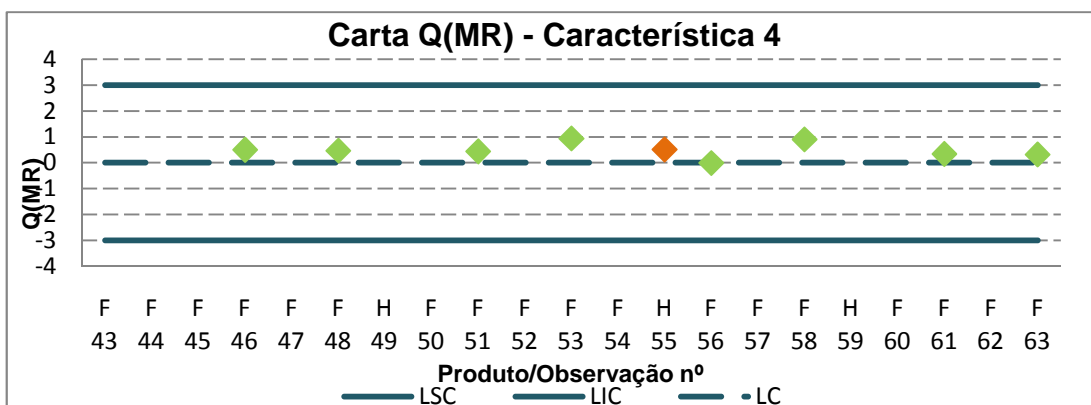
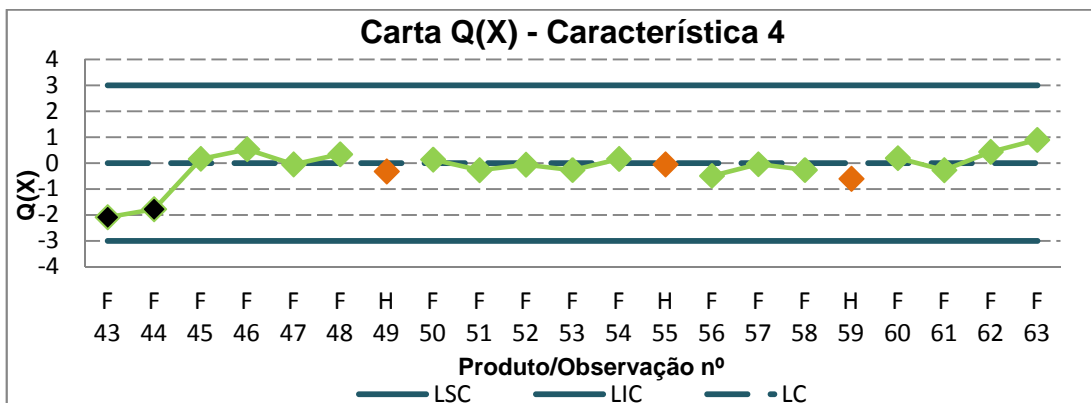


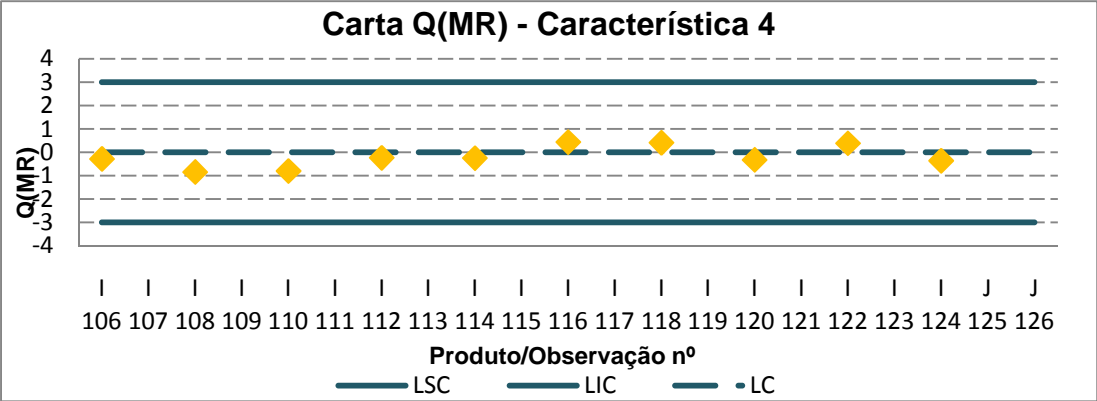
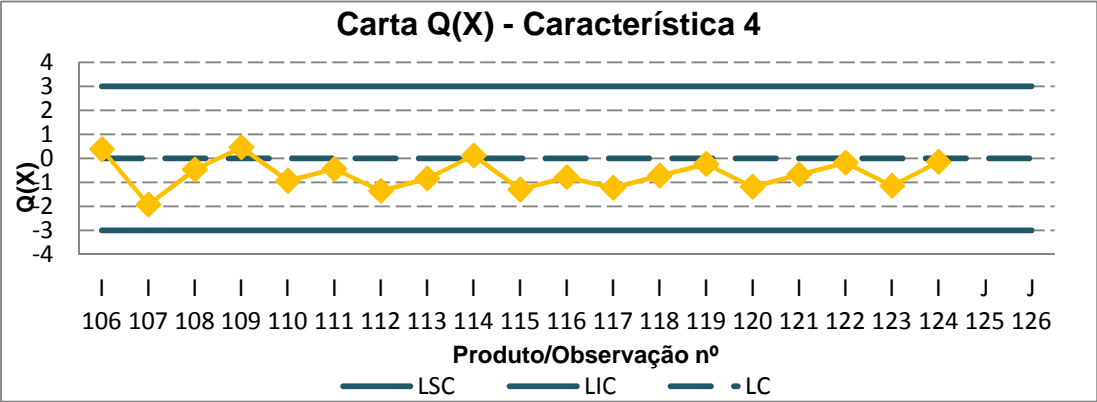
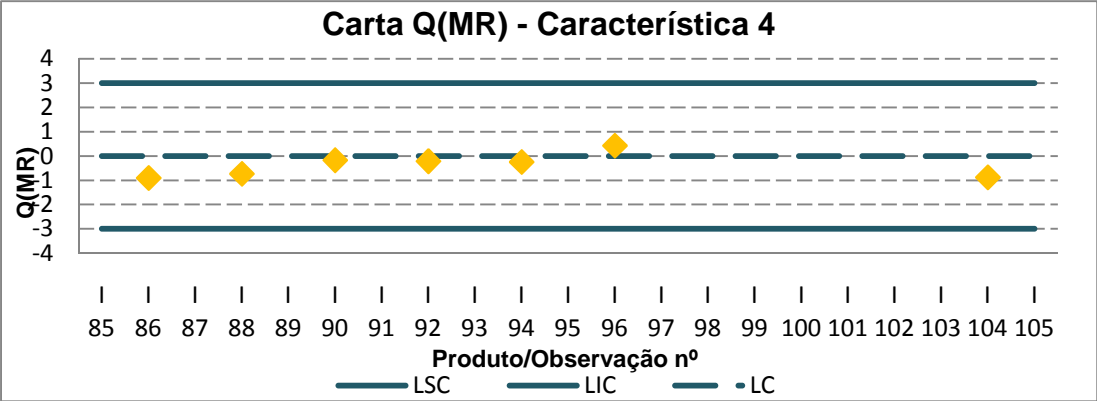
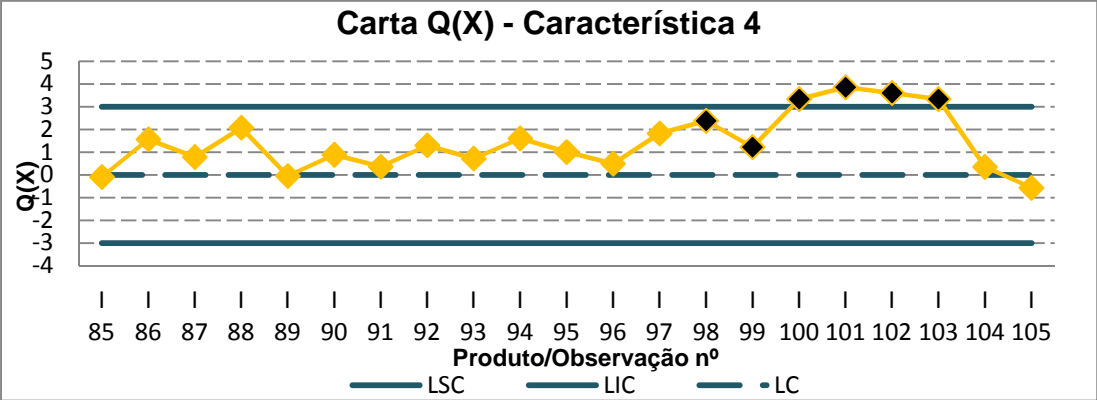


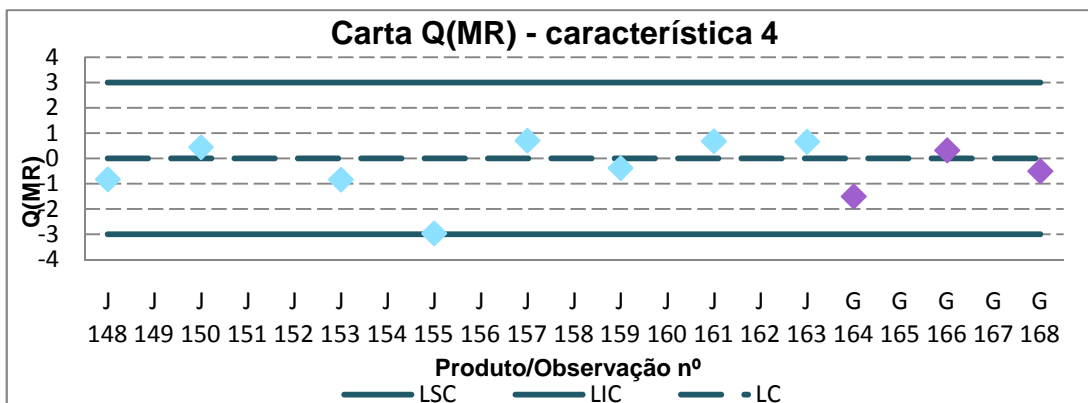
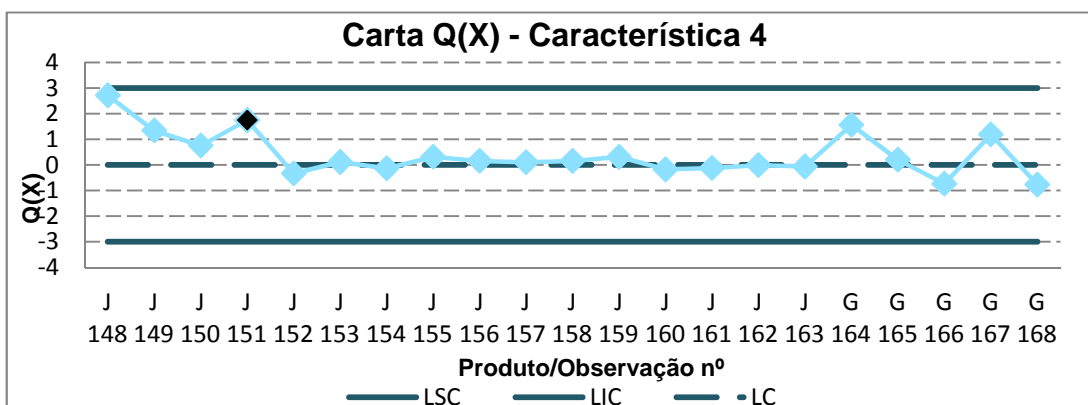
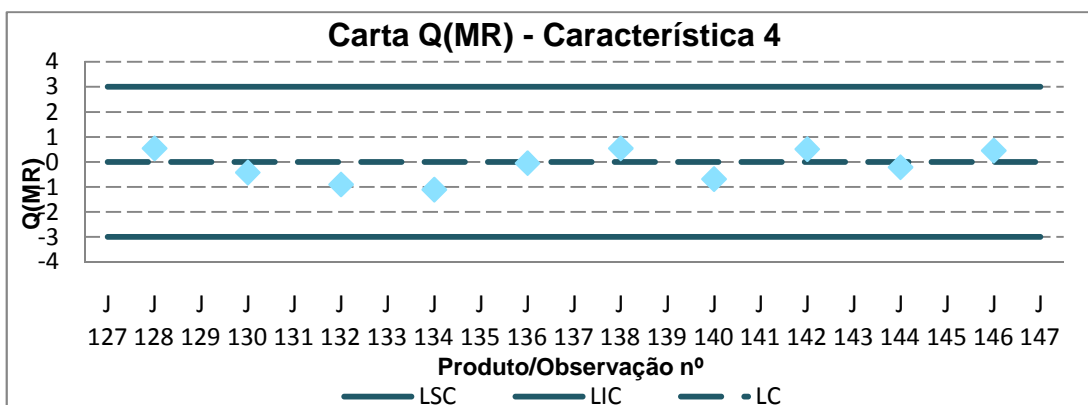
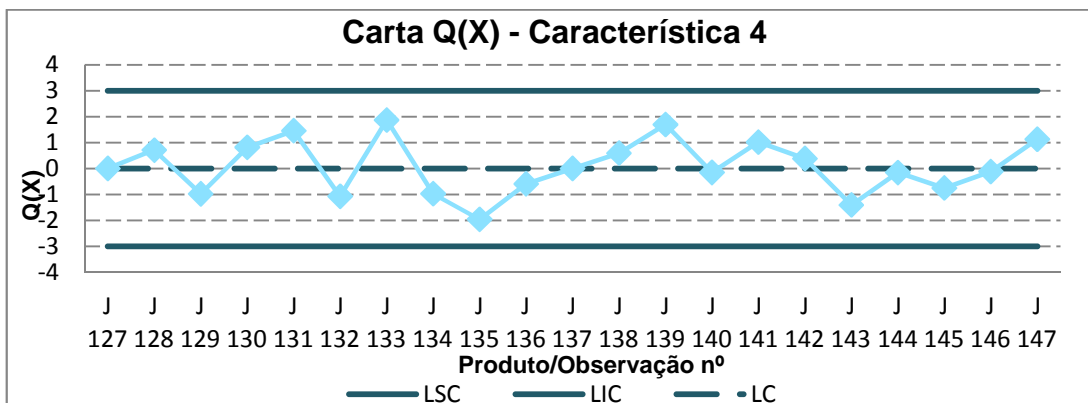


VIII.1.3 Característica 4

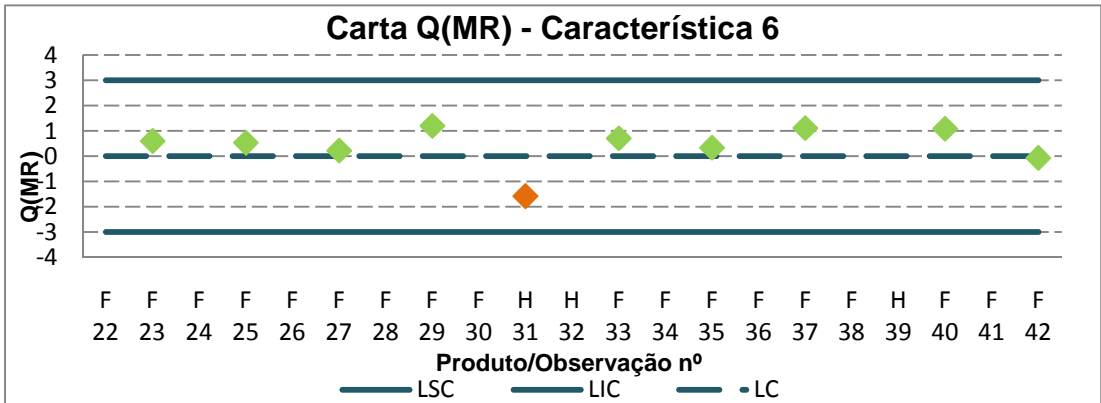
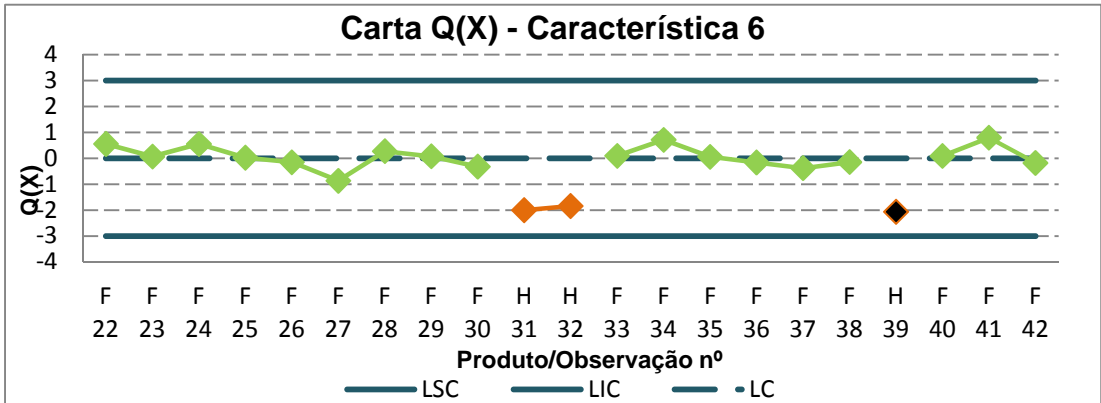
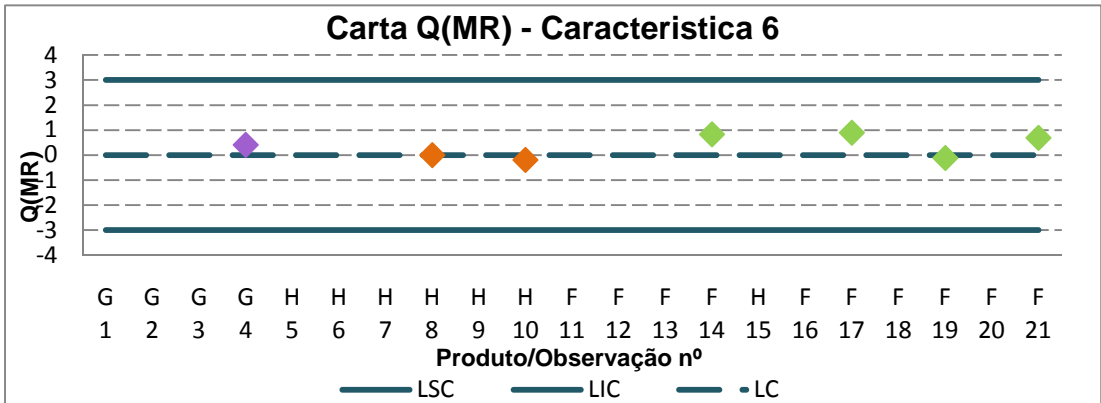
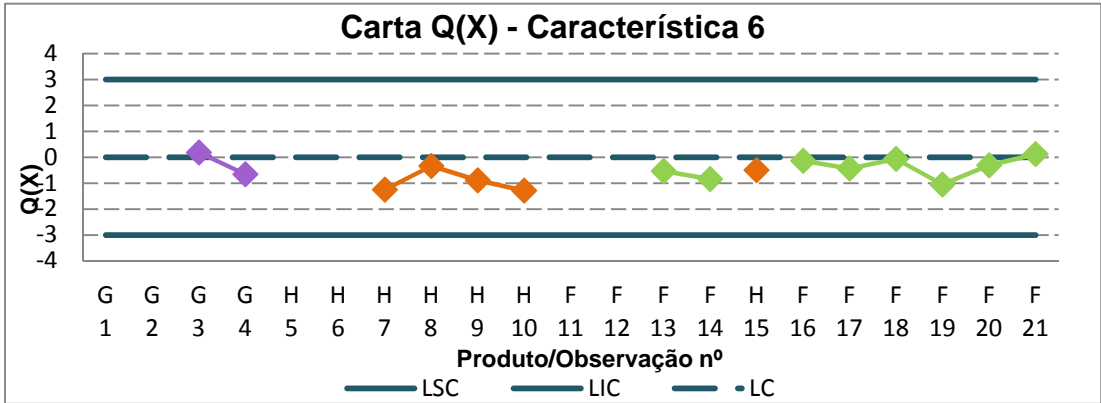


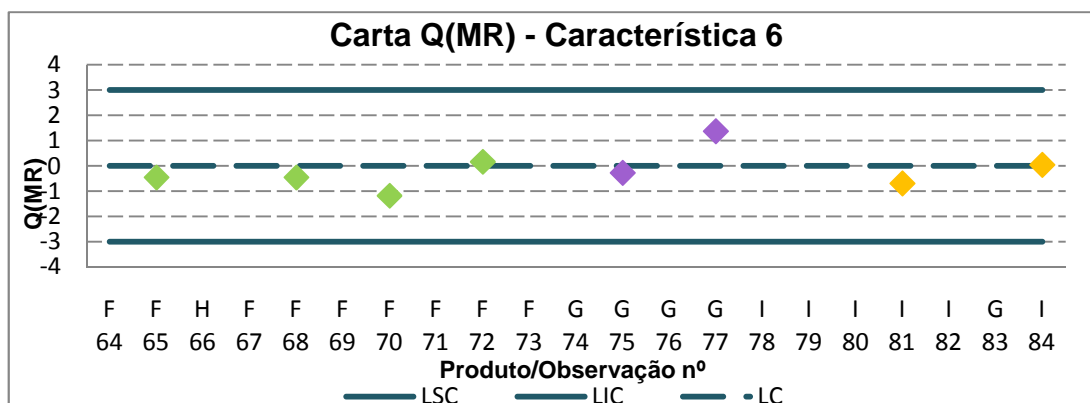
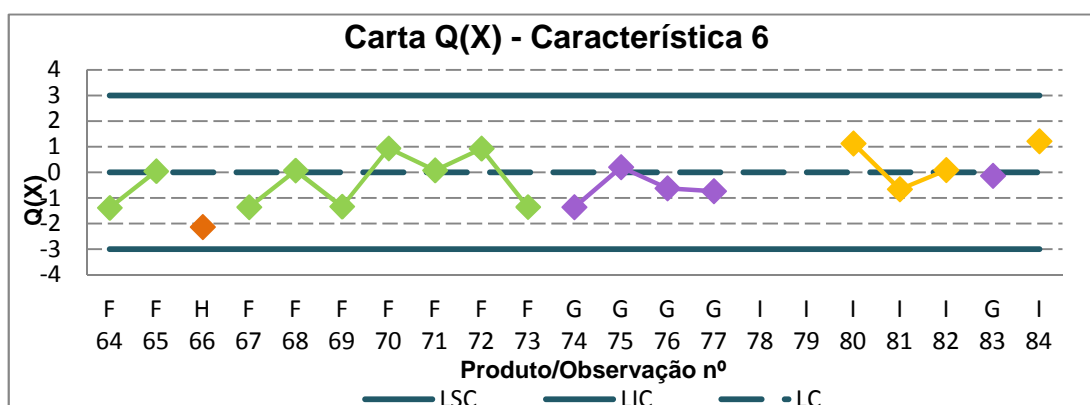
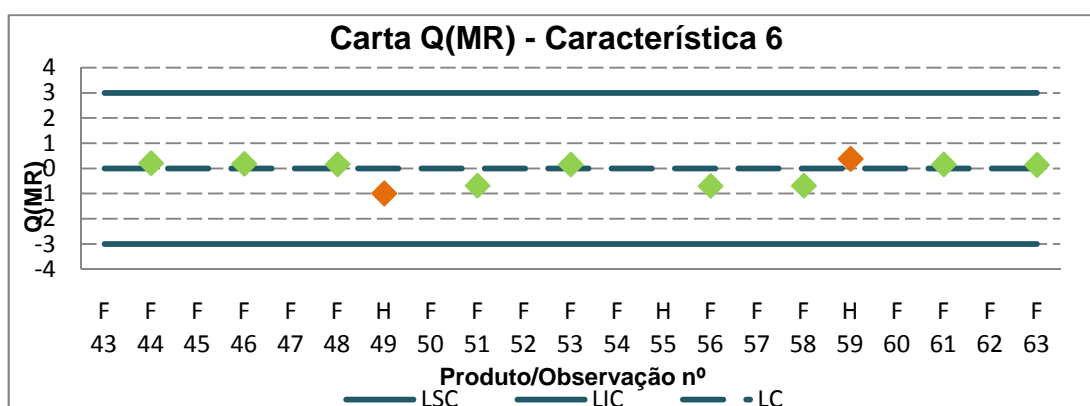
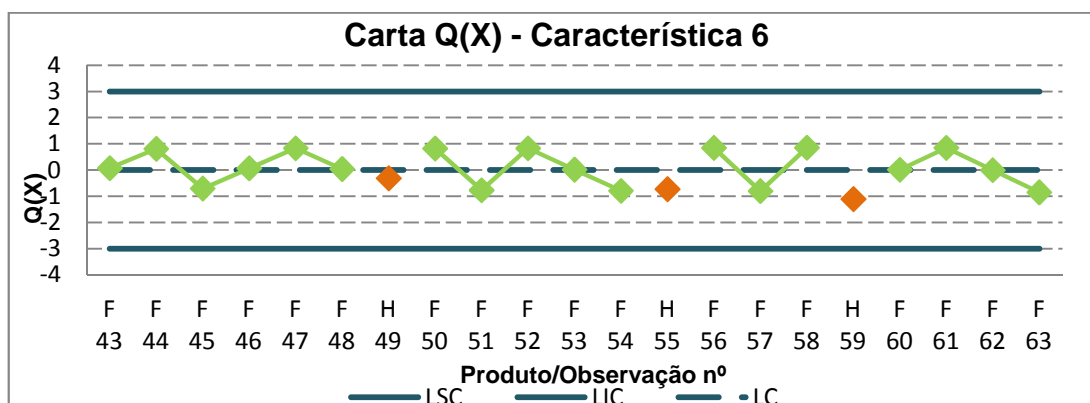


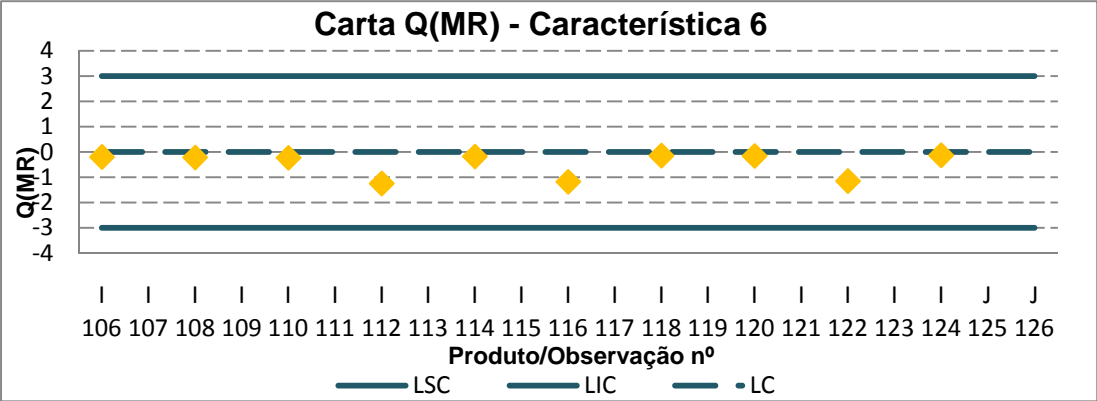
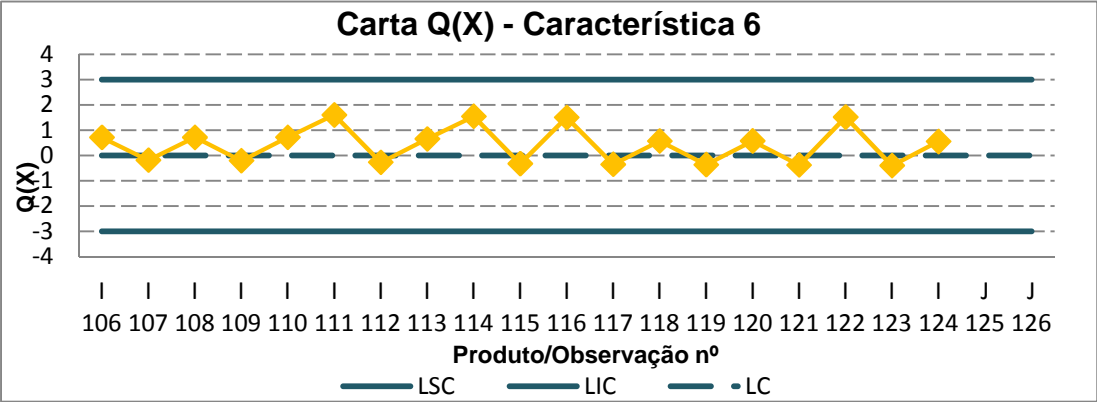
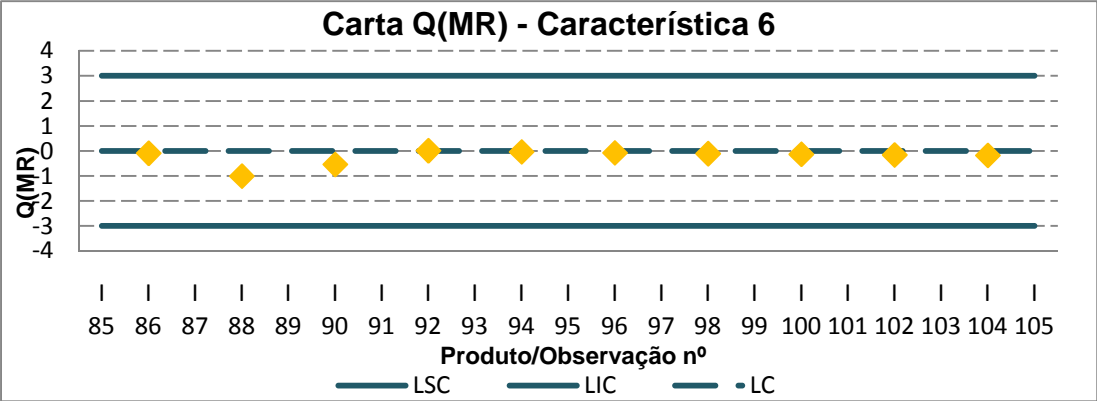
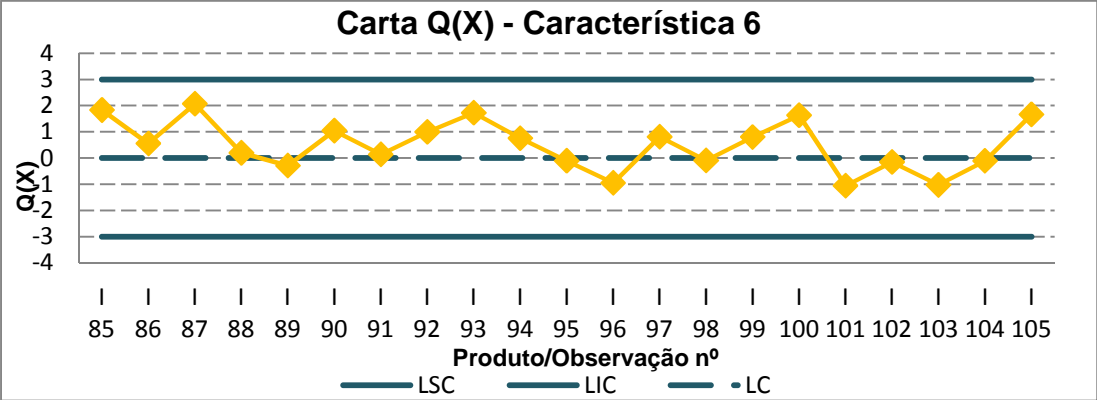


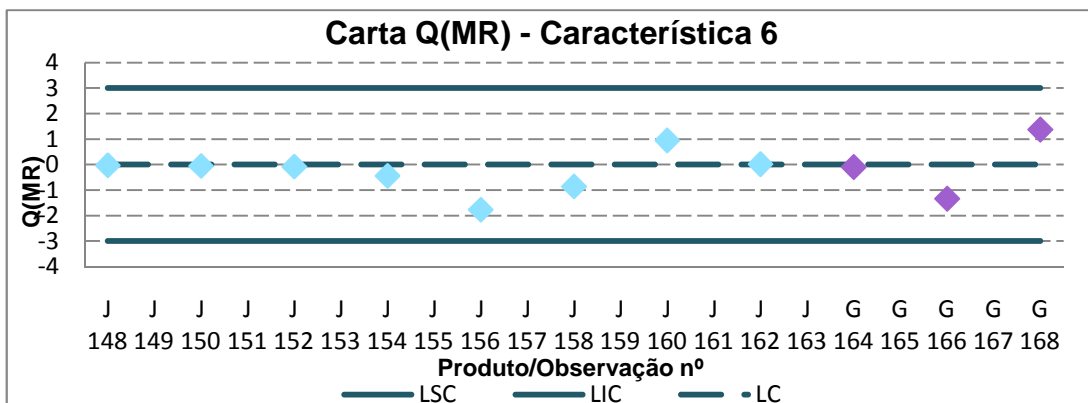
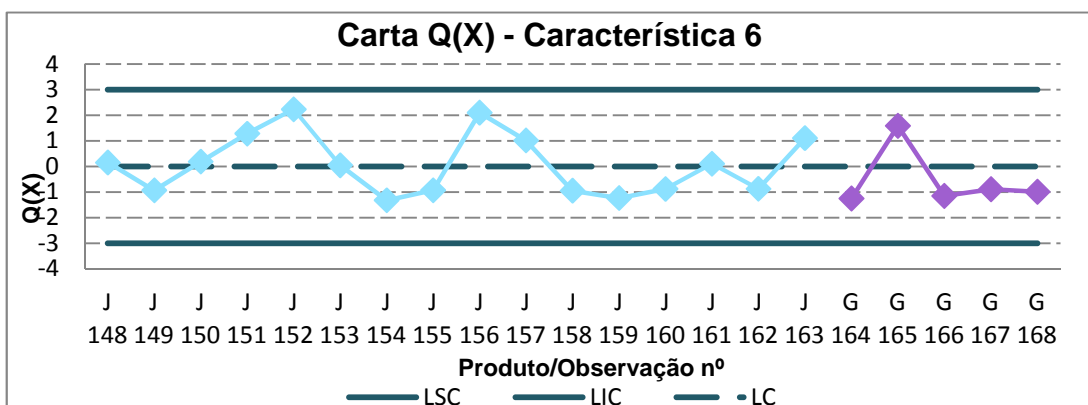
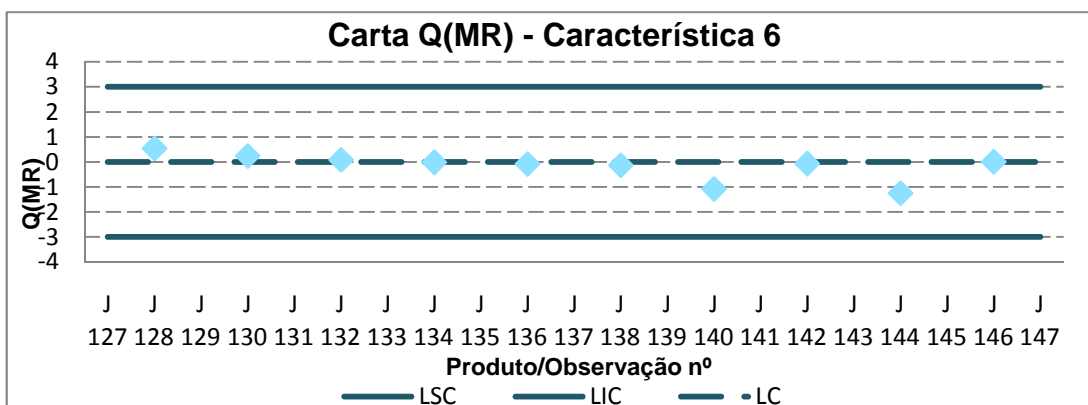
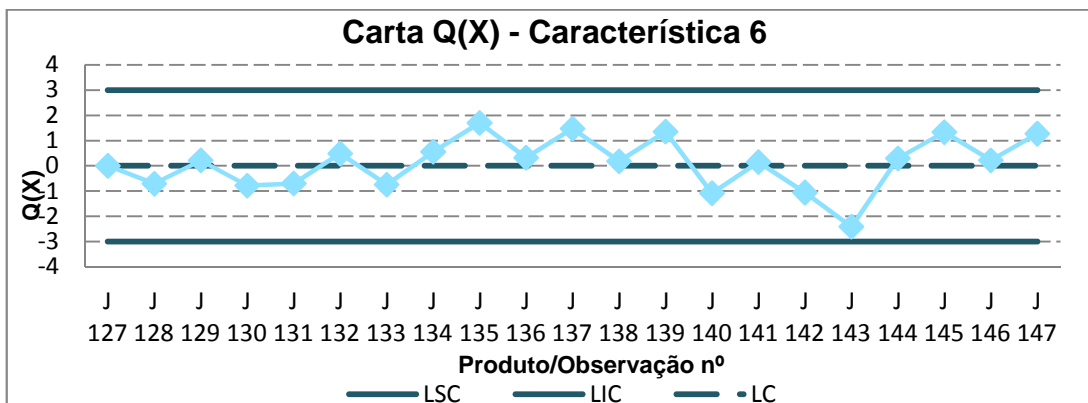


VIII.1.4 Característica 6

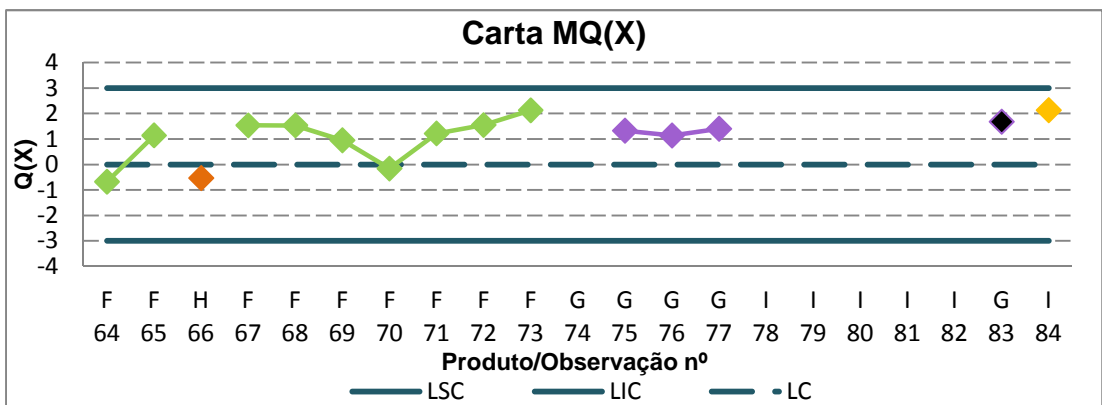
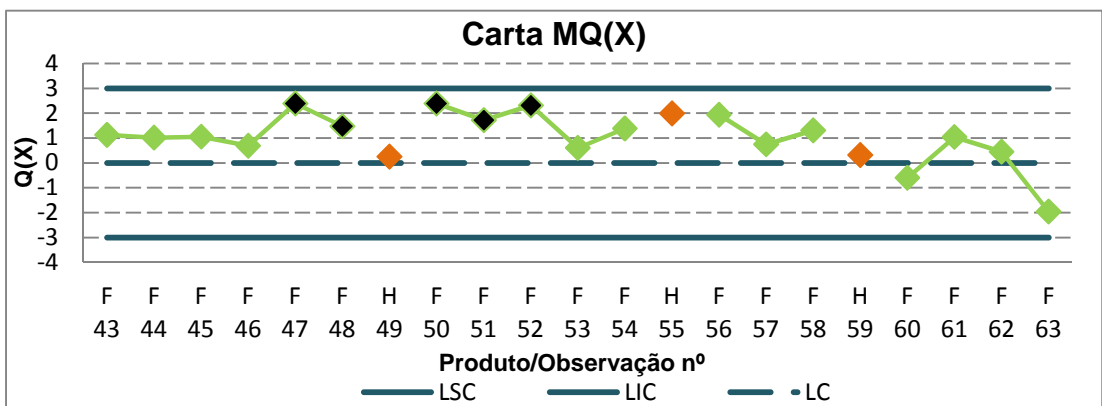
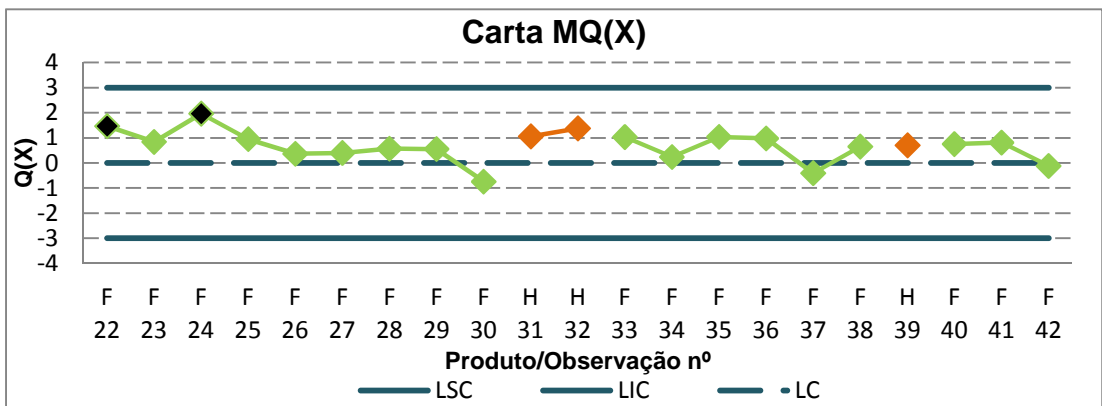
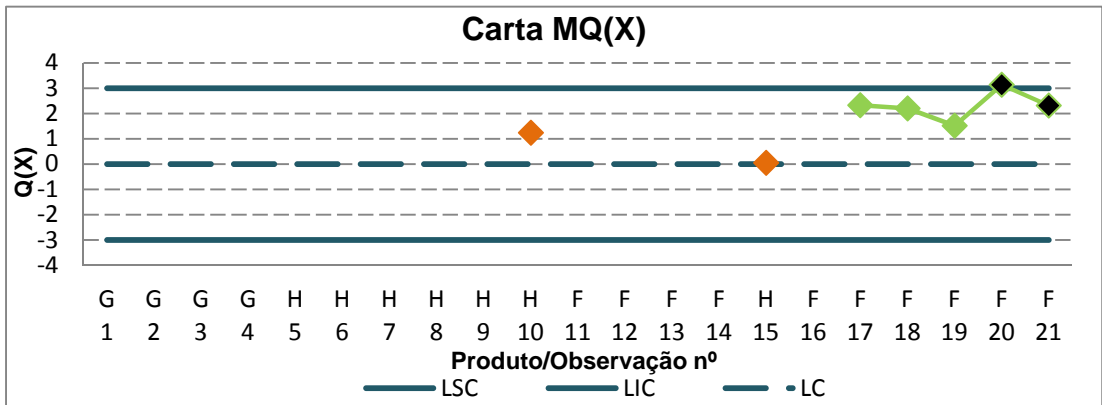


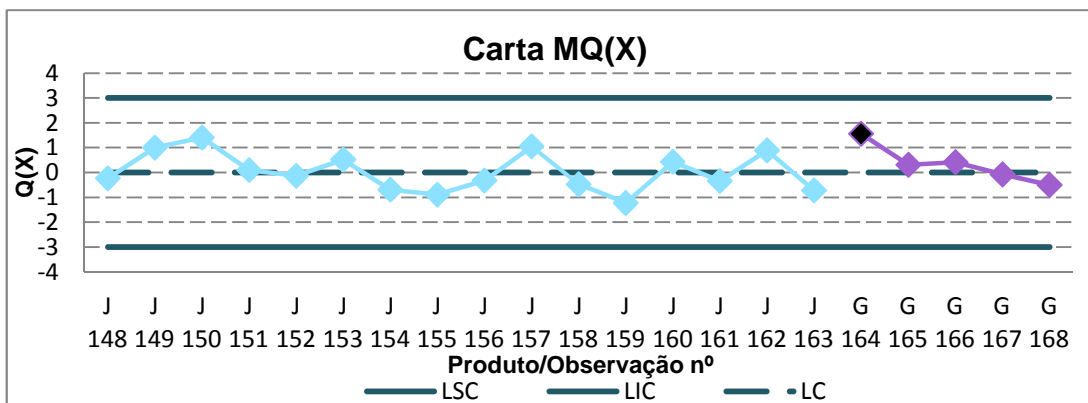
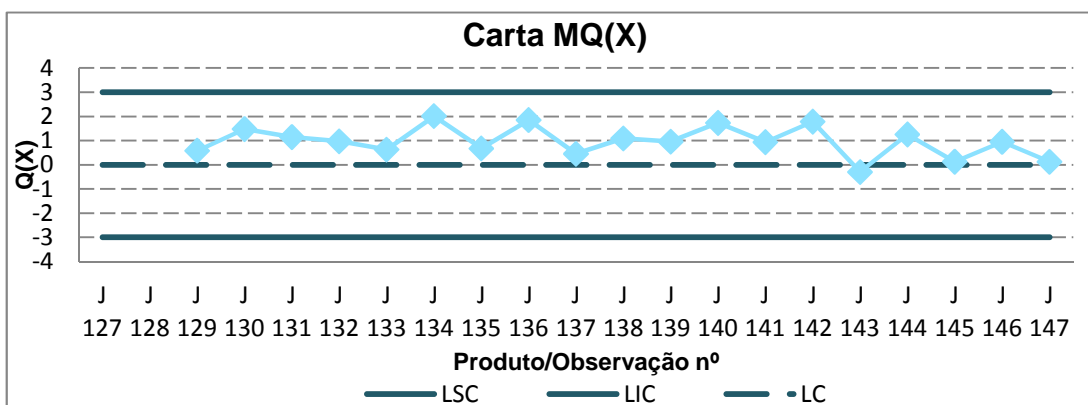
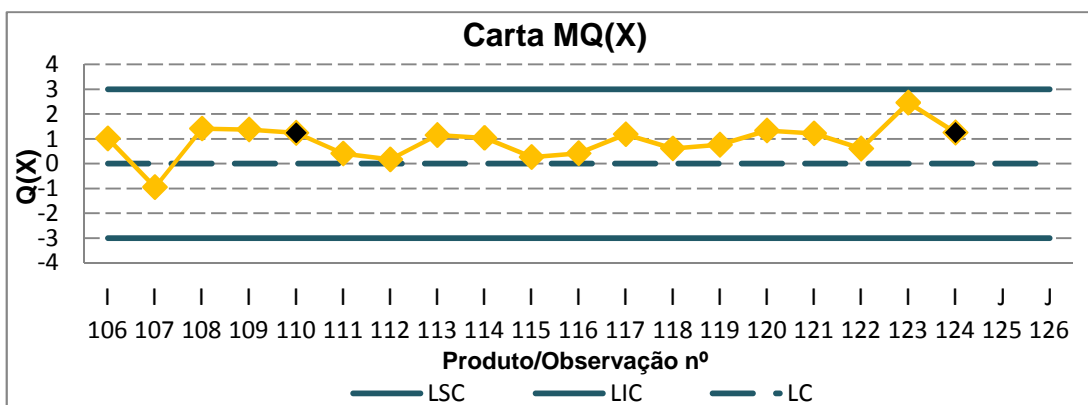
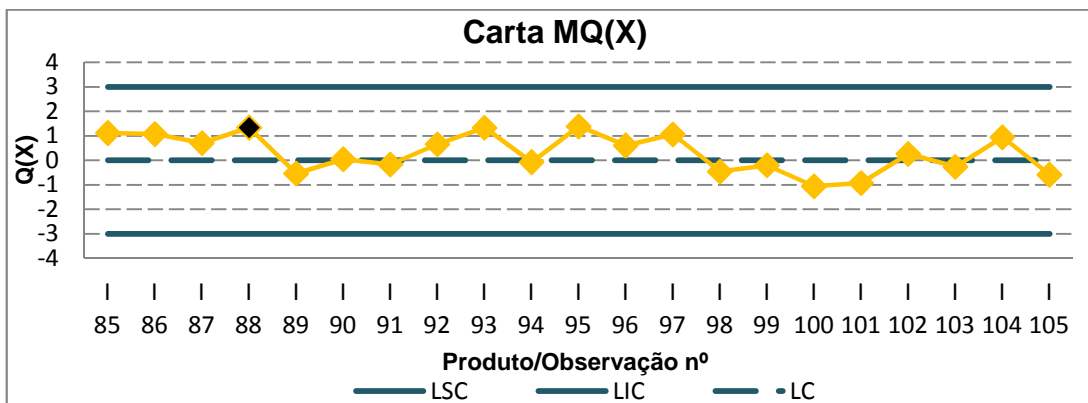






VIII.2 Carta MQ_x – Estudo Multivariado





Anexo IX - Fase I no Produto Acabado

- Produtos B, F e J
 - Cartas de Controlo aplicadas aos Resíduos
 - Estudo da Normalidade
 - Análise da Capacidade do Processo

IX.1 Produto B

IX.1.1 Característica 1

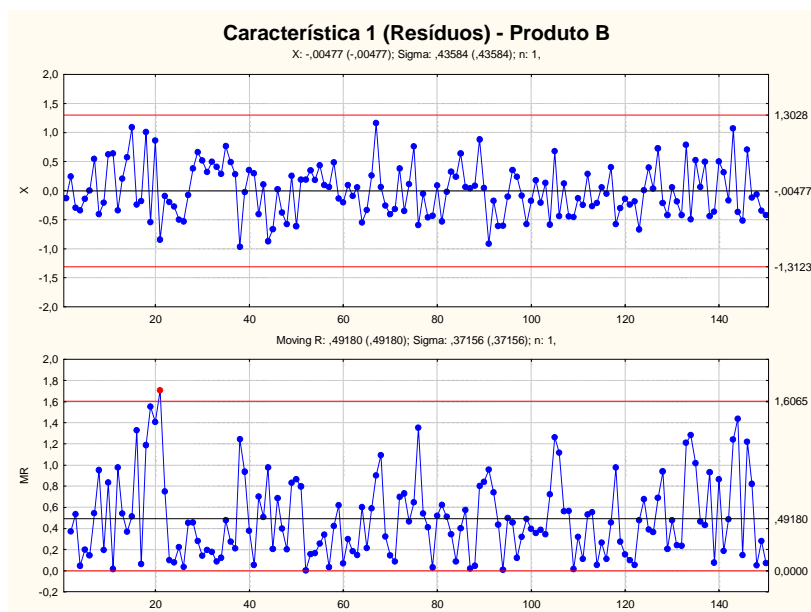


Figura IX.1 - Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto B.

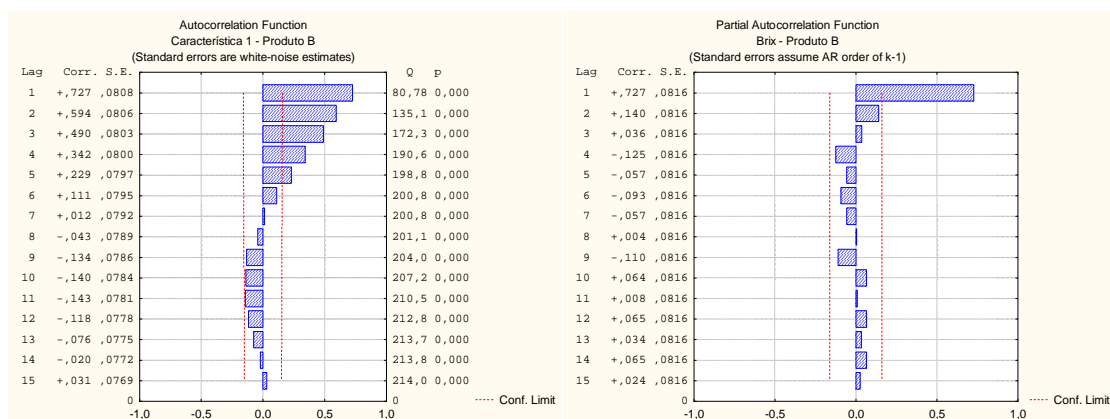


Figura IX.2 - FACE e FACPE referentes à Característica 1 do Produto B após Revista.

Quadro IX.1 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 1 do Produto B Revista.

Característica 1 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,19405						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,728777	0,056469	12,90574	0,000000	0,617193	0,840361

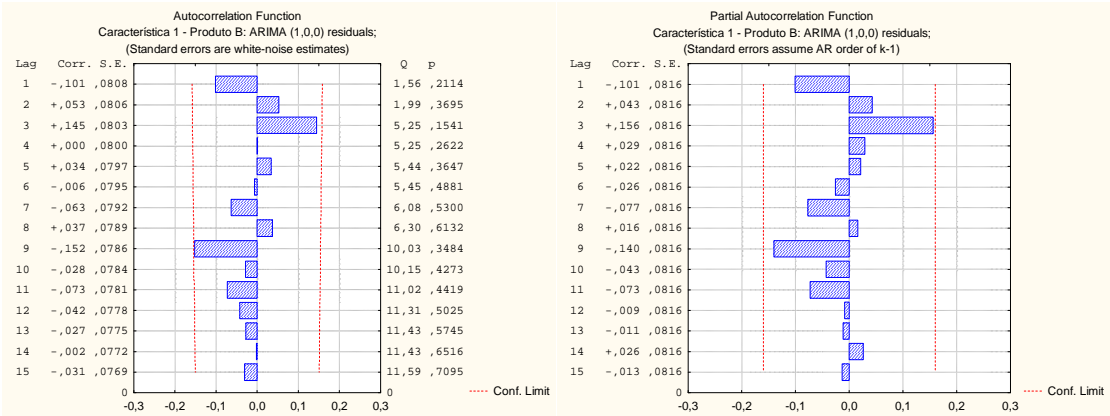


Figura IX.3 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto B Revista.

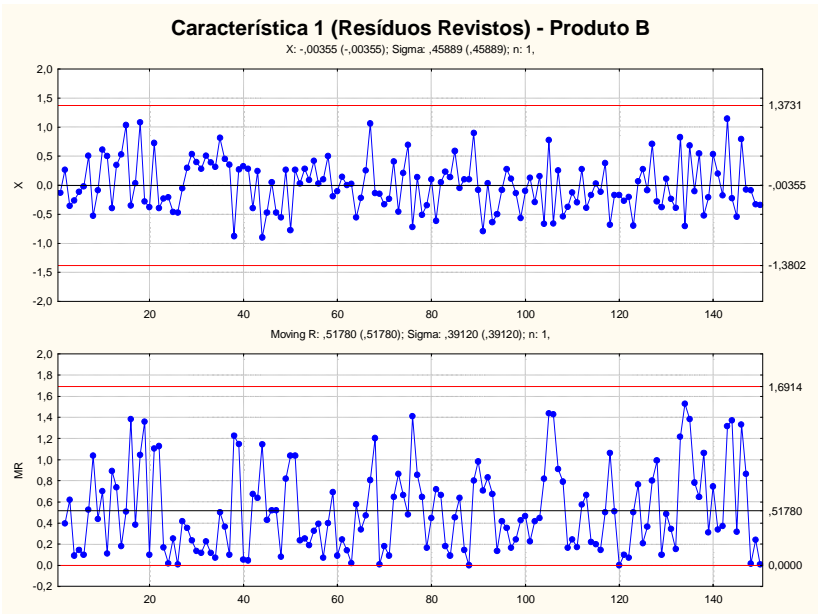


Figura IX.4 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto B

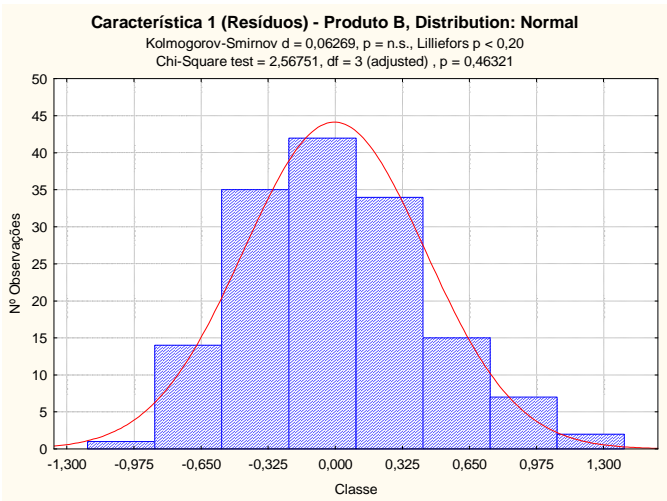


Figura IX.5 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto B.

Quadro IX.2 – Testes para verificar a Normalidade.

Kolmogorov-Smirnov	Qui-Quadrado
$d < 0,07234$	$p > 0,05$

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.3 - Parâmetros referentes à Característica 1 do produto B.

	Modelo			Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	23,927	0,729	0,727	0,518	0,459	23,927	0,669

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.4 - Estudo da capacidade para a Característica 1 do Produto B.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,494	1,458	1,458	1,530

IX.1.2 Característica 3

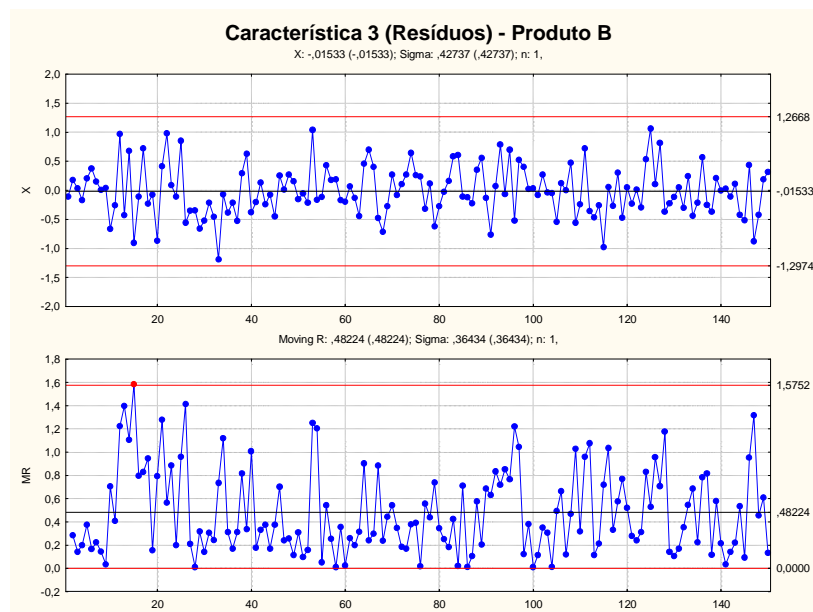


Figura IX.6 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto B.

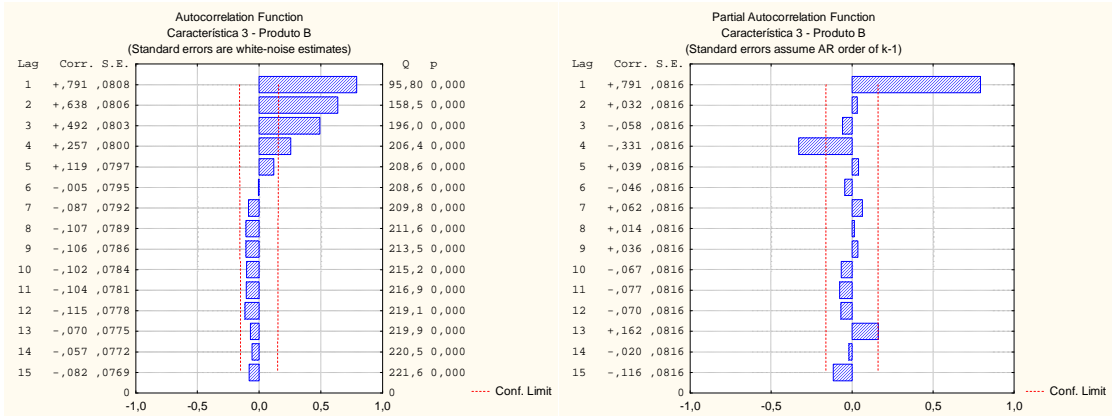


Figura IX.7 - FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto B após Revista.

Quadro IX.5 - Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 3 do Produto B Revista.

Característica 3 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (4,0,0) MS Residual = 0,18724						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de Confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,751068	0,078235	9,60013	0,0000	0,596448	0,905687
ϕ_3	0,205840	0,099095	2,07719	0,0395	0,009993	0,401687
ϕ_4	-0,339903	0,079216	-4,29085	0,0000	-0,496461	-0,183345

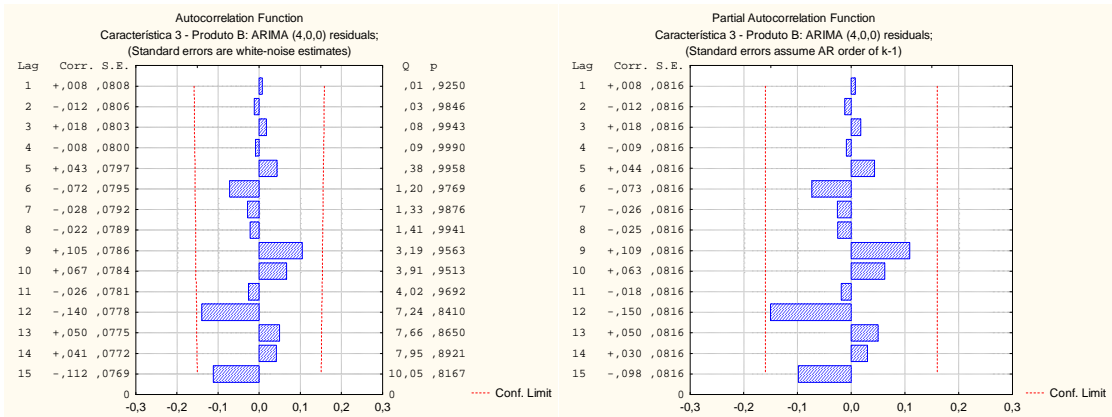


Figura IX.8 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto B Revista.

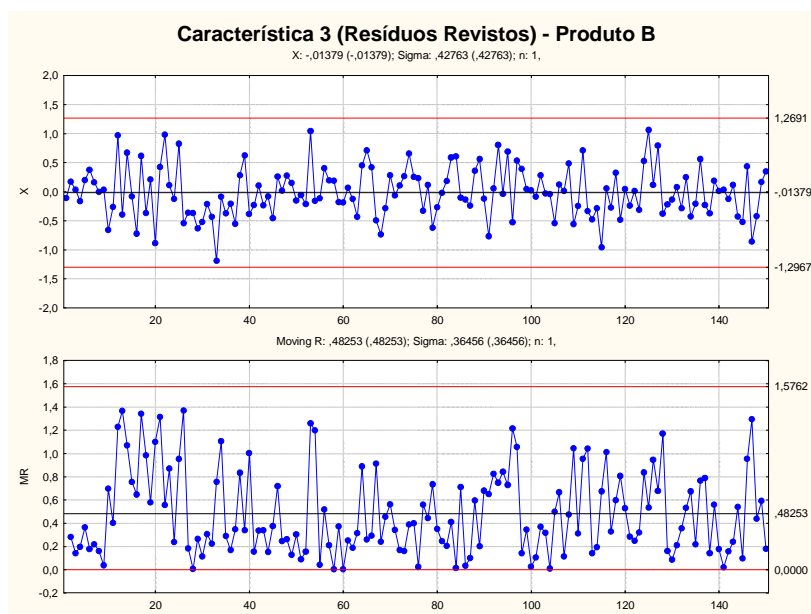


Figura IX.9 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 3 do Produto B.

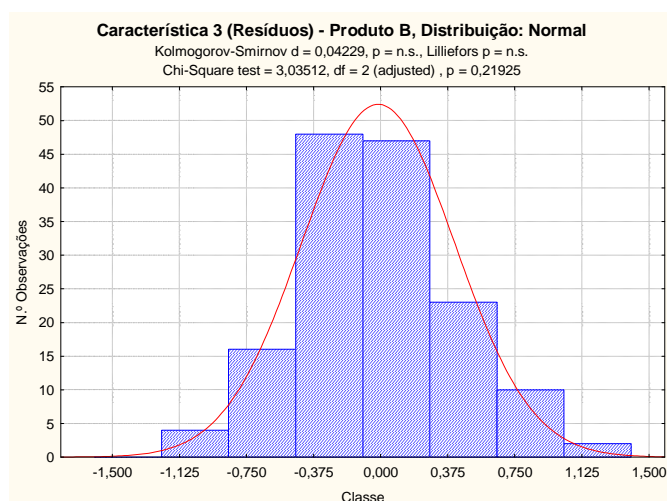


Figura IX.10 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 3 do produto B.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.6 - Parâmetros referentes à Característica 3 do produto B.

Modelo							
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\rho}_3$	ϕ_4	$\hat{\rho}_4$
Parâmetro	10,896	0,751	0,791	0,209	-0,058	-0,340	-0,331

Carta de Controle		Processo	
\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
0,483	0,428	10,896	0,774

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.7 - Estudo da capacidade para a Característica 3 do Produto B.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,399	1,336	1,462	1,336

IX.1.3 Característica 4

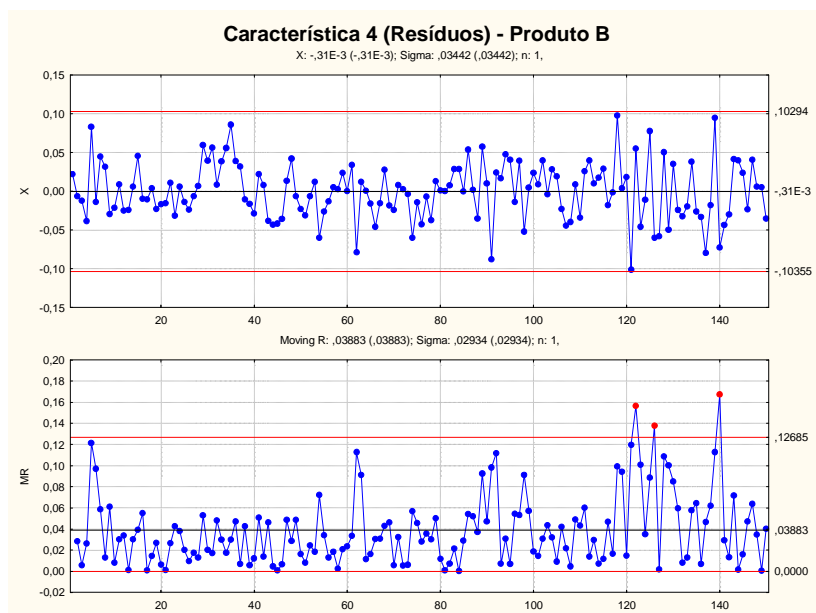


Figura IX.11 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 4 do Produto B.

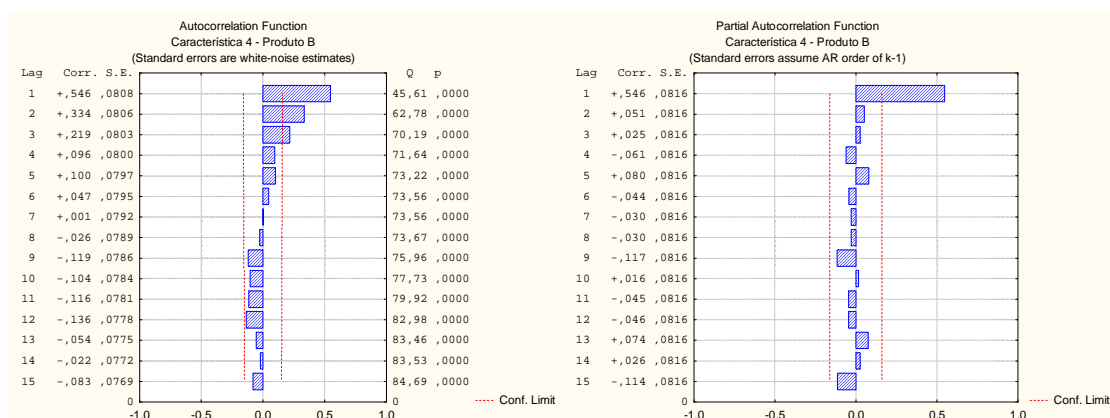


Figura IX.12 - FACE e FACPE referentes à Característica 4 do Produto B após Revista.

Quadro IX.8 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 4 do Produto B Revista.

Característica 4 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00130						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,546631	0,068890	7,934845	0,0000	0,410504	0,682758

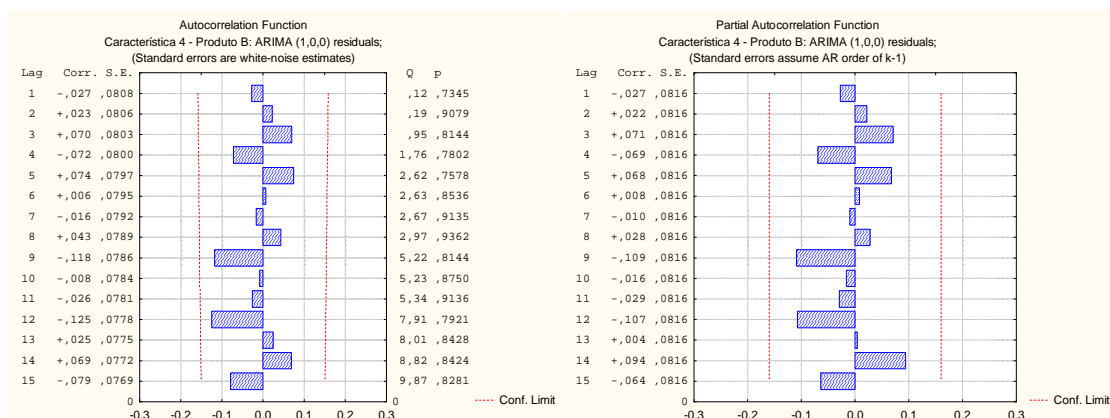


Figura IX.13 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto B Revista.

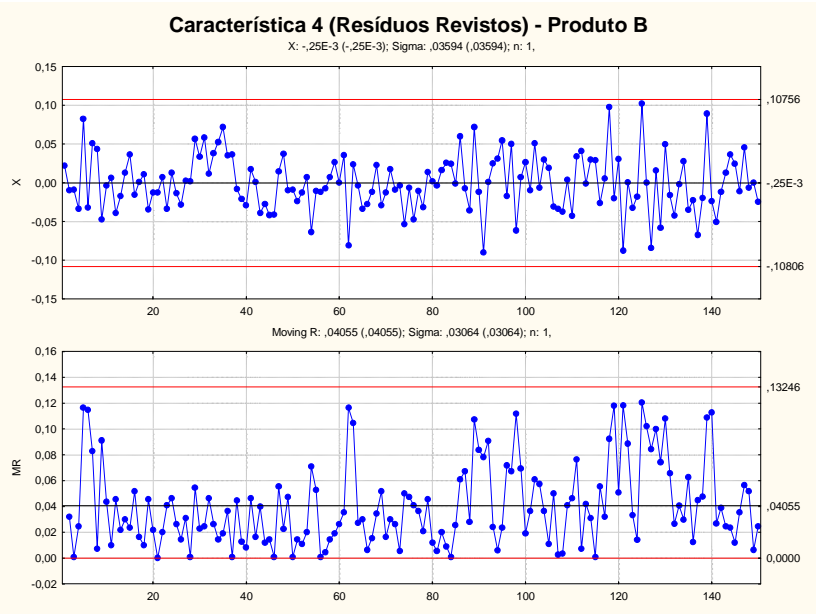


Figura IX.14 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 4 do Produto B.

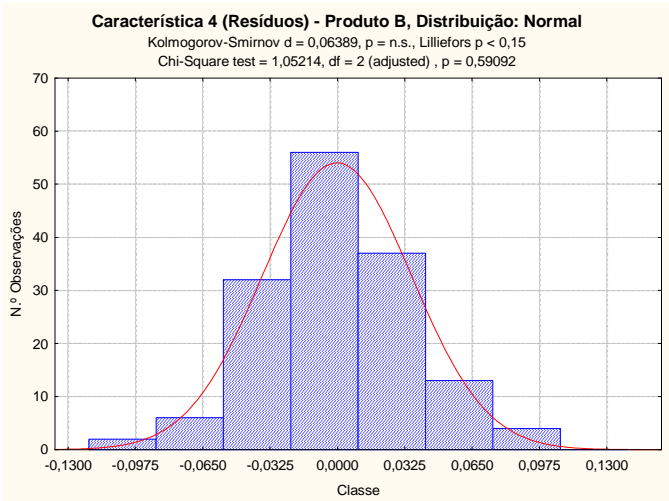


Figura IX.15 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 4 do produto B.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.9 - Parâmetros referentes à Característica 4 do produto B.

	Modelo			Carta de Controlo		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_{ε}	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	1,308	0,547	0,546	0,041	0,036	1,308	0,0429

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.10 - Estudo da capacidade para a Característica 4 do Produto B.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,553	1,494	1,613	1,494

IX.1.4 Característica 6

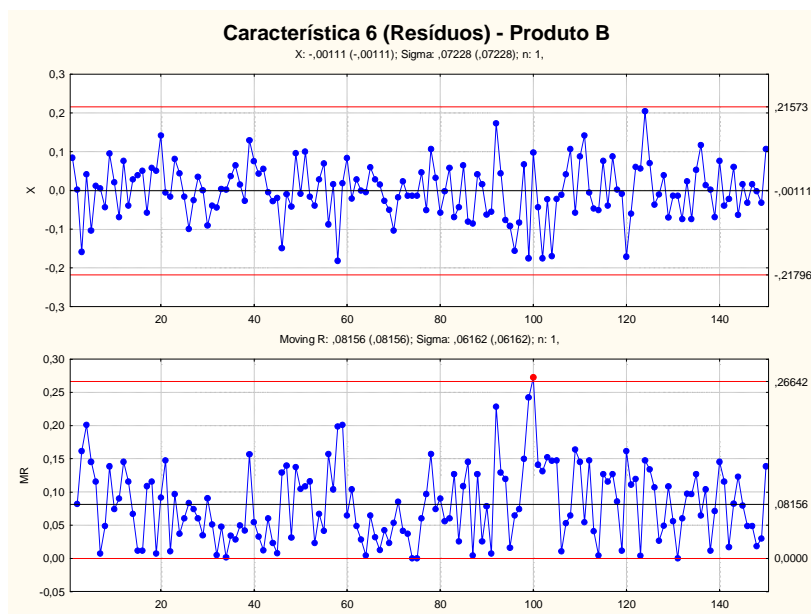


Figura IX.16 - Carta de controlo \bar{x} – MR dos resíduos para a Característica 6 do Produto B.

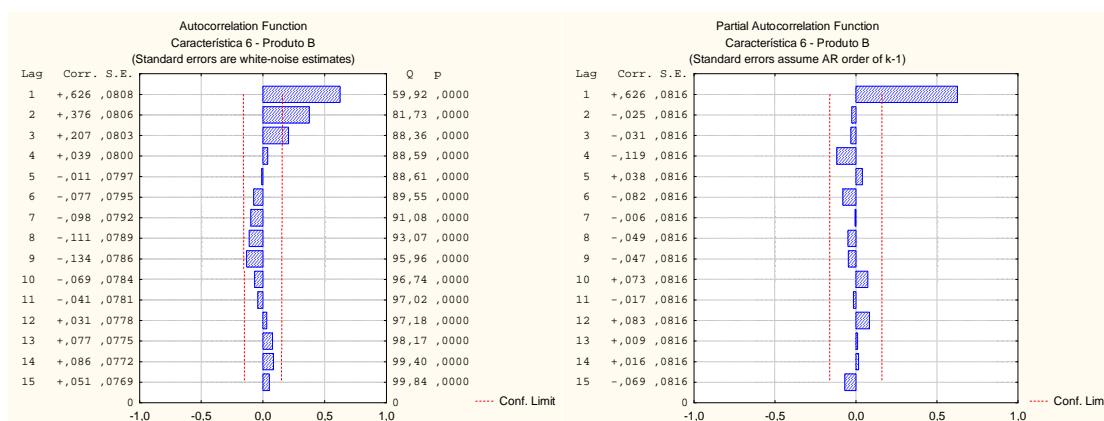


Figura IX.17 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto B Revista.

Quadro IX.11 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 6 do Produto B Revista.

Característica 6 - Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00498						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,630892	0,064081	9,845214	0,000000	0,504267	0,757517

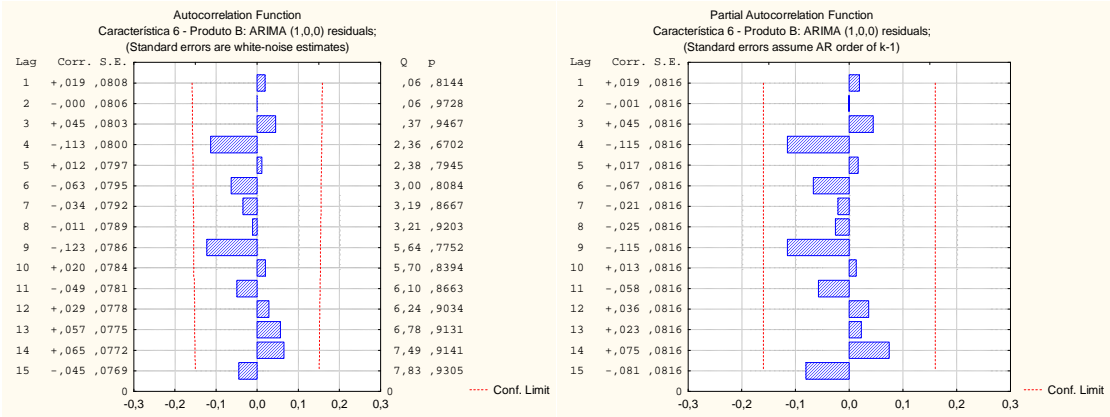


Figura IX.18 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto B Revista.

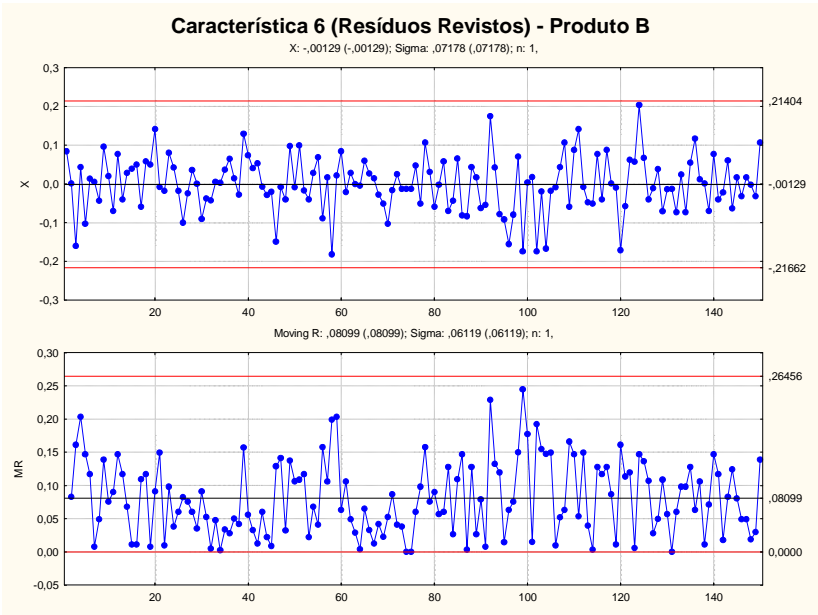


Figura IX.19 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 6 do Produto B.

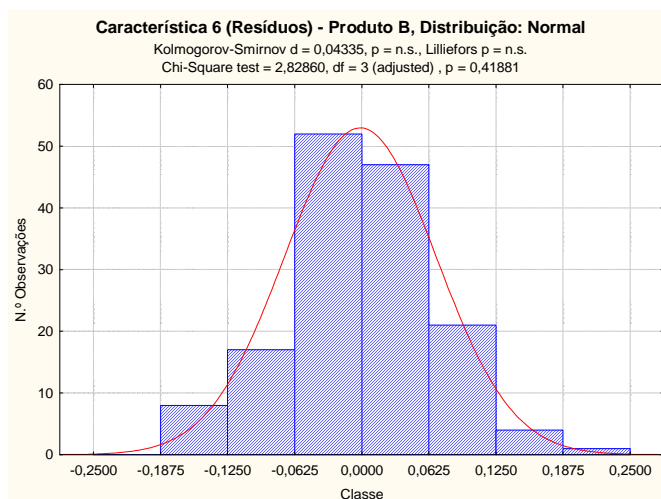


Figura IX.20 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 6 do produto B.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.12 - Parâmetros referentes à Característica 6 do produto B.

	Modelo			Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	2,782	0,631	0,626	0,0810	0,0718	2,782	0,0923

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.13 - Estudo da capacidade para a Característica 6 do Produto B.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,336	1,330	1,342	1,330

IX.2 Produto F

IX.2.1 Característica 1

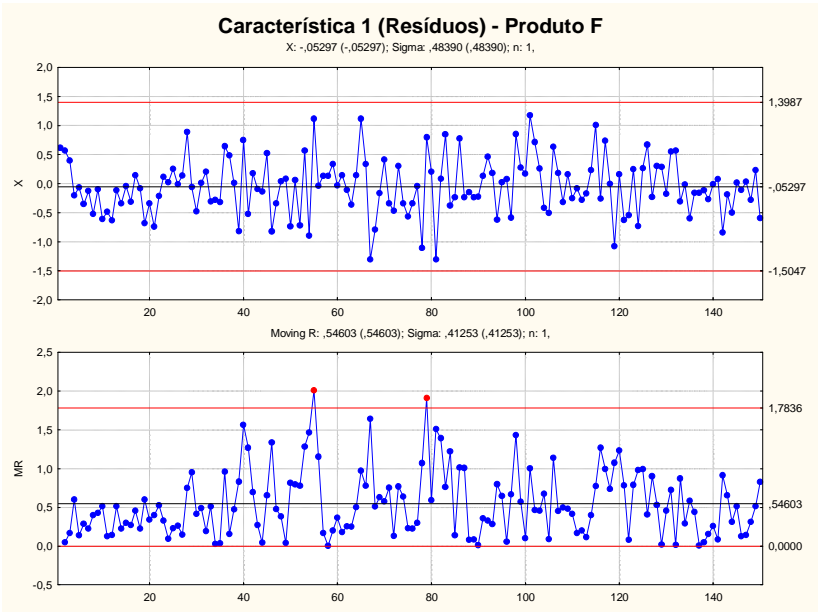


Figura IX.21 - Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto F.

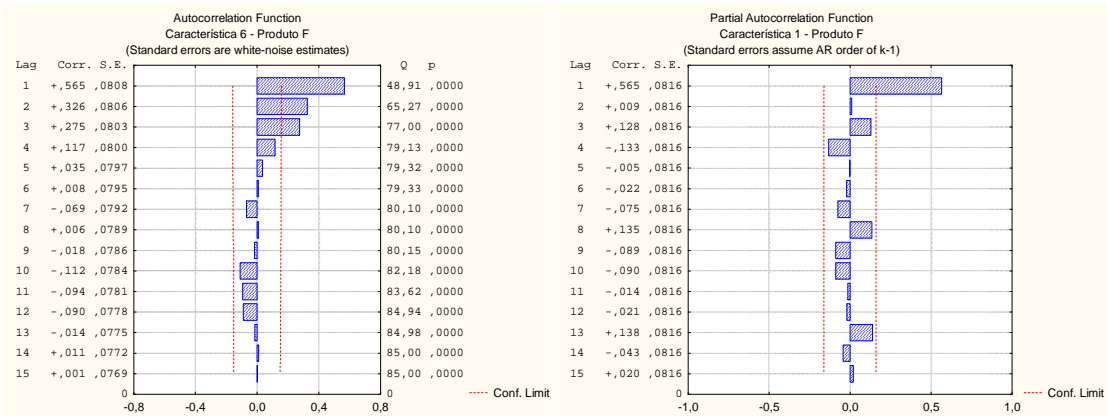


Figura IX.22 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto F Revista.

Quadro IX.14 - Parâmetros do modelo *MA*(3) referentes à Característica 1 do Produto F Revista.

Característica 1 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (0,0,3) MS Residual = 0,22882						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
θ_1	-0,568227	0,084155	-6,75219	0,000000	-0,734536	-0,401918
θ_2	-0,244481	0,080905	-3,02184	0,002965	-0,404367	-0,084594
θ_3	-0,216256	0,074733	-2,89370	0,004387	-0,363946	-0,068565

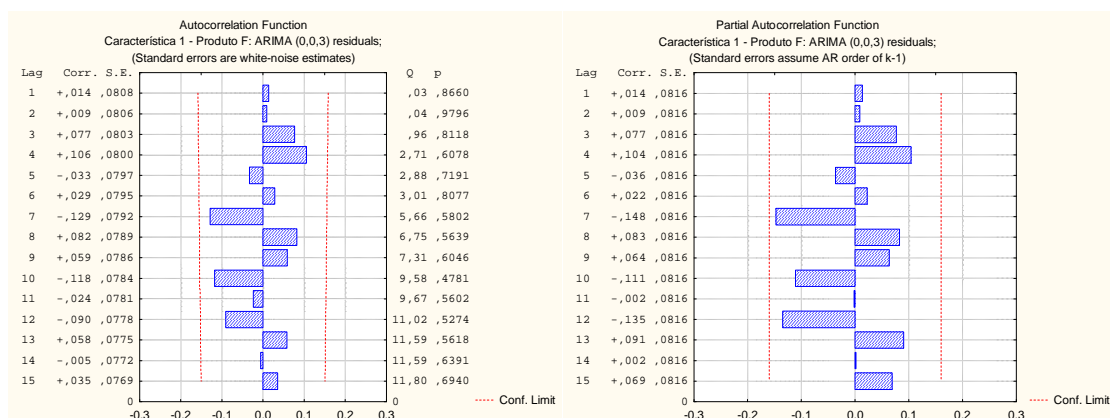


Figura IX.23 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto F Revista.

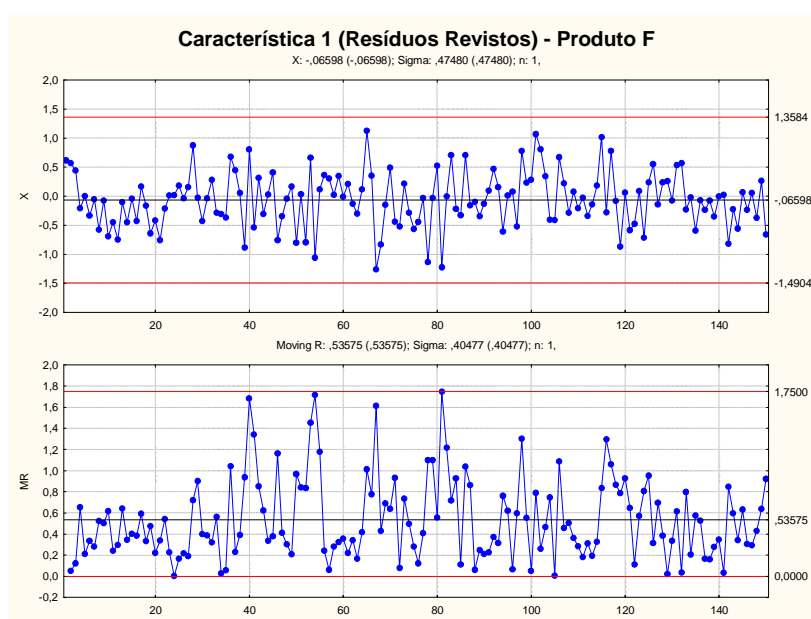


Figura IX.24 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto F.

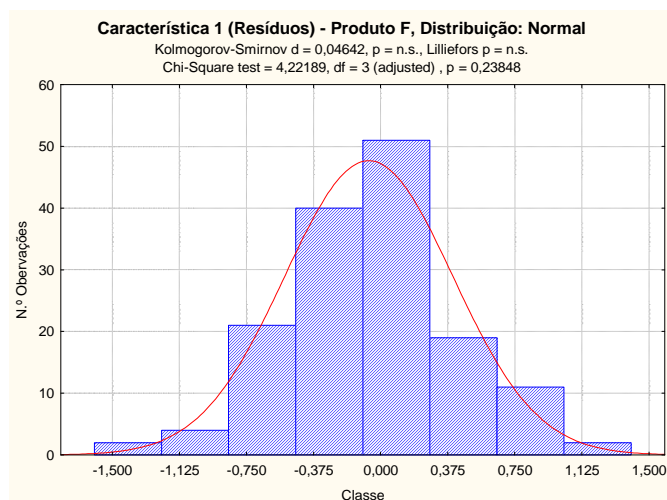


Figura IX.25 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto F.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.15 - Parâmetros referentes à Característica 1 do produto F.

Modelo					Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	38,955	-0,568	-0,244	-0,216	0,536	0,475	38,955	0,568

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.16 - Estudo da capacidade para a Característica 1 do Produto F.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,497	1,382	1,382	1,611

IX.2.2 Característica 3

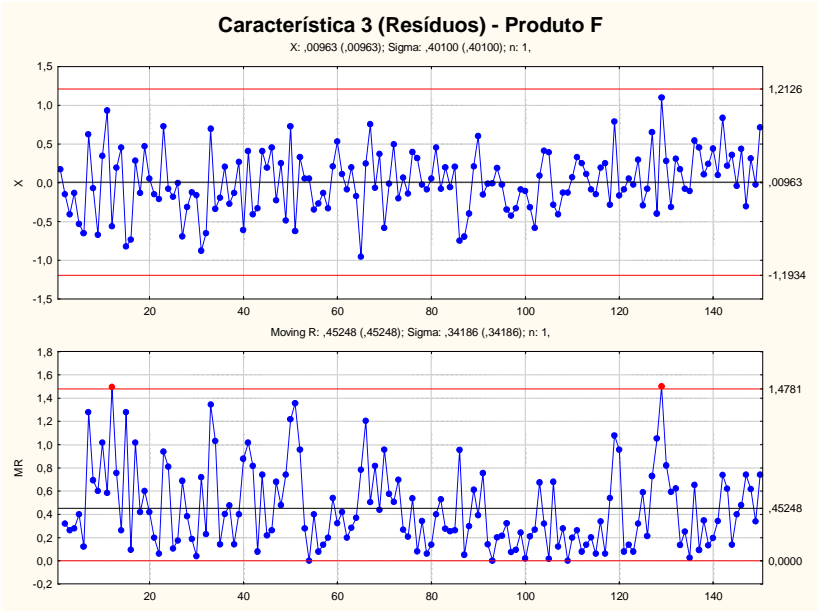


Figura IX.26 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto F.

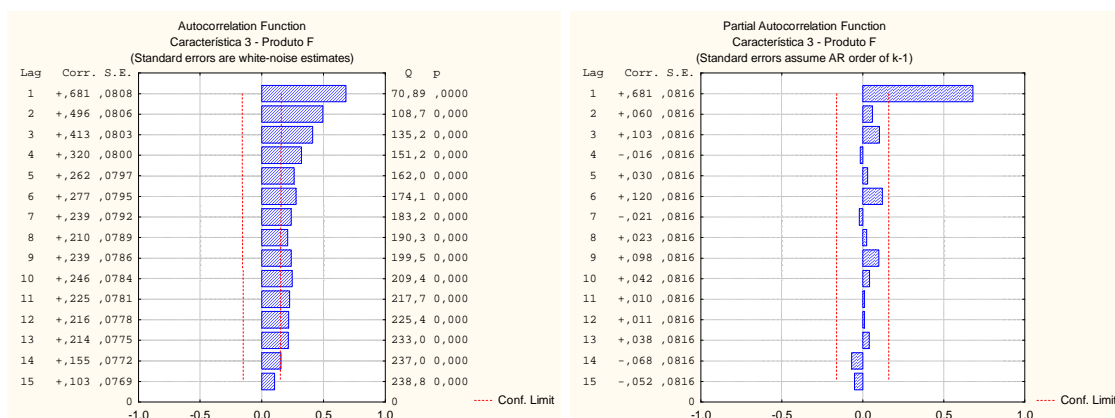


Figura IX.27 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto F Revista.

Quadro IX.17 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 3 do Produto F Revista.

Característica 3 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,15407						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,695613	0,060313	11,53345	0,00000	0,576435	0,814792

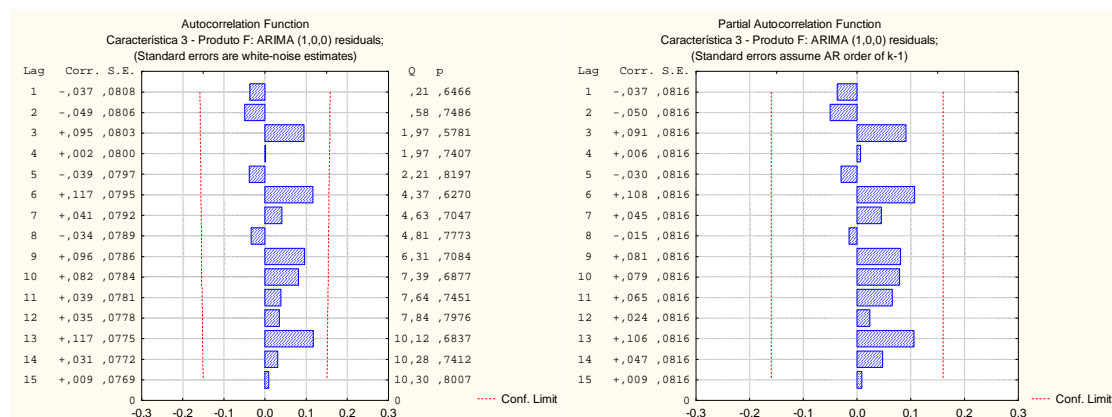


Figura IX.28 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto F Revista.

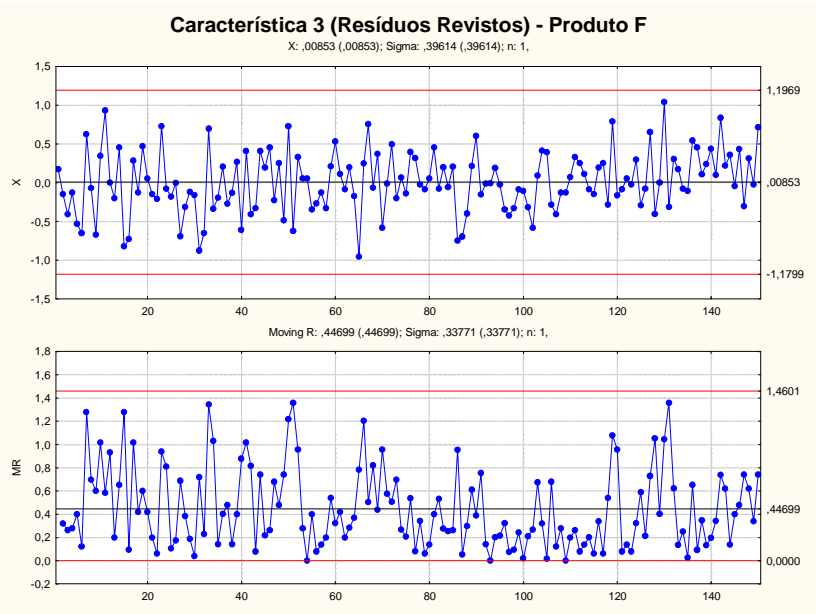


Figura IX.29 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 3 do Produto F.

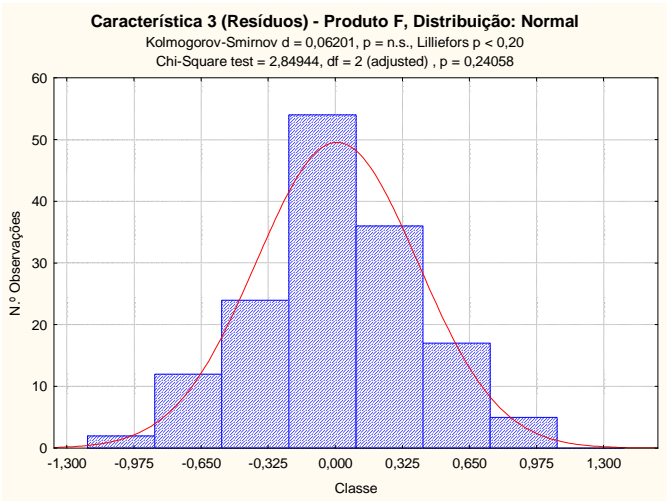


Figura IX.30 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 3 do produto F.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.18 - Parâmetros referentes à Característica 3 do produto F.

	Modelo			Carta de Controlo		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	10,439	0,696	0,696	0,447	0,396	10,439	0,552

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.19 - Estudo da capacidade para a Característica 3 do Produto F.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,510	1,474	1,474	1,547

IX.2.3 Característica 4

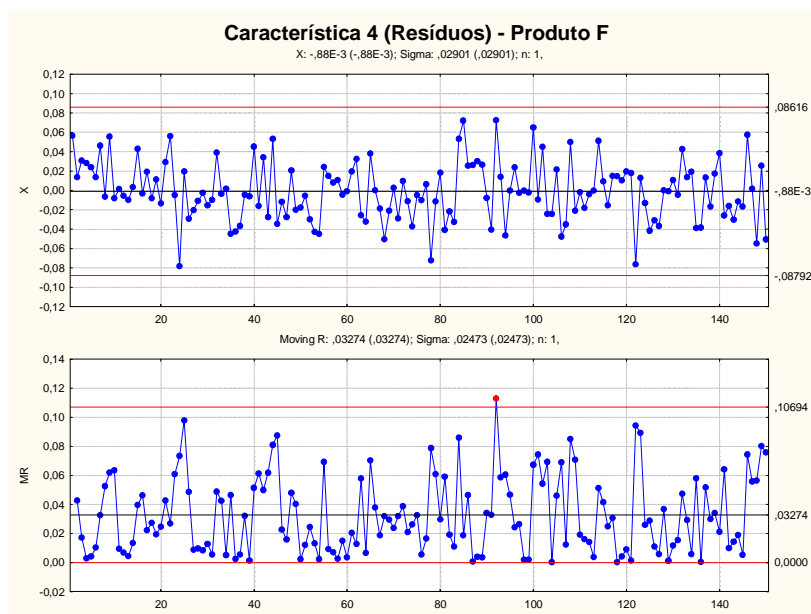


Figura IX.31 - Carta de controlo e – MR dos resíduos para a Característica 4 do Produto F.

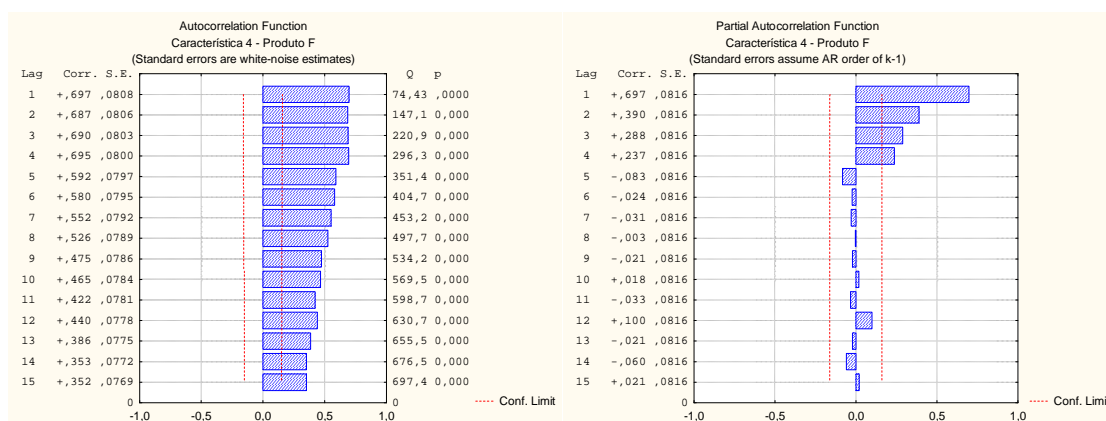


Figura IX.32 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto F Revista.

Quadro IX.20 - Parâmetros do modelo AR(4) referentes à Característica 4 do Produto F Revista.

Característica 4 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (4,0,0) MS Residual = 0,00092						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,240337	0,080896	2,970938	0,003473	0,080459	0,400216
ϕ_2	0,197973	0,081705	2,423022	0,016616	0,036496	0,359450
ϕ_3	0,223392	0,082926	2,693861	0,007890	0,059501	0,387284
ϕ_4	0,250131	0,082185	3,043517	0,002774	0,087705	0,412557

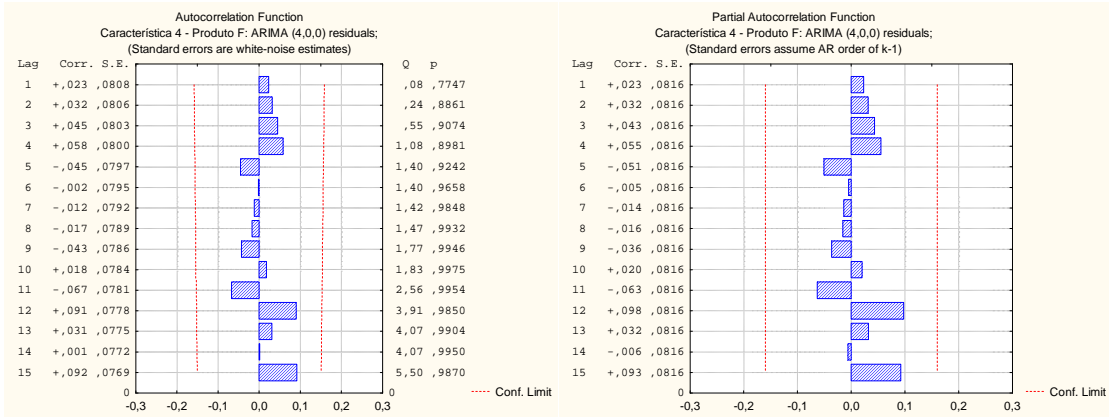


Figura IX.33 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto F Revista.

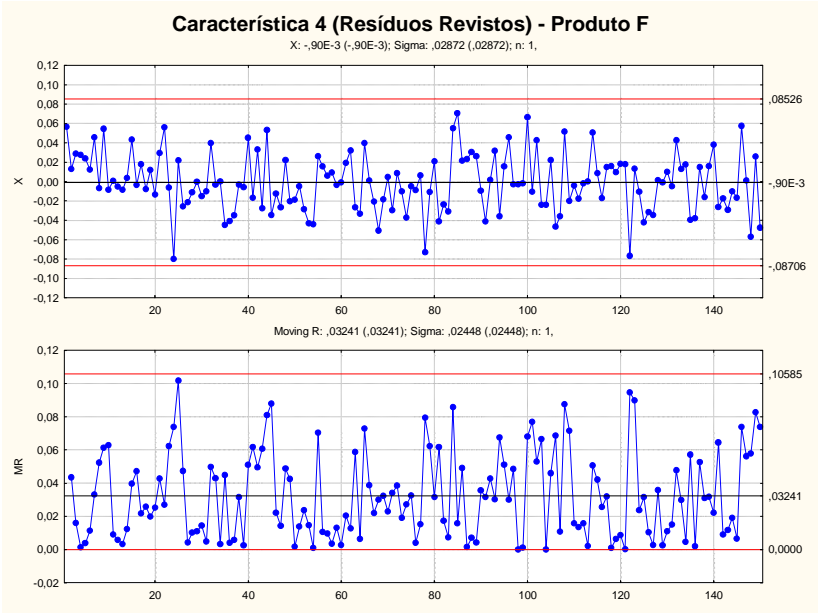


Figura IX.34 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 4 do Produto F.

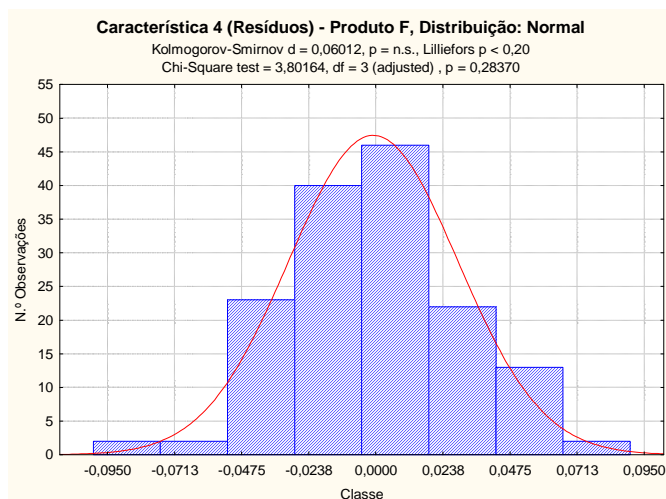


Figura IX.35 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 4 do produto F.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.21 - Parâmetros referentes à Característica 4 do produto F.

Modelo									
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\rho}_2$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\rho}_3$	$\hat{\phi}_4$	$\hat{\rho}_4$
Parâmetro	1,631	0,240	0,697	0,198	0,390	0,223	0,289	0,250	0,231

Carta de Controle		Processo	
\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
0,0324	0,0287	1,631	0,0362

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.22 - Estudo da capacidade para a Característica 4 do Produto F.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,383	1,372	1,394	1,372

IX.2.4 Característica 6

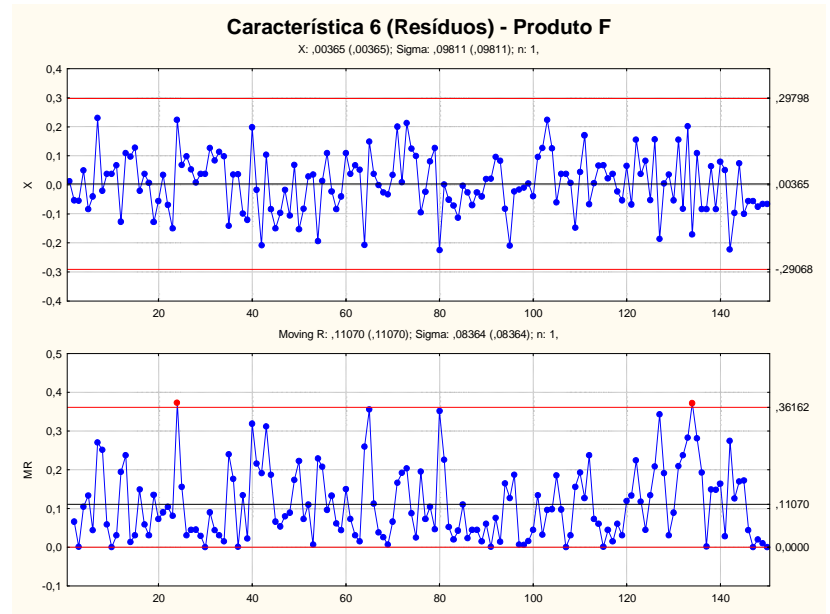


Figura IX.36 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 6 do Produto F.



Figura IX.37 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto F Revista.

Quadro IX.23 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 6 do Produto F Revista.

Característica 6 - Produto F						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00896						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,551729	0,068982	7,998154	0,00000	0,415420	0,688038

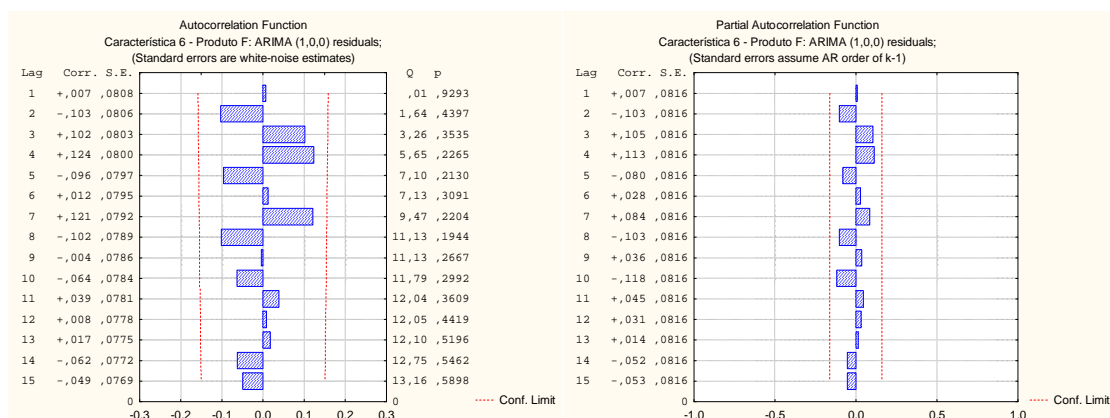


Figura IX.38 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto F Revista.

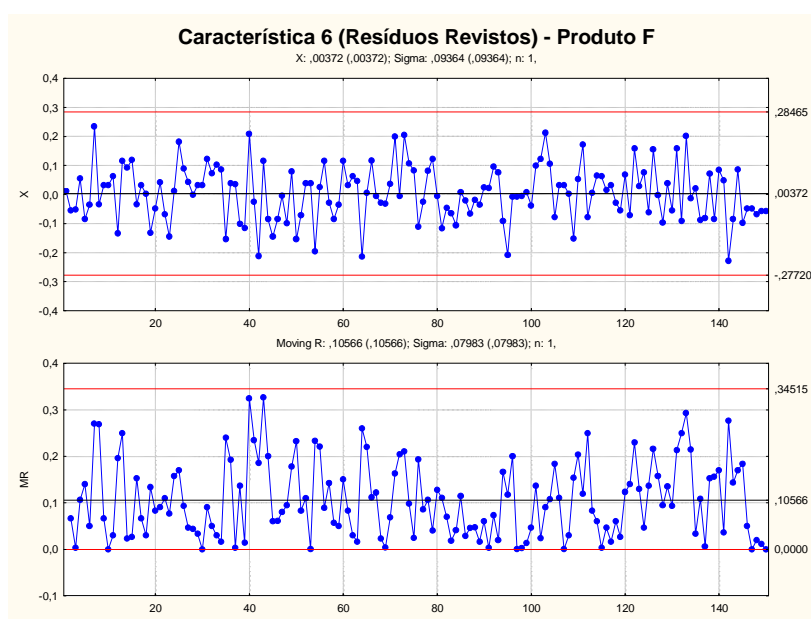


Figura IX.39 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 6 do Produto F.

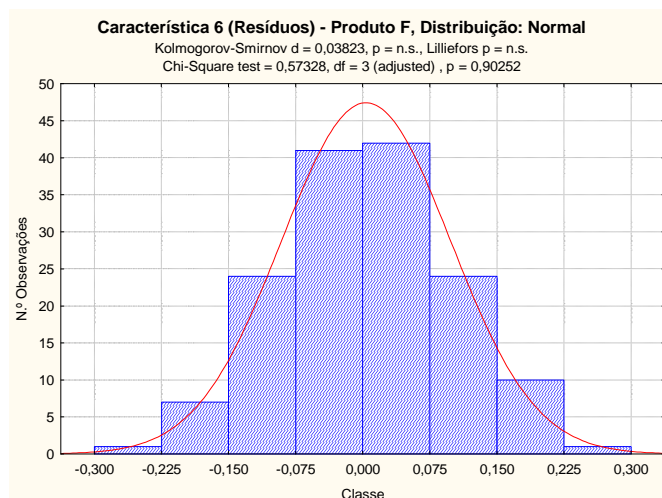


Figura IX.40 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 6 do produto F.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.24 - Parâmetros referentes à Característica 6 do produto F.

Modelo		Carta de Controle				Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	3,448	0,552	0,543	0,106	0,0937	3,448	0,112

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.25 - Estudo da capacidade para a Característica 6 do Produto F.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,340	1,333	1,333	1,347

IX.3 Produto J

IX.3.1 Característica 1

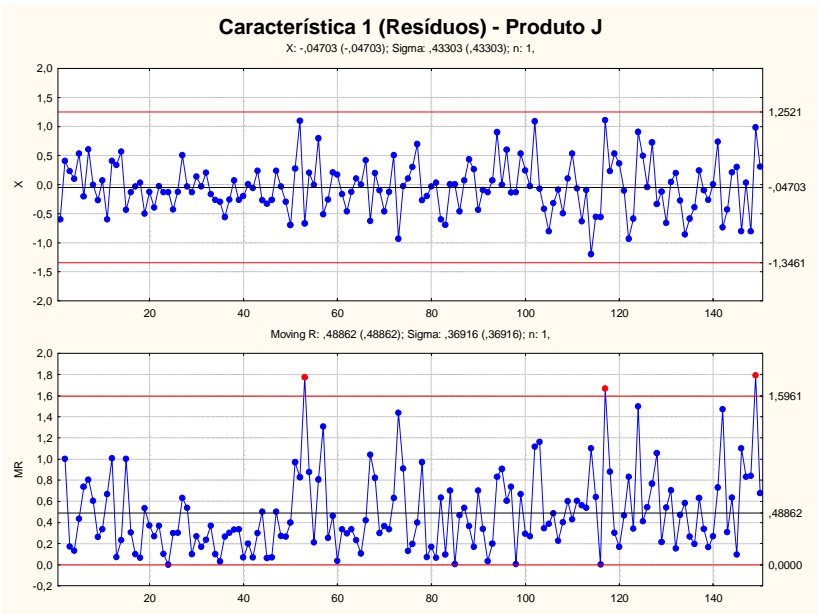


Figura IX.41 - Carta de controlo \bar{x} – MR dos resíduos para a Característica 1 do Produto J.

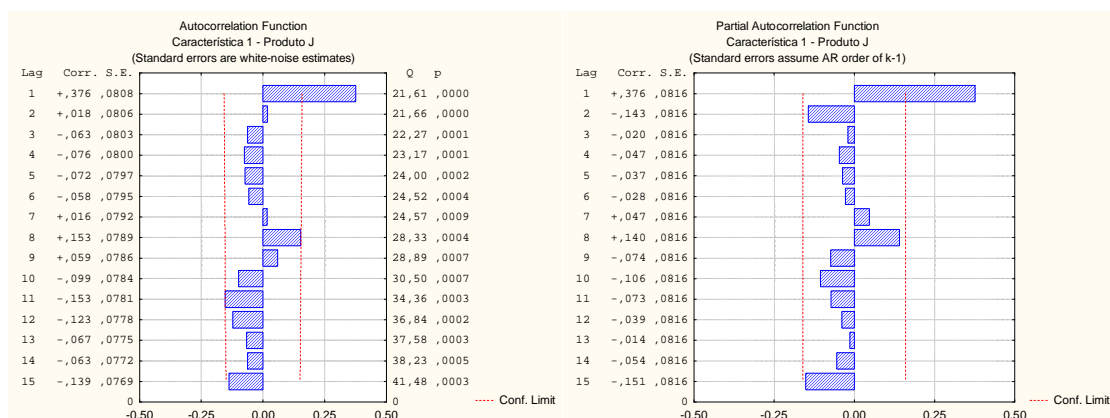


Figura IX.42 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto J Revista.

Quadro IX.26 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 1 do Produto J Revista.

Característica 1 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,18302						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,399309	0,075775	5,269696	0,000000	0,249577	0,549040

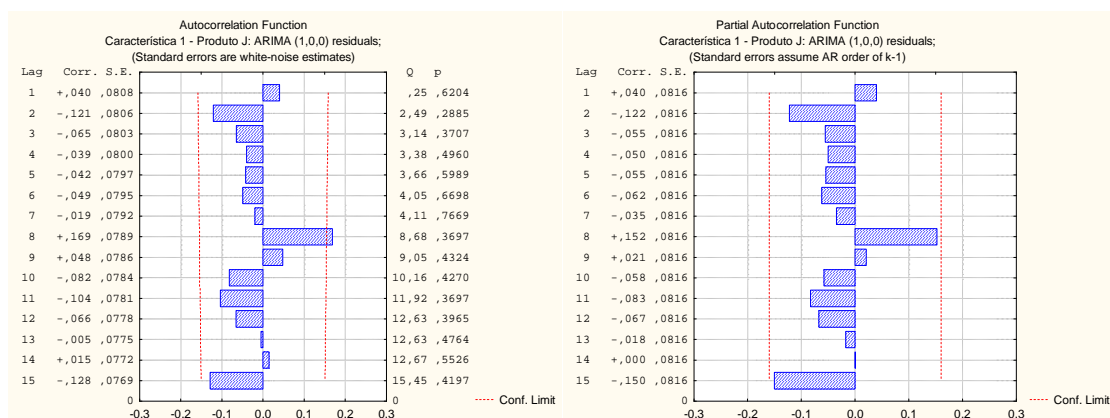


Figura IX.43 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto J Revista.

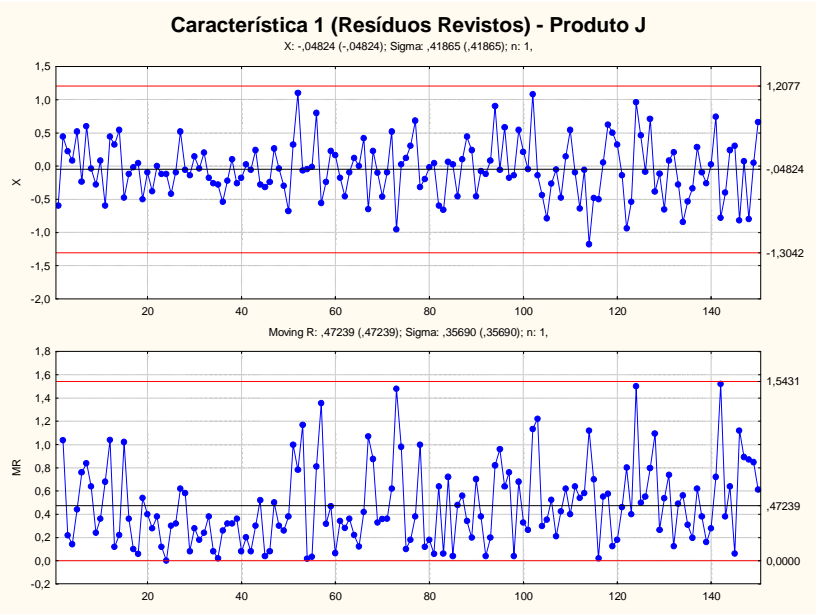


Figura IX.44 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 1 do Produto J.

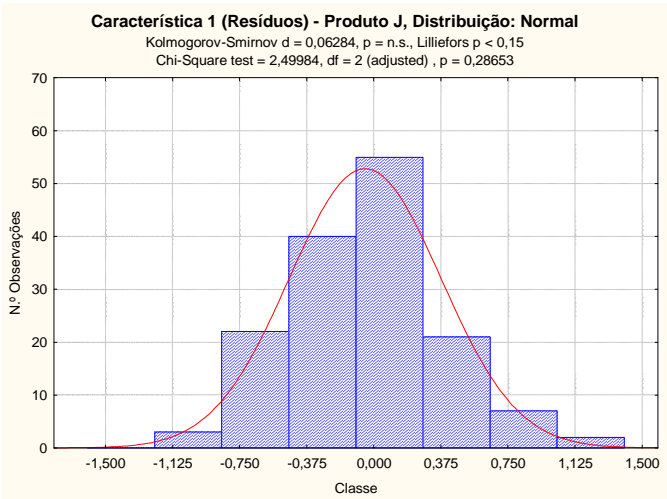


Figura IX.45 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 1 do produto J.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.27 - Parâmetros referentes à Característica 1 do produto J.

		Modelo		Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_{ε}	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	32,213	0,399	0,376	0,472	0,419	32,213	0,454

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.28 - Estudo da capacidade para a Característica 1 do Produto J.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,468	1,385	1,550	1,385

IX.3.2 Característica 3

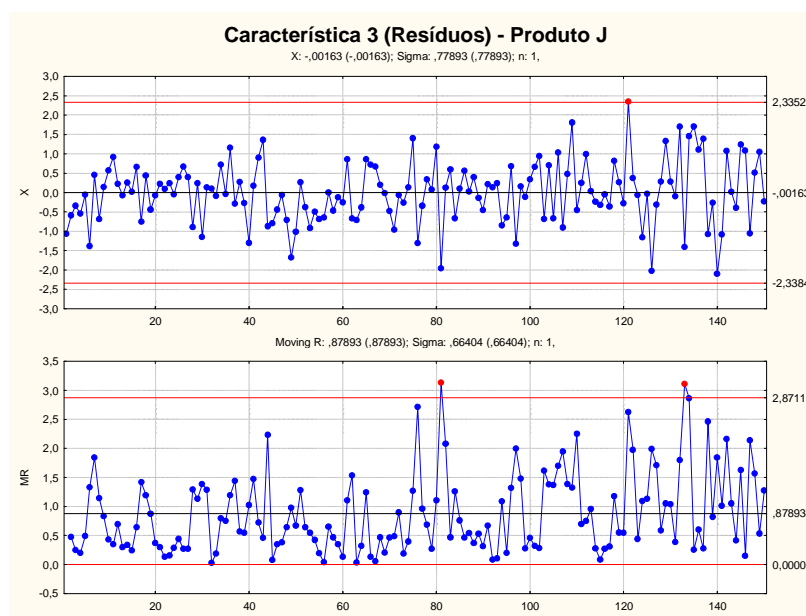


Figura IX.46 - Carta de controlo \bar{x} – MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto J.

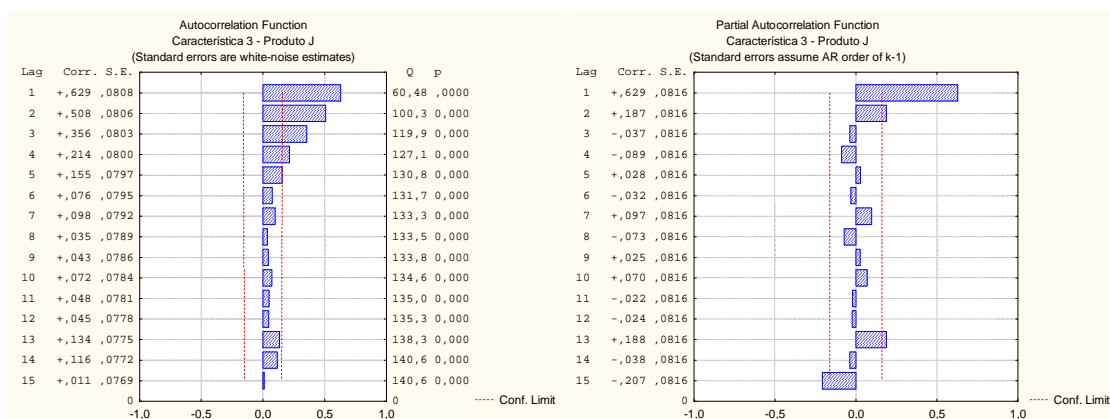


Figura IX.47 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto J Revista.

Quadro IX.29 - Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 3 do Produto J Revista.

Característica 3 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,57484						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,629912	0,063945	9,850889	0,000000	0,503557	0,756268

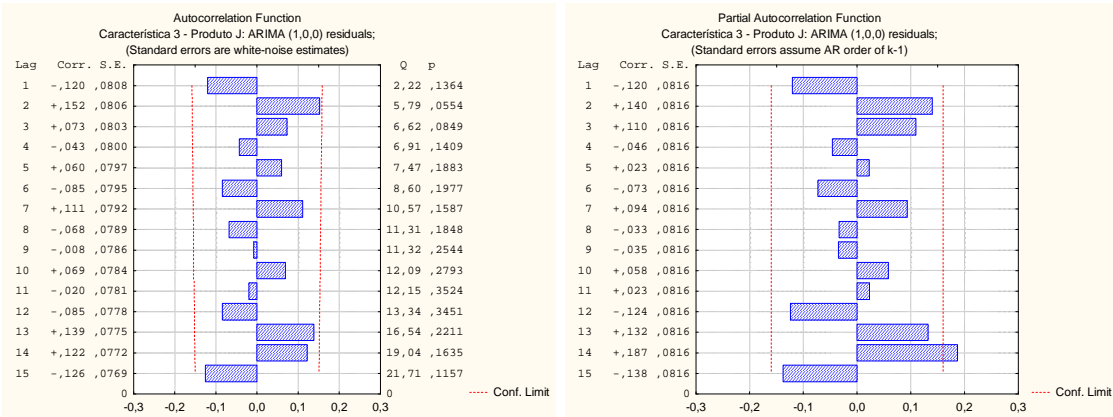


Figura IX.48 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto J Revista.

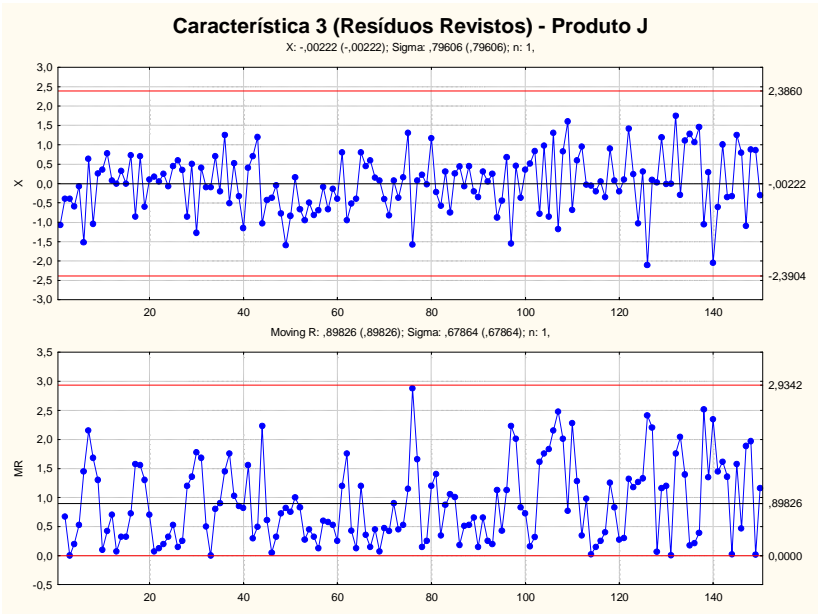


Figura IX.49 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 3 do Produto J.

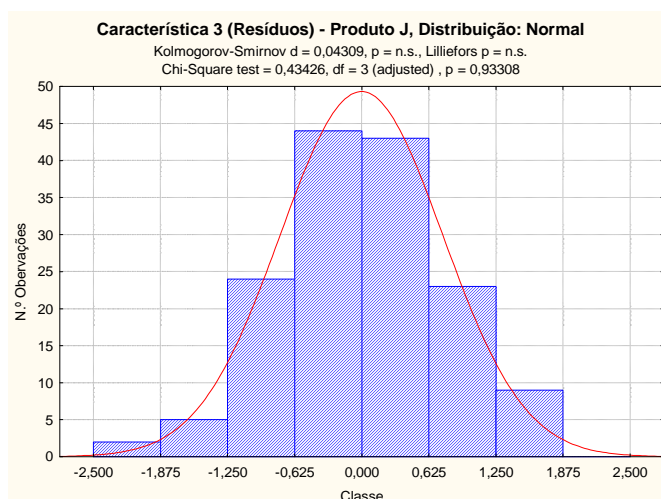


Figura IX.50 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 4 do produto J.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.30 - Parâmetros referentes à Característica 3 do produto J.

	Modelo			Carta de Controle		Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	13,453	0,630	0,629	0,898	0,796	13,453	1,025

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.31 - Estudo da capacidade para a Característica 3 do Produto J.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,366	1,349	1,383	1,349

IX.3.3 Característica 4

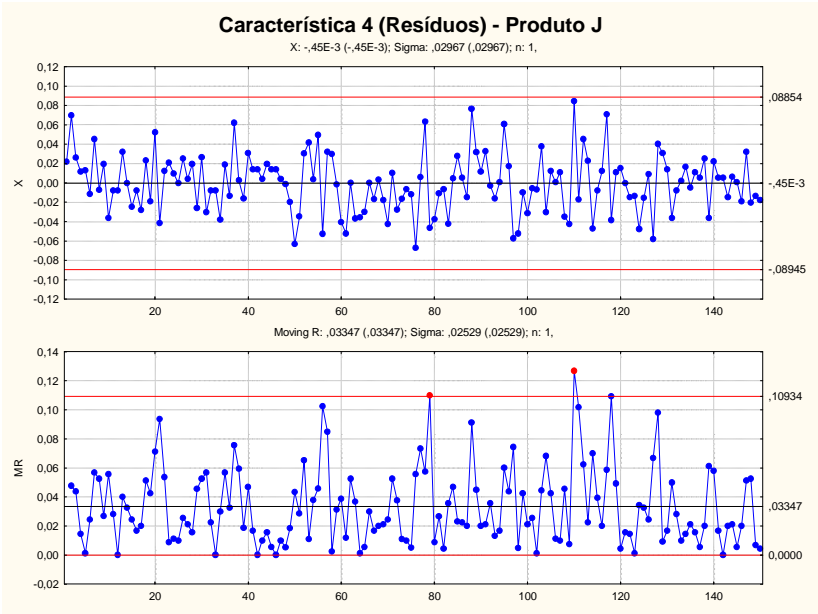


Figura IX.51 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 4 do Produto J.

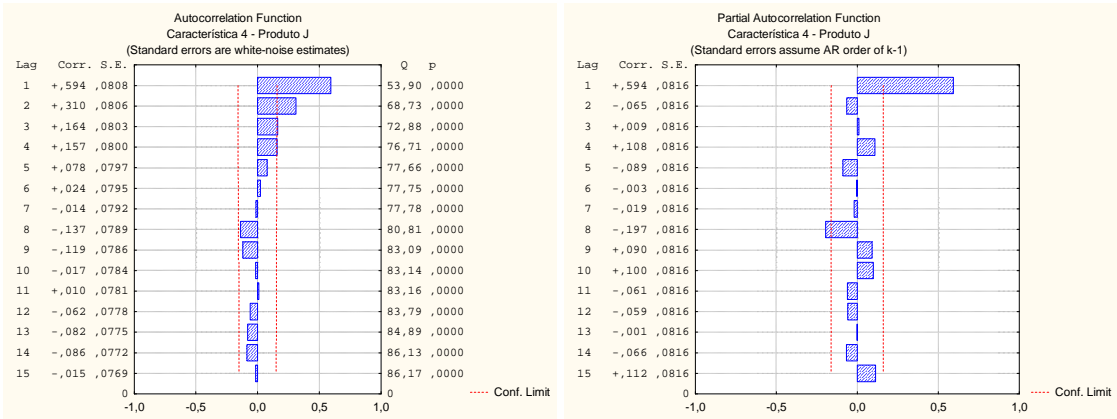


Figura IX.52 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto J Revista.

Quadro IX.32 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 4 do Produto J Revista.

Característica 4 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00084						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,596102	0,066207	9,003588	0,000000	0,465275	0,726928

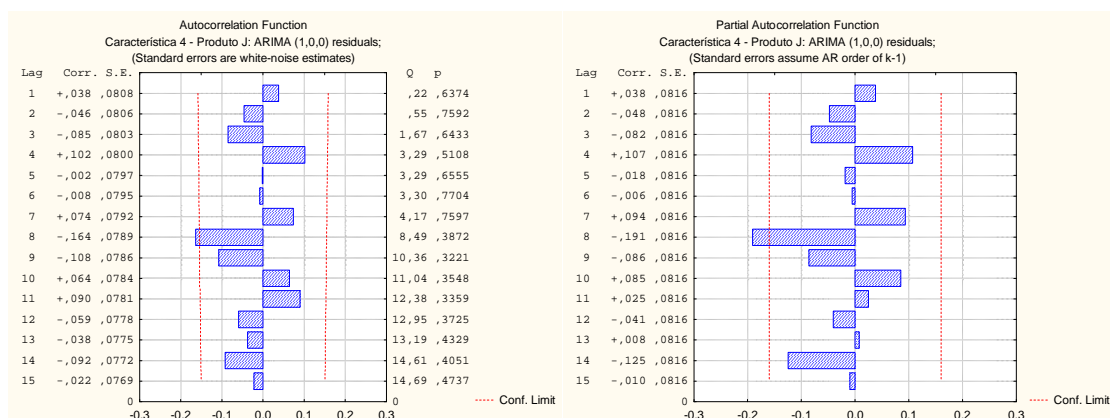


Figura IX.53 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 4 do Produto J Revista.

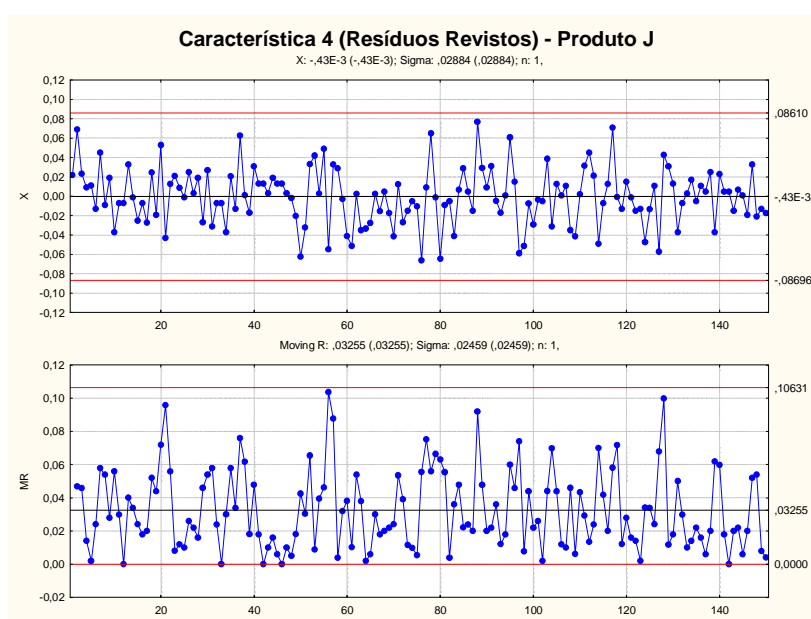


Figura IX.54 - Carta de controle e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 4 do Produto J.

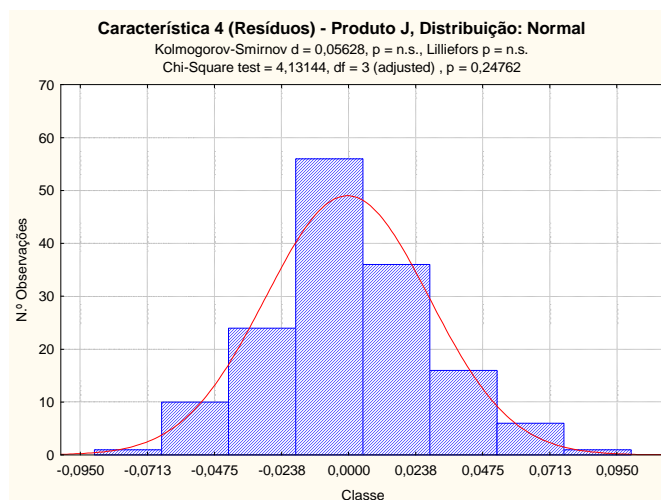


Figura IX.55 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 4 do produto J.

Estimação dos Parâmetros do Processo

Quadro IX.33 - Parâmetros referentes à Característica 3 do produto J.

Modelo		Carta de Controle				Processo	
Estimativa	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	\overline{MR}	σ_ε	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Parâmetro	0,717	0,596	0,594	0,0326	0,0289	0,717	0,0359

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.34 - Estudo da capacidade para a Característica 3 do Produto J.

C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
1,857	1,696	2,017	1,696

IX.3.4 Característica 6

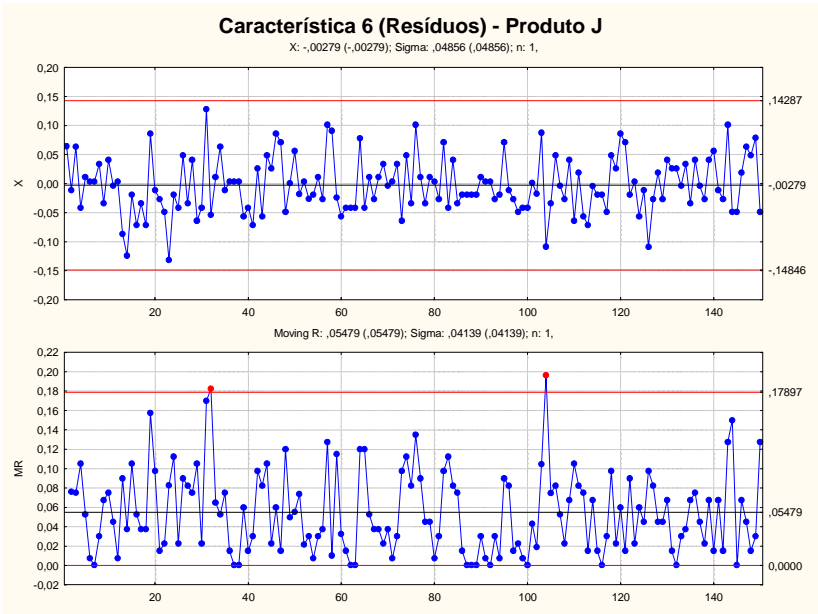


Figura IX.56 - Carta de controle e – MR dos resíduos para a Característica 6 do Produto J.

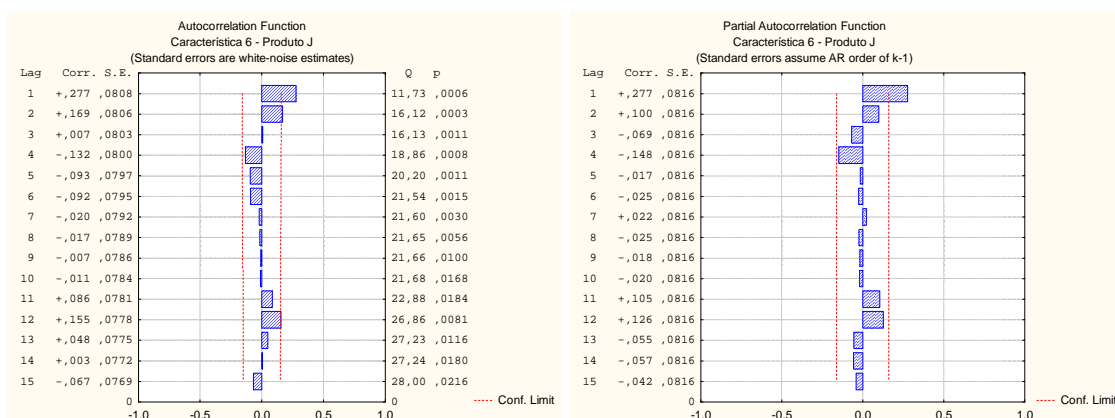


Figura IX.57 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto J.

Quadro IX.35 - Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 6 do Produto J Revista

Característica 6 - Produto J						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,00227						
	Parâmetros	Desvio Padrão	t_0	Valor p	Intervalo de confiança 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
ϕ_1	0,279629	0,078995	3,539817	0,000535	0,123533	0,435725

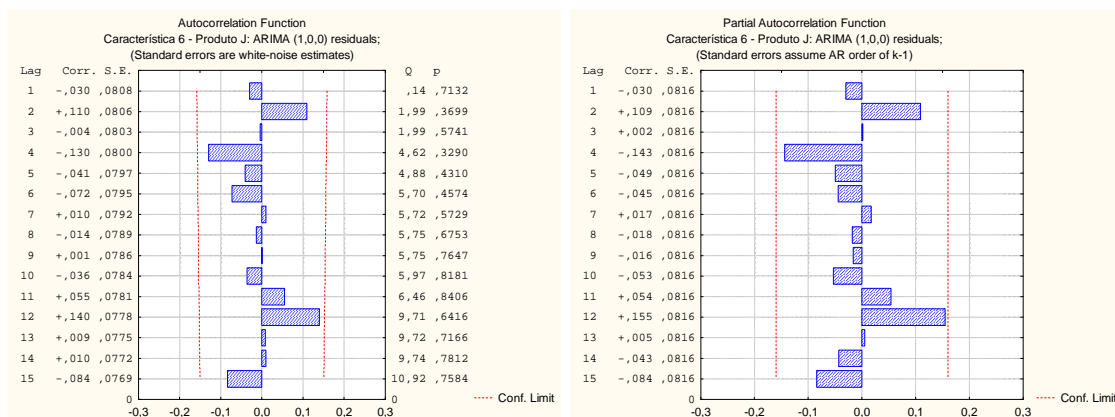


Figura IX.58 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 6 do Produto J Revista.

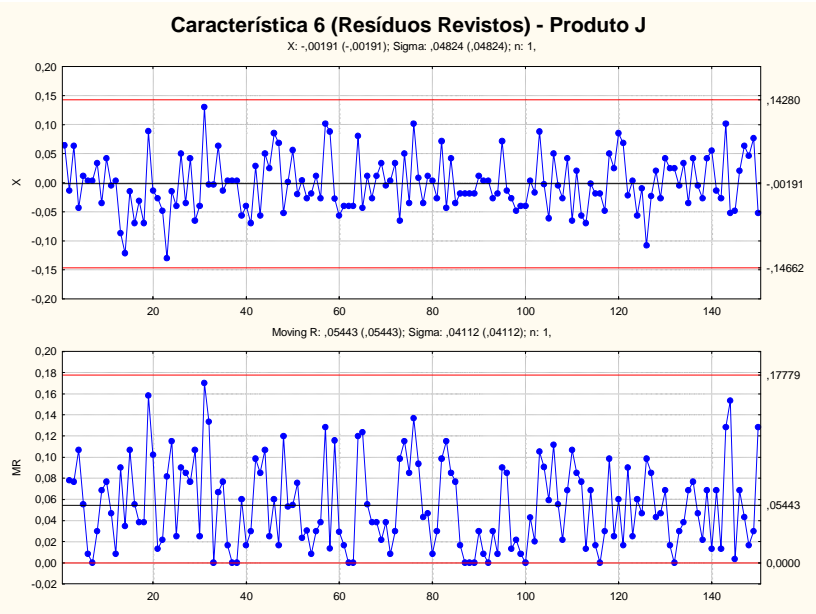


Figura IX.59 - Carta de controlo e – MR dos resíduos (Revistos) para a Característica 6 do Produto J.

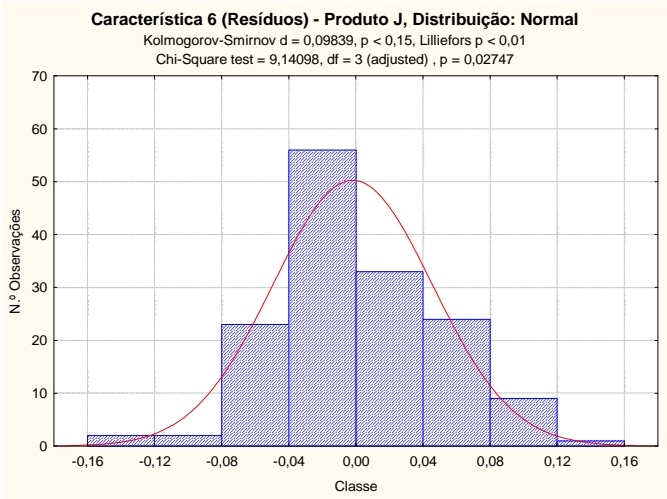


Figura IX.60 - Verificação da Normalidade dos resíduos (Revistos) referentes à Característica 6 do produto J.

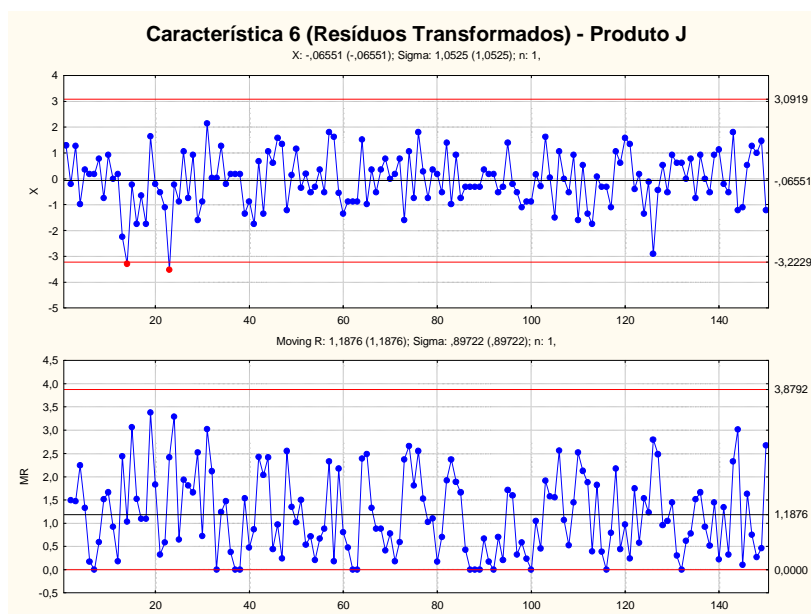


Figura IX.61 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados para a Característica 6 do Produto J.

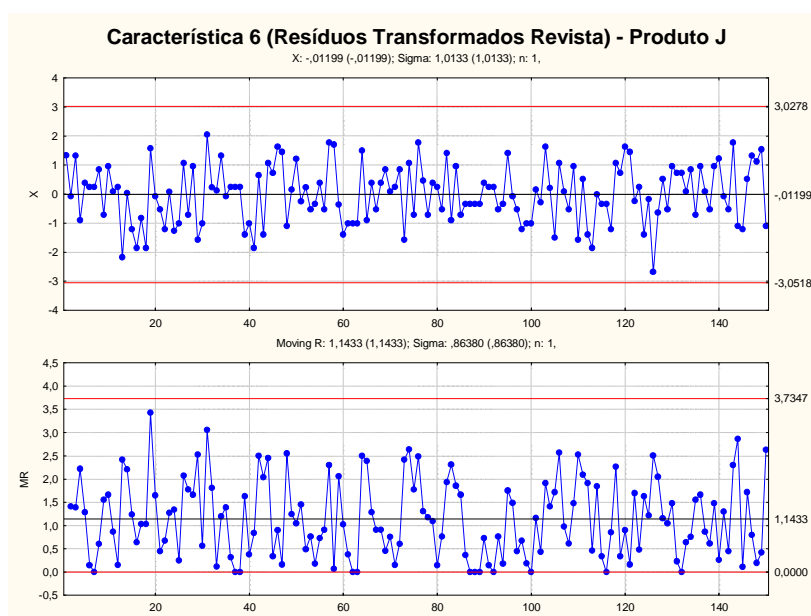


Figura IX.62 - Carta de controlo e – MR dos resíduos transformados (Revistos) para a Característica 6 do Produto J.

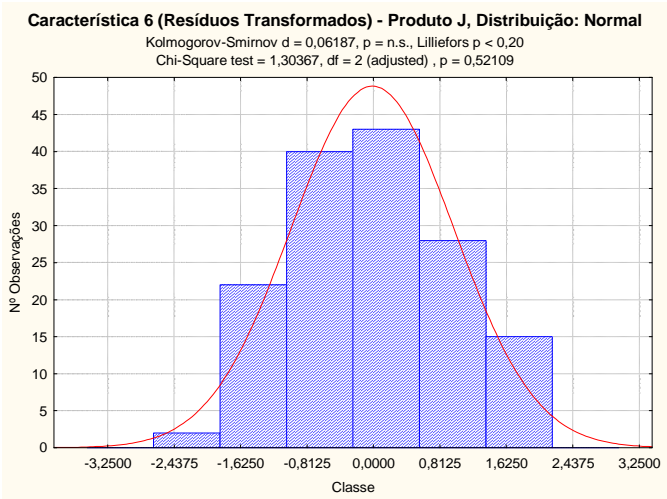


Figura IX.63 - Verificação da Normalidade dos resíduos transformados referentes à Característica 6 do produto J.

Análise da Capacidade do Processo

Quadro IX.36 - Estudo da capacidade para a Característica 6 do produto J.

Produto	Caract.	P _{0,135}	\tilde{M}	P _{99,865}	C _{cp}	C _{cpk}	(C _{cpk}) _I	(C _{cpk}) _S
J	6	-0,123	-0,00422	0,154	3,607	3,191	4,158	3,191

Anexo X- Fase II no Produto Acabado

- Produtos B, F e J
 - Cartas de Controlo Aplicadas aos Erros de Previsão

X.1 Produto B

X.1.1 Característica 1

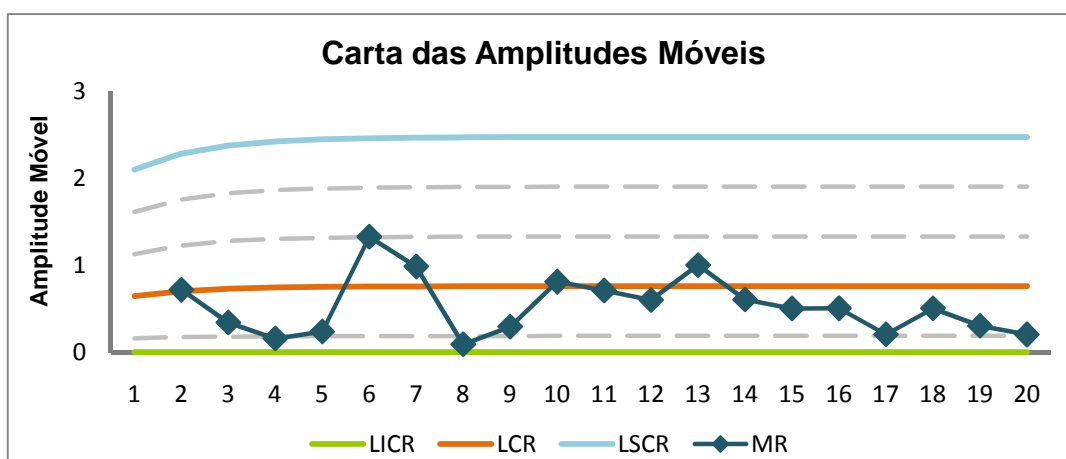
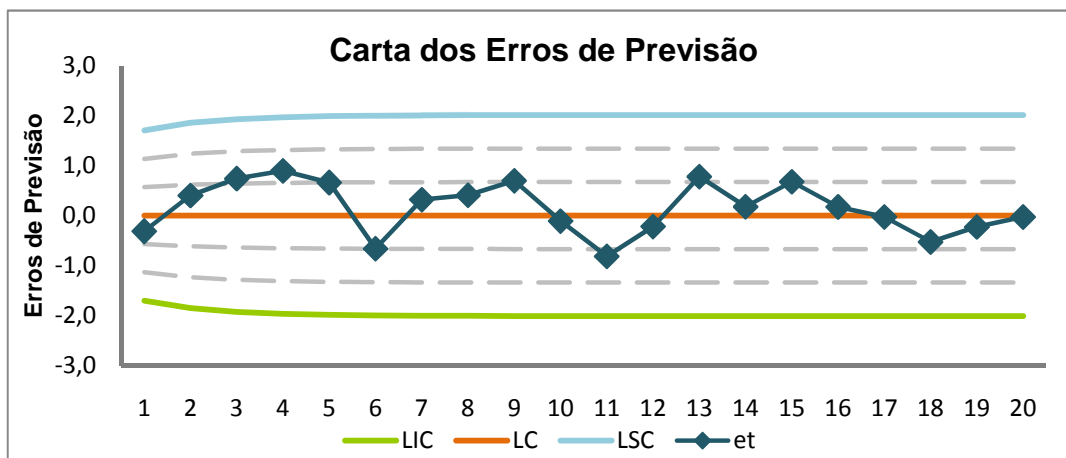
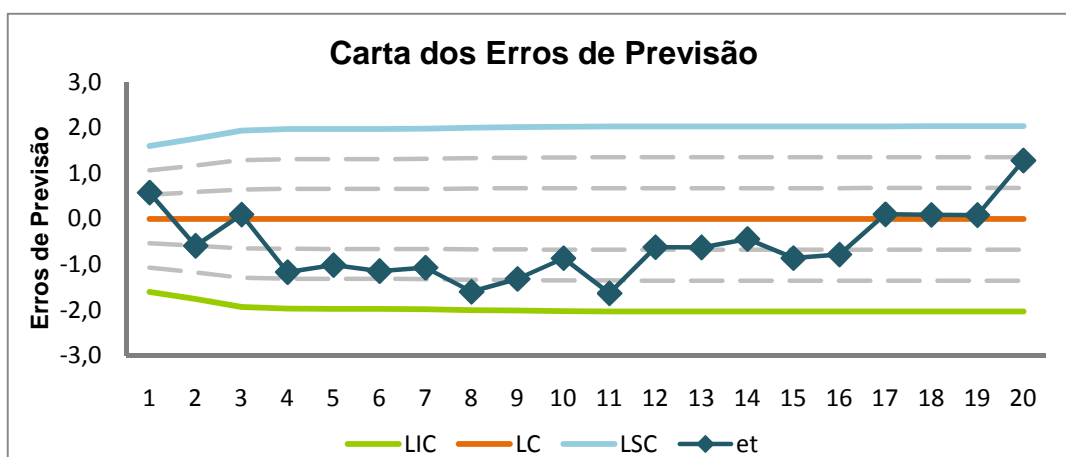


Figura X.1 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 1 do Produto B.

X.1.2 Característica 3



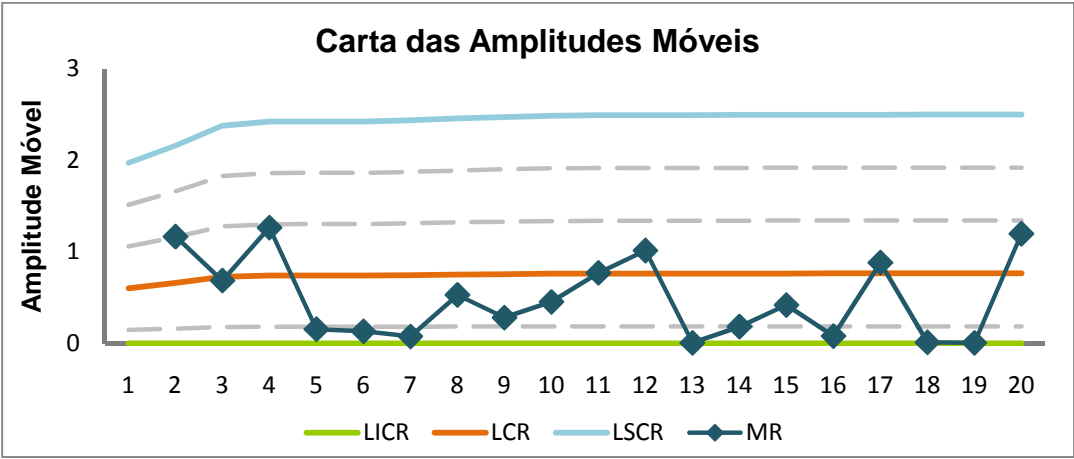


Figura X.2 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 3 do Produto B.

X.1.3 Característica 4

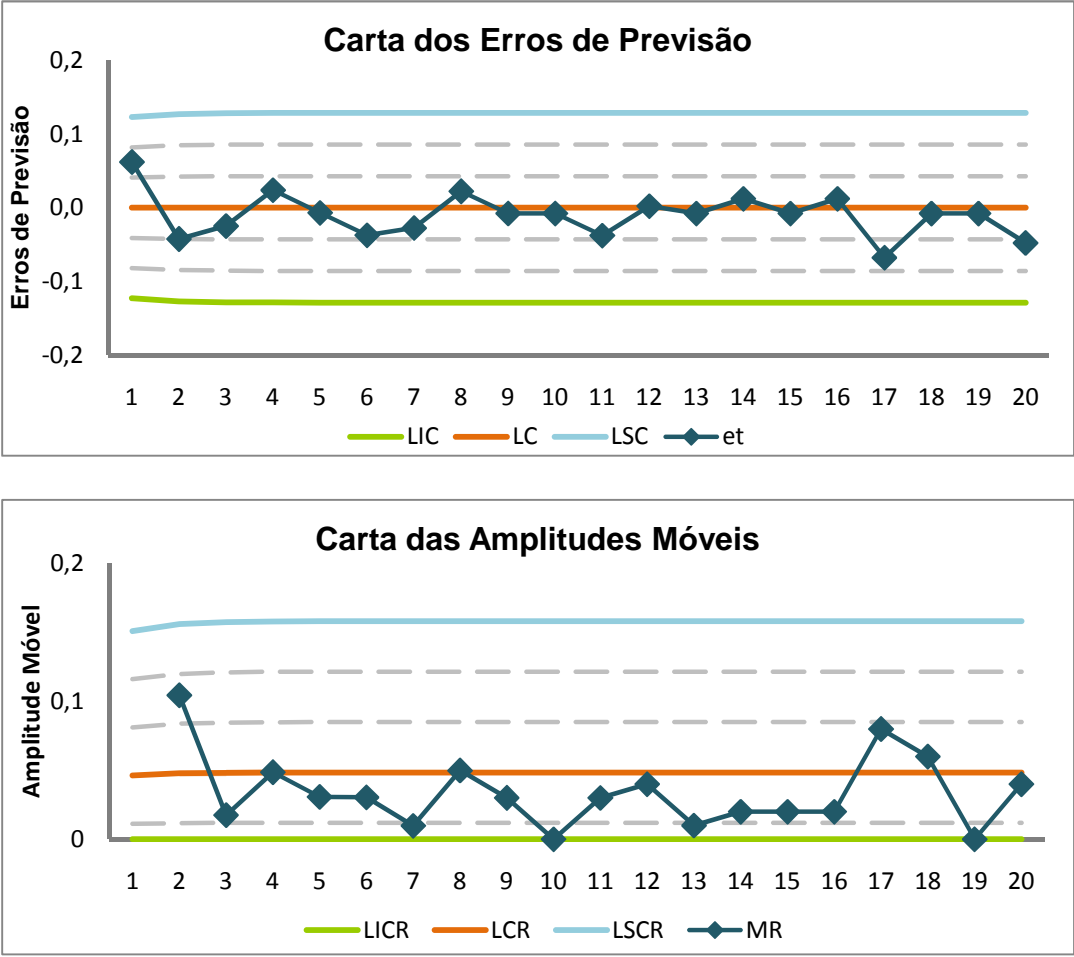


Figura X.3 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 4 do Produto B.

X.1.4 Característica 6

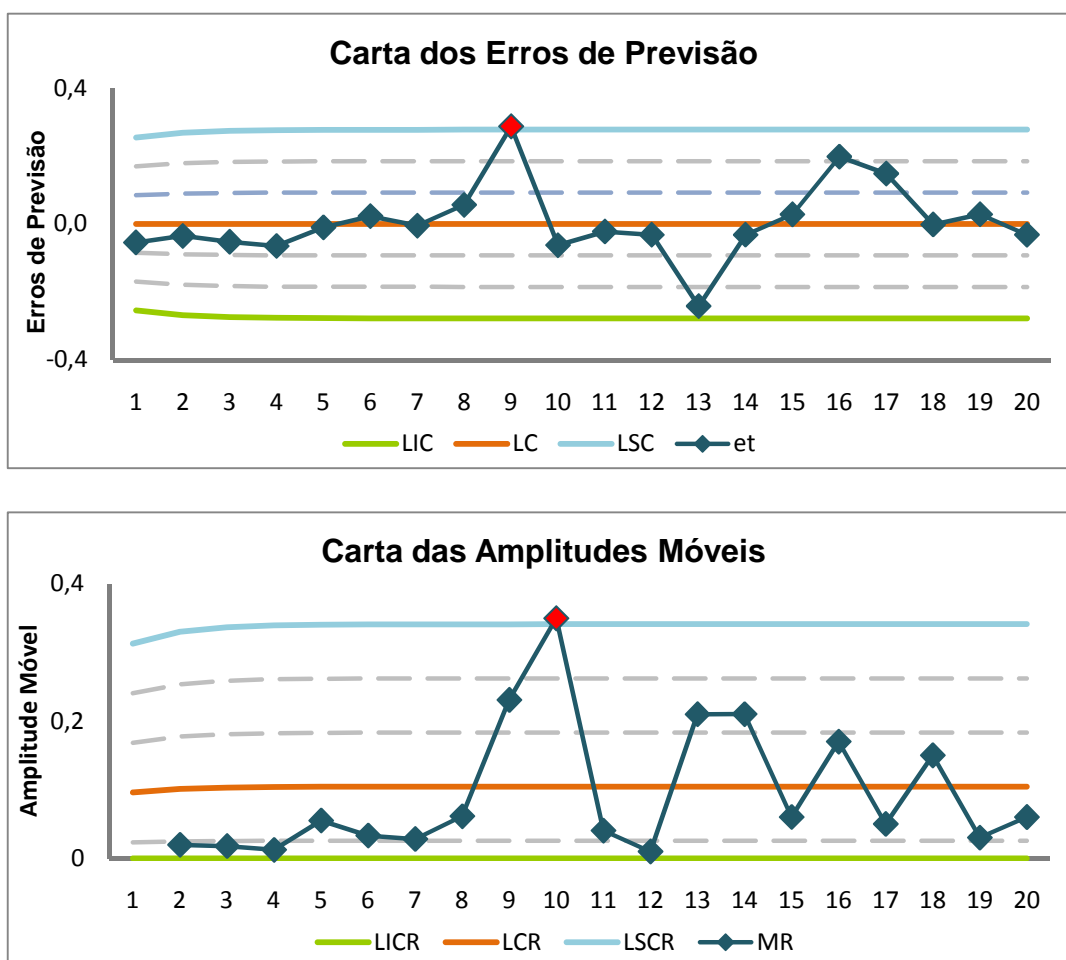
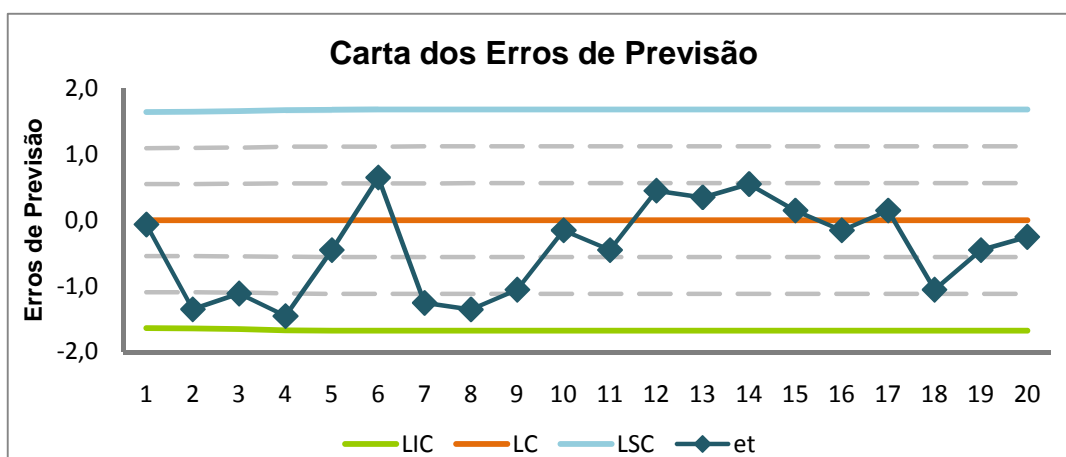


Figura X.4 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 6 do Produto B.

X.2 Produto F

X.2.1 Característica 1



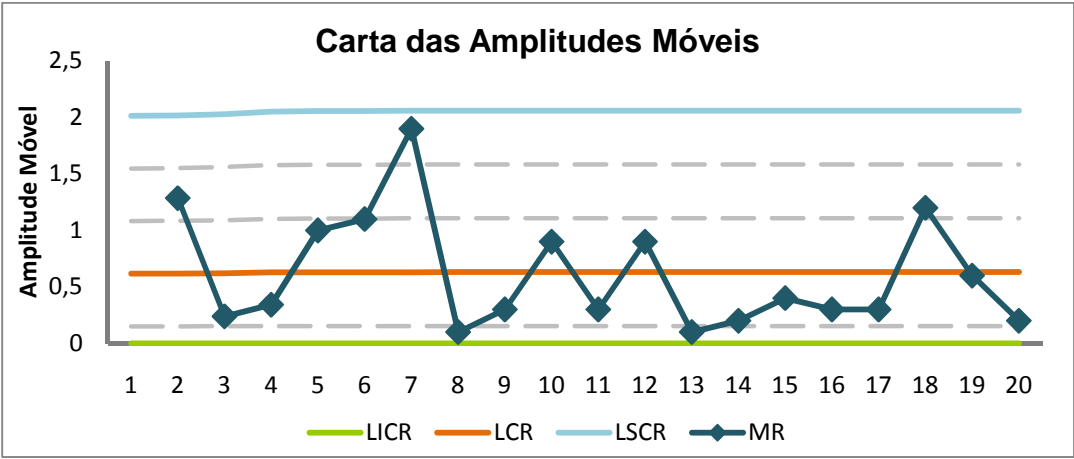


Figura X.5 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 1 do Produto F.

X.2.2 Característica 3

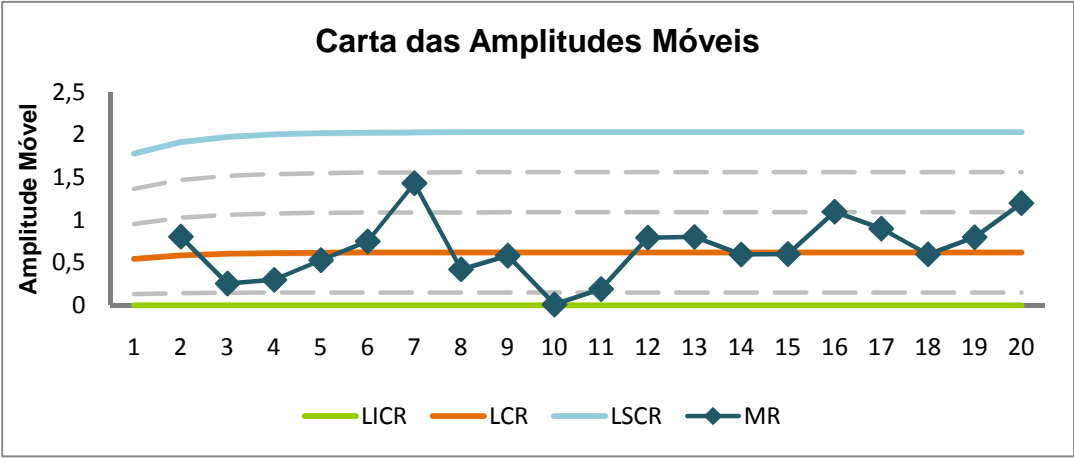
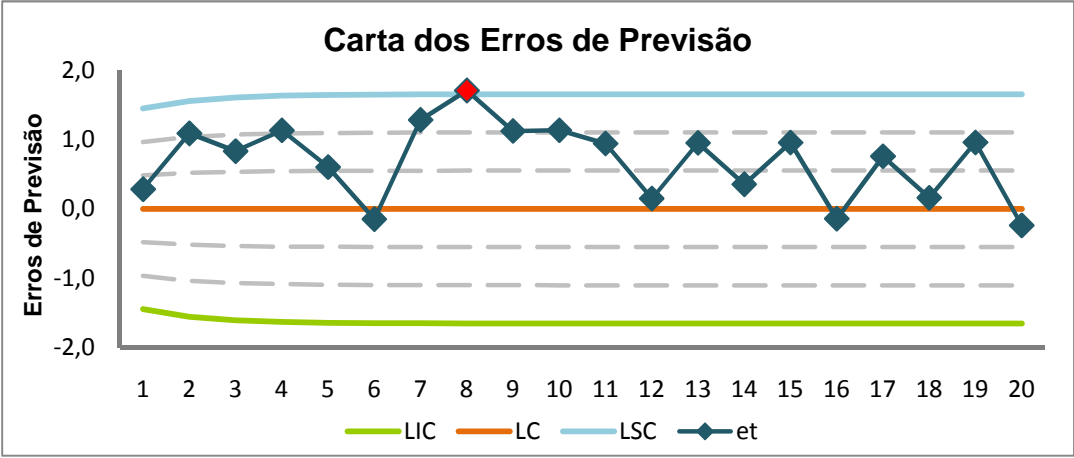


Figura X.6 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 3 do Produto F.

X.2.3 Característica 4

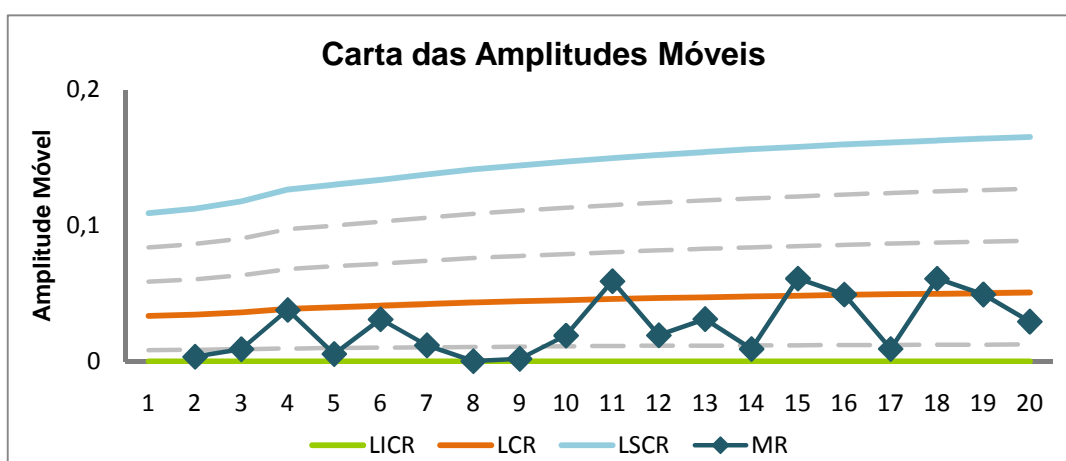
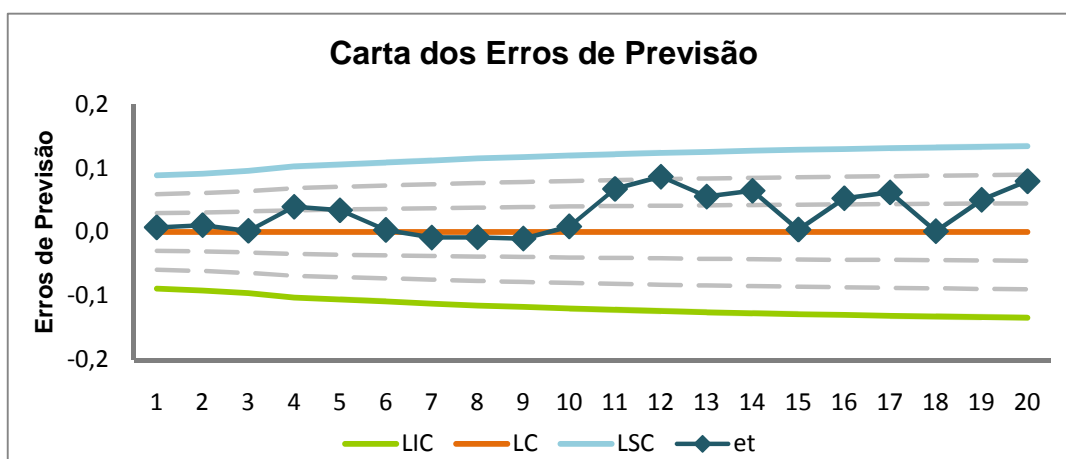
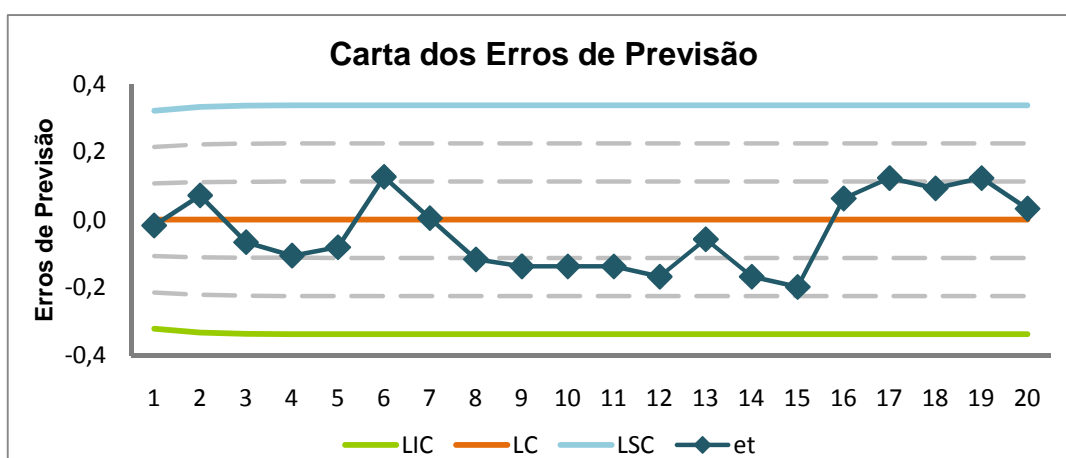


Figura X.7 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 3 do Produto F.

X.2.4 Característica 6



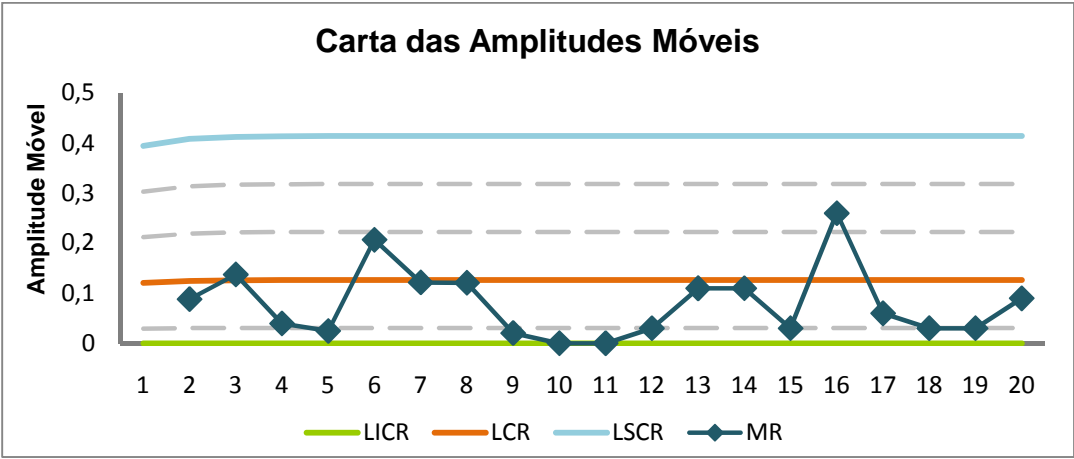


Figura X.8 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 6 do Produto F.

X.3 Produto J

X.3.1 Característica 1

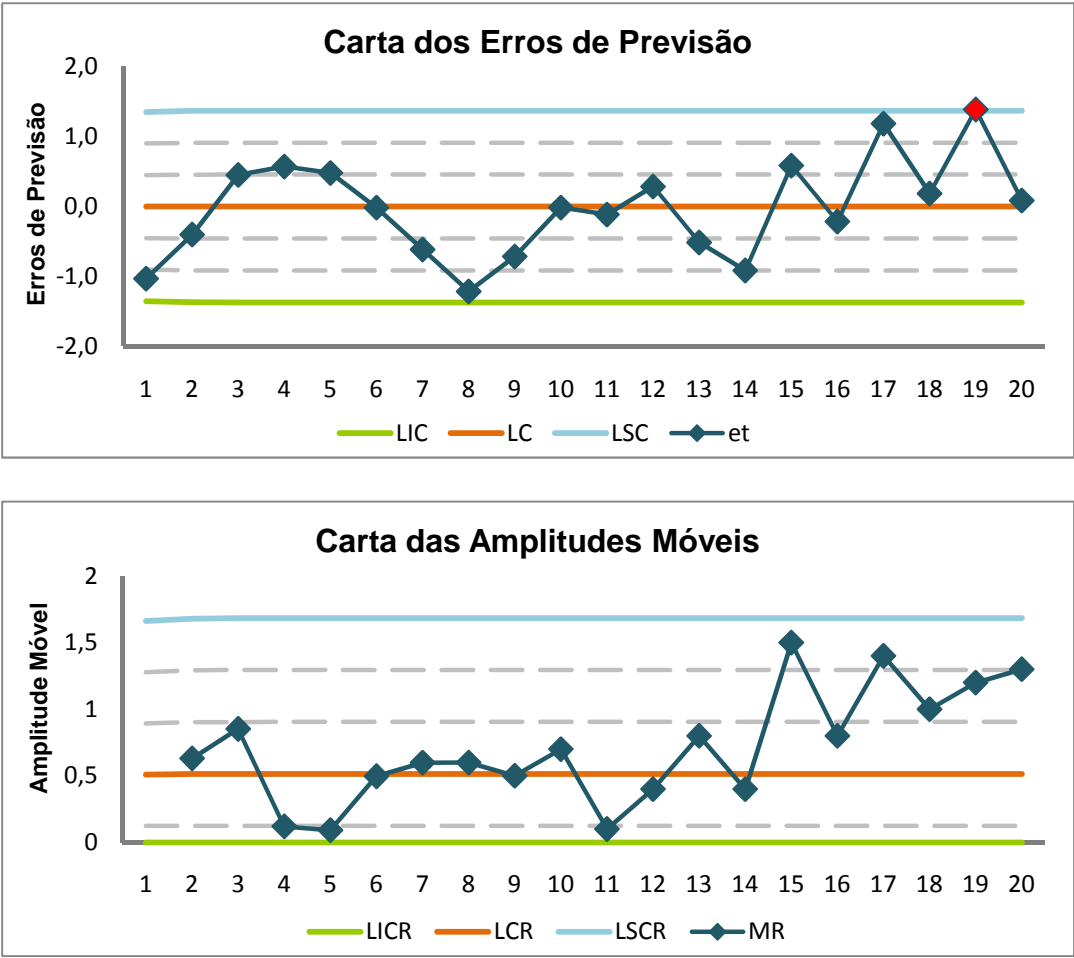


Figura X.9 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 1 do Produto J.

X.3.2 Característica 3

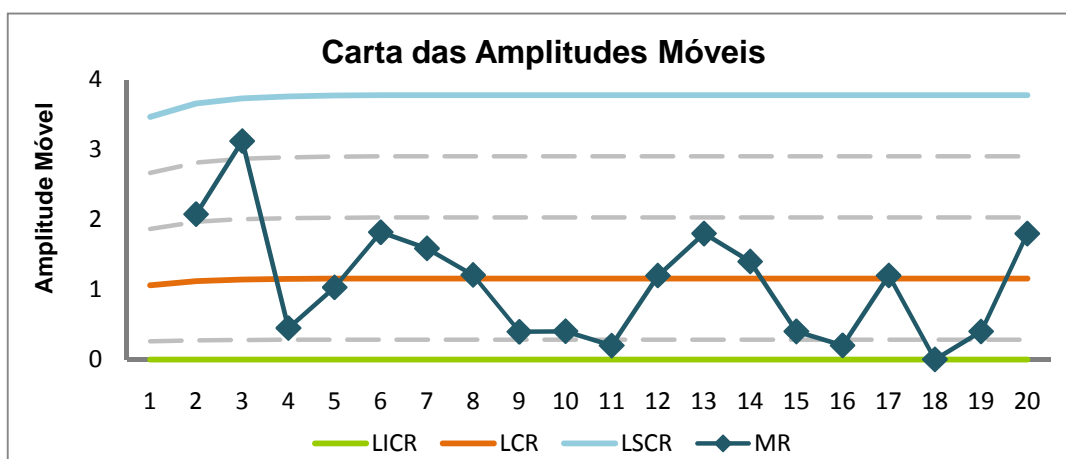
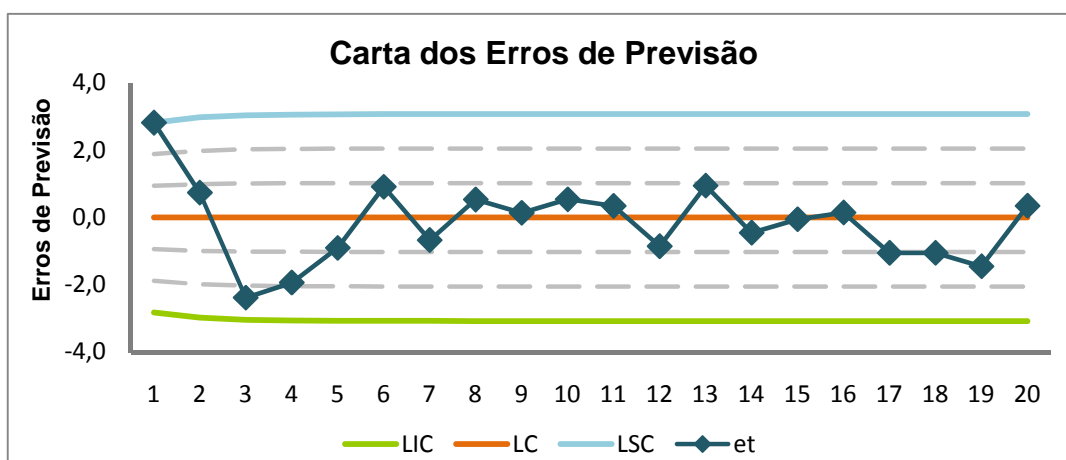
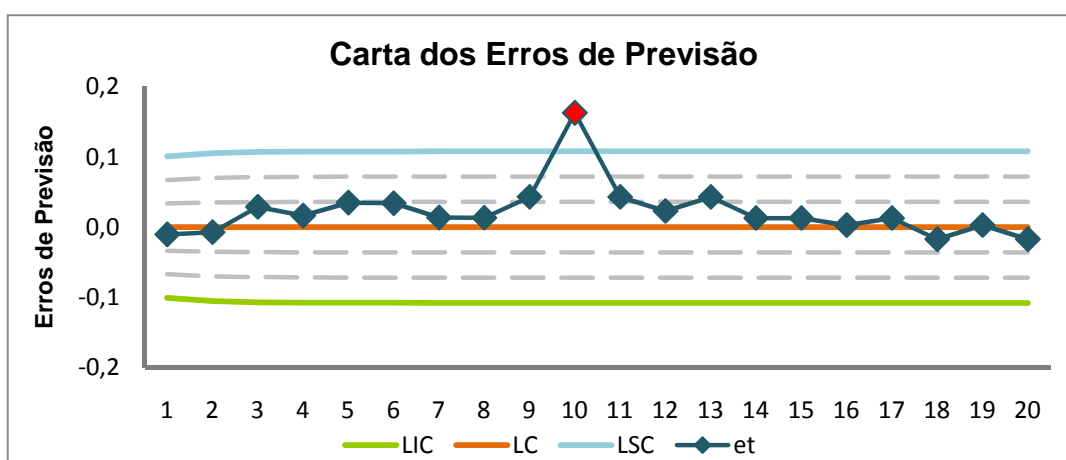


Figura X.10 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 3 do Produto J.

X.3.3 Característica 4



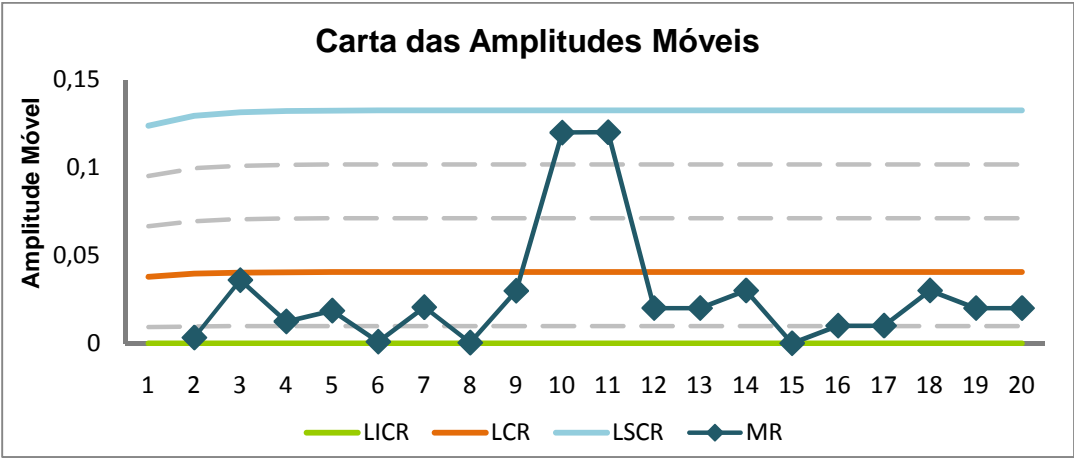


Figura X.11 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 4 do Produto J.

X.3.4 Característica 6

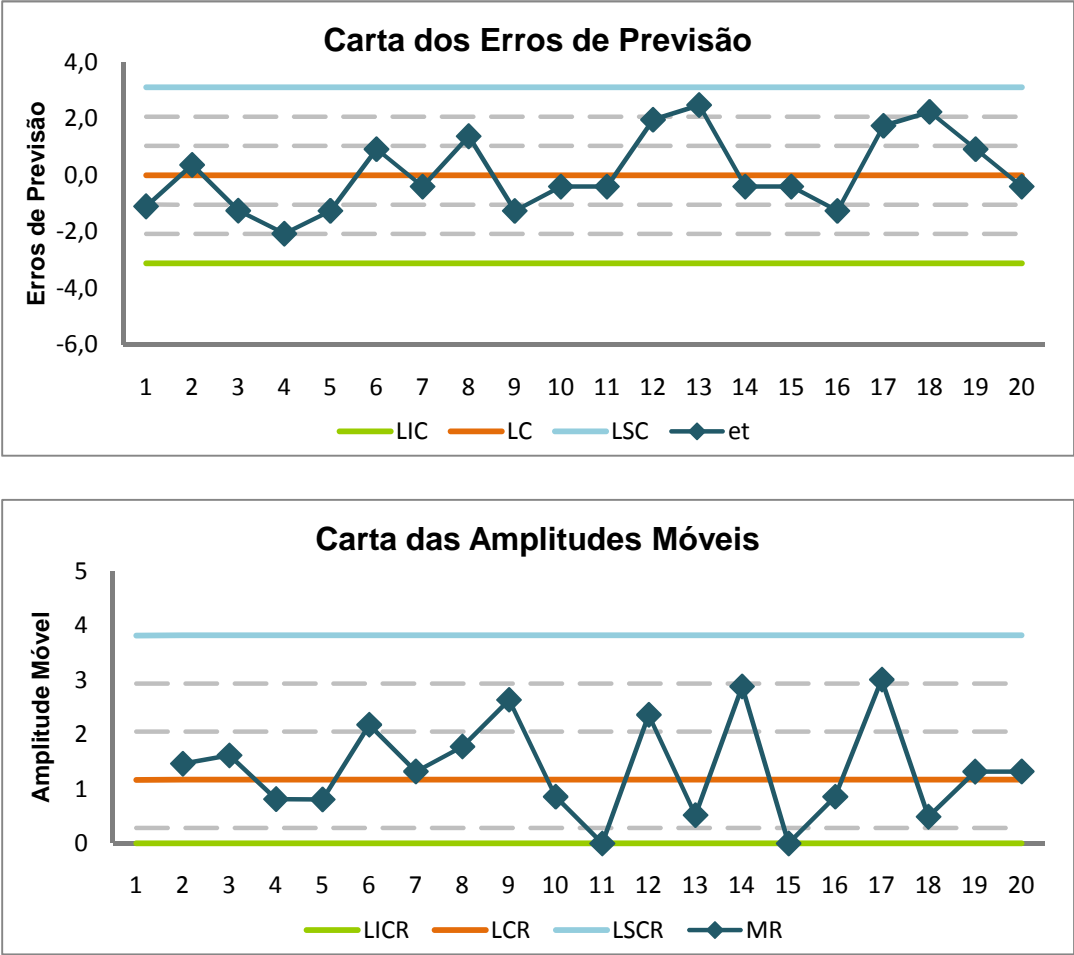


Figura X.12 - Cartas dos Erros de Previsão e da Amplitude Móvel referentes à Característica 6 do Produto J.

Anexo XI- Fase I do Estudo Multivariado

- Produtos B, F e J
 - Cartas Multivariadas
 - Análise da Capacidade do Processo

XI.1 Produto B

XI.1.1 Carta Multivariada Inicial

Quadro XI.1 – Elementos do vector média ($\bar{\mathbf{X}}$) do Produto B.

\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6
-0,0036	-0,0153	-0,0003	-0,0011

Quadro XI.2 – Elementos da matriz das covariâncias \mathbf{S} do Produto B.

S_{11}	S_{33}	S_{44}	S_{66}	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{34}	S_{36}	S_{46}
0,194	0,185	0,0013	0,0051	-0,011	0,0017	0,0042	-0,0008	0,0021	-0,0004

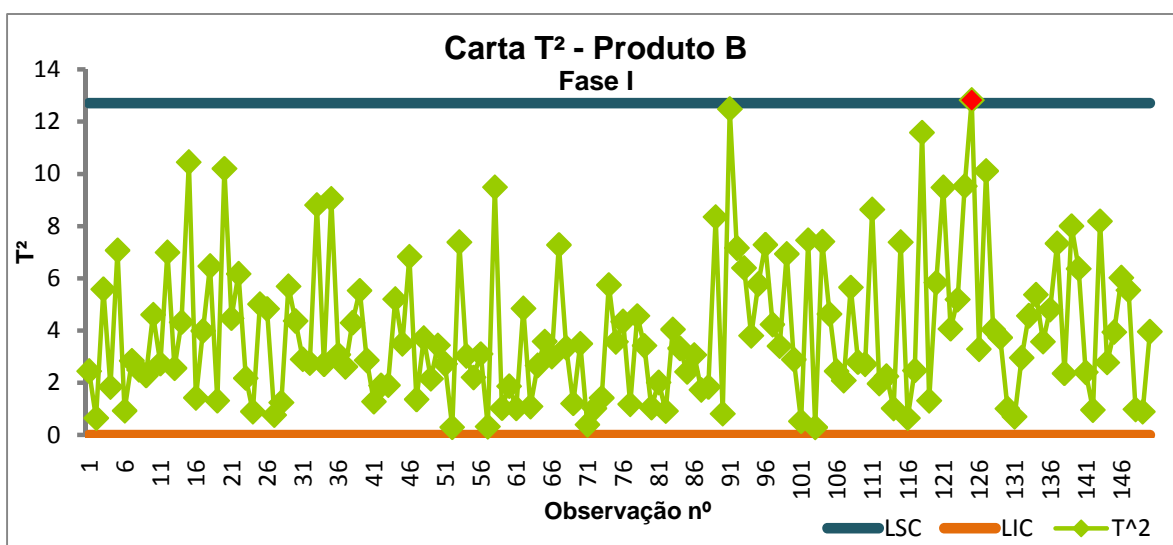


Figura XI.1 - Carta Multivariada do Produto B.

Quadro XI.3 – Variáveis para o método Aplicado à estatística d.

Nº	X_1	X_3	X_4	X_6	T^2	$T_{(1)}^2$	$T_{(3)}^2$	$T_{(4)}^2$	$T_{(6)}^2$
125	0,274	1,061	0,078	0,070	12,824	12,682	6,302	7,397	11,675

Quadro XI.4 – Método aplicado à estatística d.

Nº	d_1	d_3	d_4	d_6	$\chi^2_{\alpha;1}$
125	0,142	6,519	5,427	1,150	6,505

XI.1.2 Carta Multivariada Revista

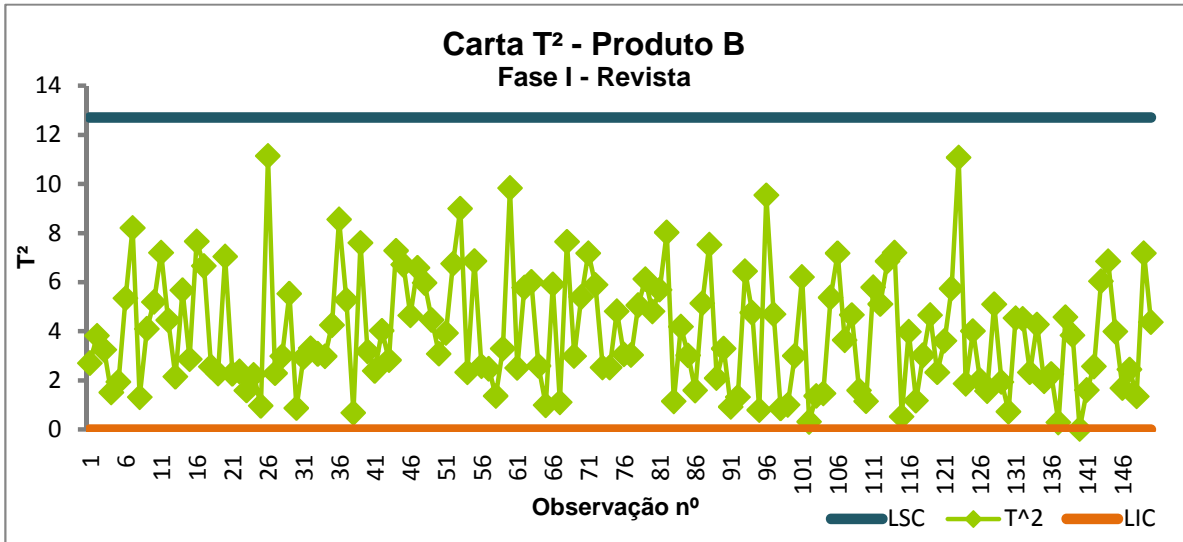


Figura XI.2 - Carta Multivariada do Produto B Revista.

Quadro XI.5 – Elementos do vector média ($\bar{\mathbf{X}}$) do Produto B Revisto.

\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6
-0,0034	-0,0158	-0,00002	-0,0011

Quadro XI.6 – Elementos da matriz das covariâncias \mathbf{S} do Produto B Revisto.

S_{11}	S_{33}	S_{44}	S_{66}	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{34}	S_{36}	S_{46}
0,196	0,183	0,0013	0,0050	-0,024	0,0018	0,0037	-0,0018	0,0010	-0,0004

XI.1.3 Análise da Capacidade do Processo

Quadro XI.7 - Especificações técnicas dos resíduos.

Especificação	X_1	X_3	X_4	X_6
$LSE_{Resíduos}$	3	3,25	0,2	0,375
$LIE_{Resíduos}$	-3	-3,25	-0,2	-0,375

Quadro XI.8 - Limites do Processo.

Especificação	X_1	X_3	X_4	X_6
LSP	1,547	1,509	0,126	0,248
LIP	-1,572	-1,541	-0,126	-0,250

Quadro XI.9 - Índices de Capacidade Multivariados.

C_{pM}	PV	LI
1,77	0,99999	1

XI.2 Produto F

XI.2.1 Carta Multivariada Inicial

Quadro XI.10 – Elementos do vector média (\bar{X}) do Produto F.

\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6
-0,0530	0,0096	-0,0009	0,0036

Quadro XI.11 – Elementos da matriz das covariâncias S do Produto F.

S_{11}	S_{33}	S_{44}	S_{66}	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{34}	S_{36}	S_{46}
0,232	0,157	0,0009	0,010	-0,076	0,0033	0,0092	-0,0020	-0,006	-0,0001

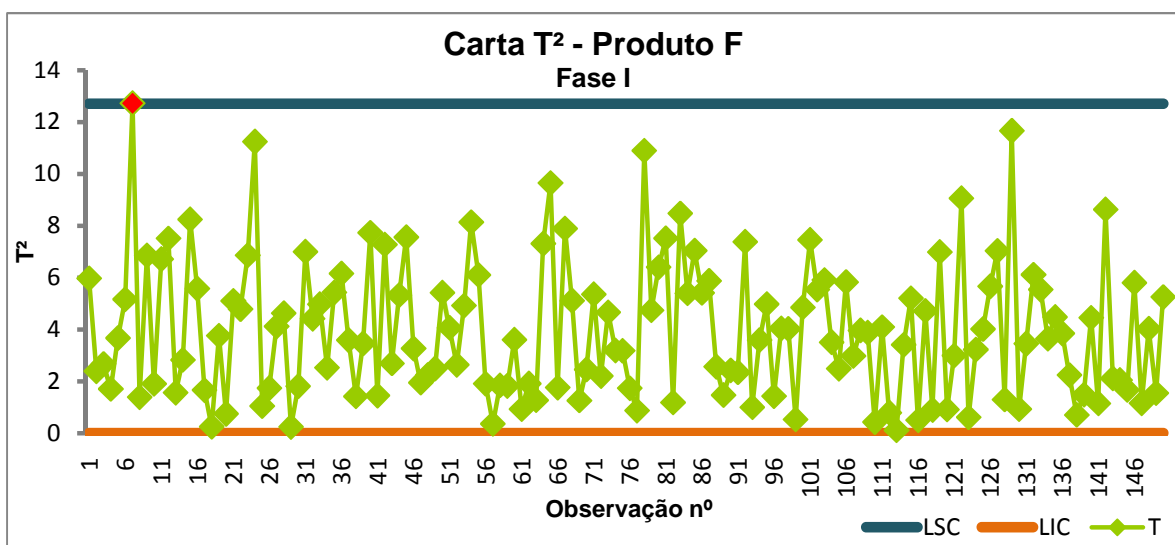


Figura XI.3 - Carta Multivariada do Produto F.

Quadro XI.12 – Variáveis para o método Aplicado à estatística d.

Nº	X_1	X_3	X_4	X_6	T^2	$T_{(1)}^2$	$T_{(3)}^2$	$T_{(4)}^2$	$T_{(6)}^2$
7	-0,124	0,626	0,0461	0,230	12,723	12,678	8,677	8,852	5,818

Quadro XI.13 – Método aplicado à estatística d.

Nº	d_1	d_3	d_4	d_6	$\chi^2_{\alpha;1}$
7	0,0455	4,046	3,871	6,905	6,505

XI.2.2 Carta Multivariada Revista

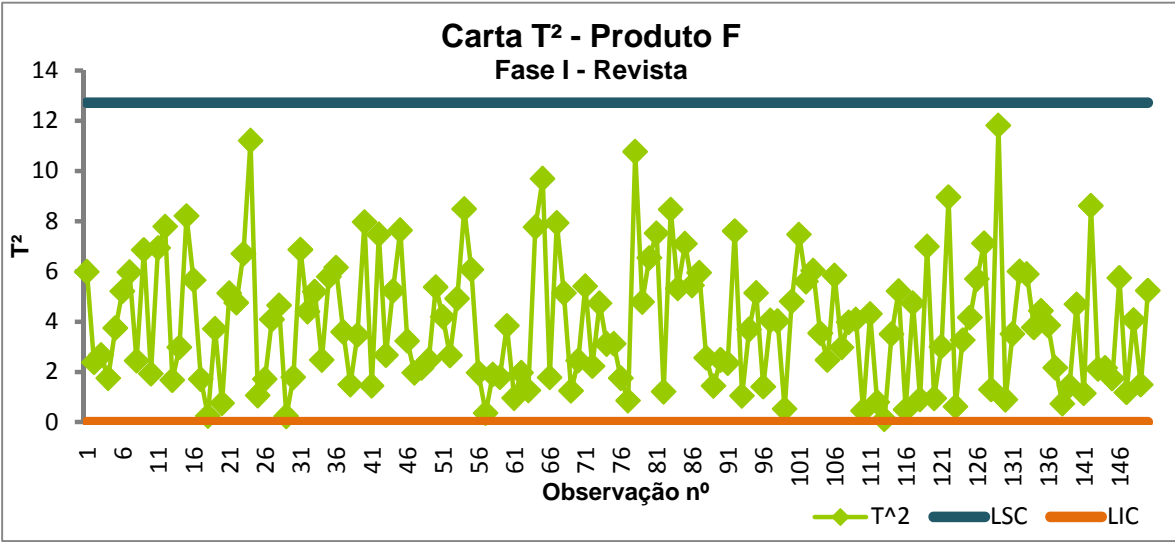


Figura XI.4 - Carta Multivariada do Produto F Revista.

Quadro XI.14 – Elementos do vector média ($\bar{\mathbf{X}}$) do Produto F Revisto.

\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6
-0,0530	0,0096	-0,0009	0,0028

Quadro XI.15 – Elementos da matriz das covariâncias \mathbf{S} do Produto F Revisto.

S_{11}	S_{33}	S_{44}	S_{66}	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{34}	S_{36}	S_{46}
0,232	0,157	0,001	0,010	-0,076	0,003	0,009	-0,002	-0,007	-0,0001

XI.2.3 Análise da Capacidade do Processo

Quadro XI.16 - Especificações técnicas dos resíduos.

Especificação	X_1	X_3	X_4	X_6
$LSE_{Resíduos}$	2,5	2,5	0,15	0,45
$LIE_{Resíduos}$	-2,5	-2,5	-0,15	-0,45

Quadro XI.17 – Limites do Processo.

Especificação	X_1	X_3	X_4	X_6
LSP	1,503	1,311	0,105	0,348
LIP	-1,609	-1,291	-0,107	-0,342

Quadro XI.18 – Índices de Capacidade Multivariados.

C_{pM}	PV	LI
1,54	0,99997	1

XI.3 Produto J

XI.3.1 Carta Multivariada Inicial

Quadro XI.19 – Elementos do vector média (\bar{X}) do Produto J.

\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6
-0,0482	-0,0022	-0,0004	-0,0894

Quadro XI.20 – Elementos da matriz das covariâncias S do Produto J.

S_{11}	S_{33}	S_{44}	S_{66}	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{34}	S_{36}	S_{46}
0,181	0,575	0,0008	1,146	-0,026	0,0007	-0,046	-0,0022	-0,054	0,0001

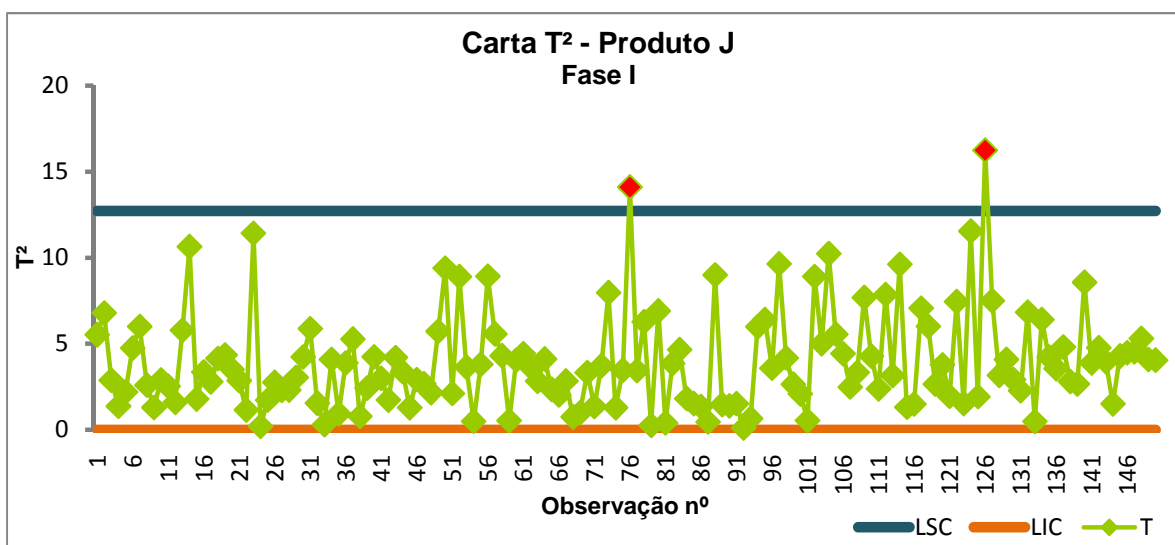


Figura XI.5 - Carta Multivariada do Produto J.

Quadro XI.21 – Variáveis para o método Aplicado à estatística d.

Nº	X_1	X_3	X_4	X_6	T^2	$T_{(1)}^2$	$T_{(3)}^2$	$T_{(4)}^2$	$T_{(6)}^2$
76	0,303	-1,580	-0,0662	1,798	14,098	13,176	9,599	7,683	11,157
126	-0,0854	-2,107	0,0106	-2,937	16,242	15,847	7,371	16,227	7,821

Quadro XI.22 – Método aplicado à estatística d.

Nº	d_1	d_3	d_4	d_6	$\chi^2_{\alpha;1}$
76	0,922	4,499	6,415	2,941	6,505
126	0,394	8,870	0,0151	8,421	6,505

XI.3.2 Carta Multivariada Revista

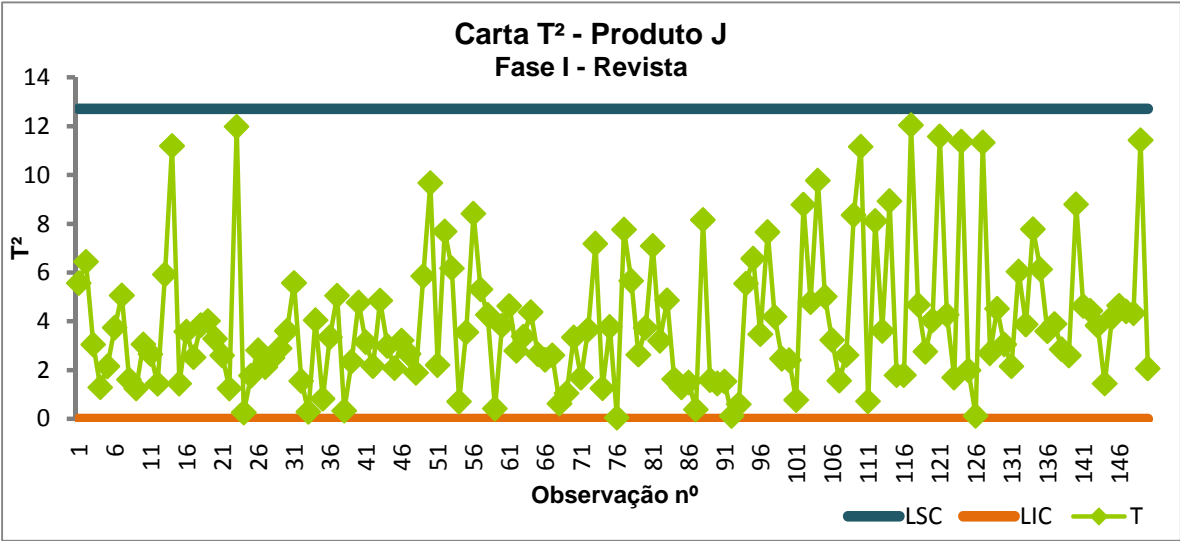


Figura XI.6 - Carta Multivariada do Produto J Revista.

Quadro XI.23 – Elementos do vector média ($\bar{\mathbf{X}}$) do Produto J Revisto.

\bar{X}_1	\bar{X}_3	\bar{X}_4	\bar{X}_6
-0,0489	0,0054	-0,0003	-0,0706

Quadro XI.24 – Elementos da matriz das covariâncias \mathbf{S} do Produto J Revisto.

S_{11}	S_{33}	S_{44}	S_{66}	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{34}	S_{36}	S_{46}
0,196	0,607	0,001	1,177	-0,029	0,001	-0,050	-0,002	-0,026	0,0001

XI.3.3 Análise da Capacidade do Processo

Quadro XI.25 – Especificações técnicas dos resíduos.

Especificação	X_1	X_3	X_4	X_6
$LSE_{Resíduos}$	2	4,25	0,2	4,01
$LIE_{Resíduos}$	-2	-4,25	-0,2	-5,75

Quadro XI.26 – Limites do Processo.

Especificação	X_1	X_3	X_4	X_6
LSP	1,530	2,802	0,105	3,832
LIP	-1,627	-2,791	-0,106	-3,973

Quadro XI.27 – Índices de Capacidade Multivariados.

C_{pM}	PV	LI
1,46	0,99996	1

Anexo XII- Fase II do Estudo Multivariado

- Carta Multivariada com todos os Produtos

XII.1 Carta Multivariada com todos os Produtos

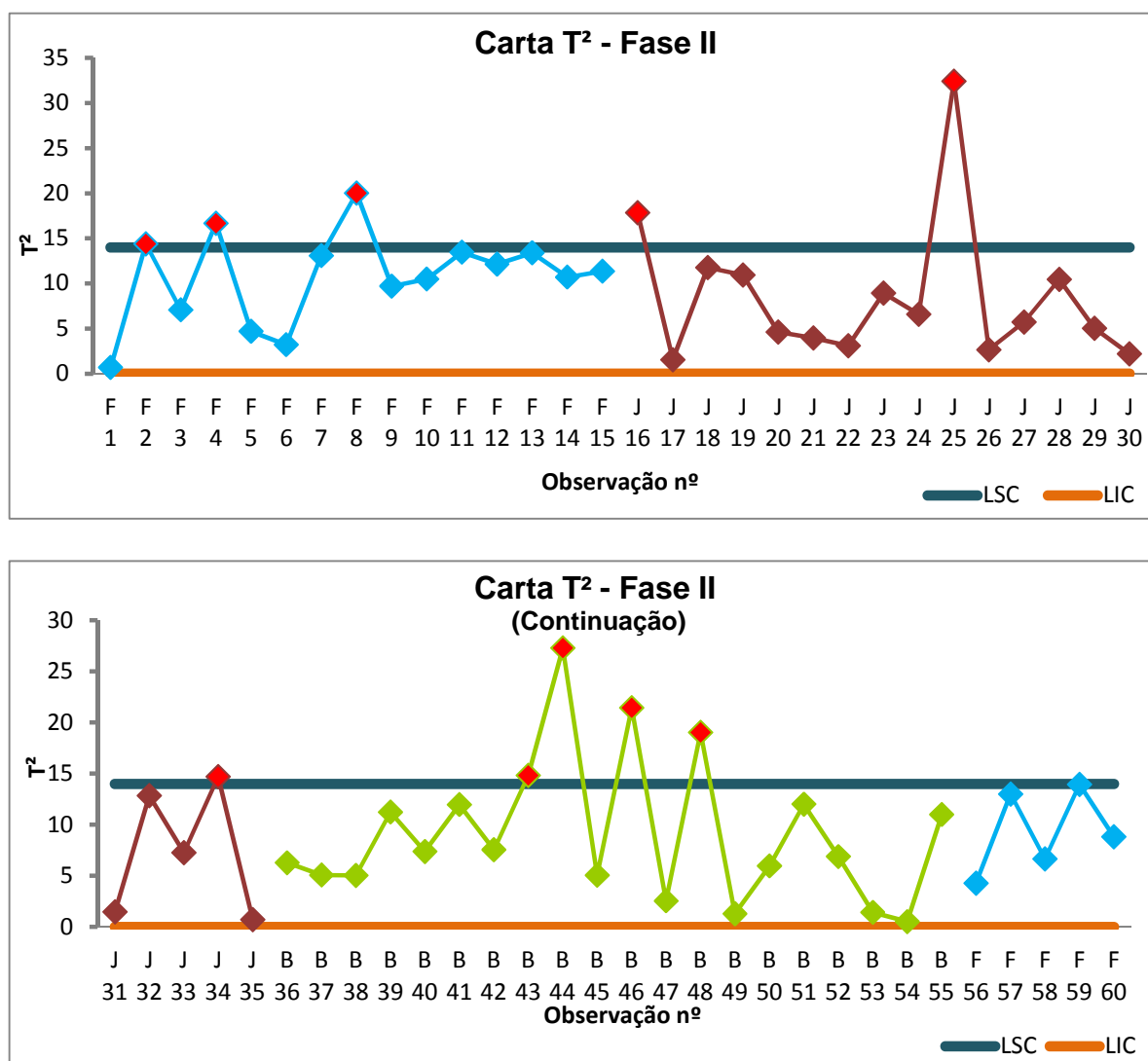


Figura XII.1 – Carta Multivariada (Fase II).

Quadro XII.1 – Método aplicado à estatística d para o Produto B.

Nº	T ²	T ² ₍₁₎	T ² ₍₃₎	T ² ₍₄₎	T ² ₍₆₎	d ₁	d ₃	d ₄	d ₆	χ ² _{α;1}
43	14,813	14,716	1,814	14,718	13,959	0,097	12,999	0,096	0,854	6,505
44	27,297	26,824	18,058	27,294	11,223	0,473	9,239	0,003	16,074	6,505
46	21,435	16,826	4,135	19,754	21,417	4,609	17,300	1,681	0,0177	6,505
48	19,037	14,356	17,702	17,524	4,885	4,681	1,334	1,513	14,152	6,505

Quadro XII.2 – Método aplicado à estatística d para o Produto F.

N^o	T^2	$T_{(1)}^2$	$T_{(3)}^2$	$T_{(4)}^2$	$T_{(6)}^2$	d_1	d_3	d_4	d_6	$\chi^2_{\alpha;1}$
2	14,401	9,782	10,098	12,603	11,878	4,618	4,302	1,798	2,523	6,505
4	16,672	11,579	12,769	11,907	16,658	5,092	3,903	4,765	0,0136	6,505
8	20,004	18,710	7,912	19,579	19,947	1,294	12,092	0,425	0,0565	6,505

Quadro XII.3 – Método aplicado à estatística d para o Produto J.

N^o	T^2	$T_{(1)}^2$	$T_{(3)}^2$	$T_{(4)}^2$	$T_{(6)}^2$	d_1	d_3	d_4	d_6	$\chi^2_{\alpha;1}$
16	17,837	13,718	6,336	17,796	16,737	4,119	11,500	0,041	1,100	6,505
25	32,428	32,234	31,006	0,566	32,323	0,193	1,421	31,86	0,104	6,505
34	14,706	4,248	12,208	14,547	13,260	10,46	2,498	0,159	1,446	6,505